

ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN ANTE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS.
ESTUDIO EXPLORATORIO

Lorena Irazuma Garcia Miranda,
Cinvestav, México
lor_mir@hotmail.com

Resumen

Mientras más información se obtenga respecto a los diferentes tipos de problemas multiplicativos y las estrategias que usan los niños para resolverlos, resulta más fácil orientar las acciones para la enseñanza del algoritmo de la multiplicación. Este estudio de caso se analizan las particularidades de las estrategias utilizadas por quince niños que cursan alguno de los tres primeros grados de la educación básica mexicana para resolver problemas de agrupamiento, arreglos rectangulares, razón y precio. La investigación detecta diversas habilidades y privilegia el conteo como la herramienta más utilizada para solucionar las situaciones planteadas sin que el grado escolar implique el uso de estrategias más económicas.

Marco Teórico

La multiplicación se puede considerar como una adición repetida y, desde la teoría de conjuntos, como producto cartesiano. La primera concepción es muy común, ya que para quien está aprendiendo los pasos fundamentales de esta operación binaria resulta una descripción familiar. El producto cartesiano ofrece un enfoque diferente, un apareamiento entre dos conjuntos (A y B), en donde cada elemento del conjunto A se asocia con cada elemento del conjunto B, formando pares ordenados (producto cartesiano de los conjuntos A y B).

Como cualquier otra operación, la multiplicación posee diversas propiedades: cerradura, conmutativa, asociativa y distributiva. Para avanzar en el aprendizaje de este contenido, resulta necesario conocer dichas cualidades, ya que dan respuesta a preguntas tales como ¿qué hacer si deseo encontrar el producto de tres o más números? ¿Puedo intercambiar los números que representan el multiplicando y el multiplicador sin que esto afecte el resultado?

Los números uno y cero juegan un papel muy importante en la multiplicación. El uno se conoce como elemento idéntico, debido a que si se multiplica $1 \times n$, el producto invariablemente será n . Cuando se presenta un arreglo que implica un cero, está implícito que el conjunto que se representa está vacío, por lo que perennemente el producto tendrá que ser 0.

Para trabajar con problemas multiplicativos, es necesario clasificarlos. Vergnaud (1983), Kouba y Franklin (1993), Nesher (1989) y Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson (1999) han estudiado los diferentes problemas multiplicativos a los que se enfrentan los niños.

Considerando la última corriente, se encuentra que los problemas multiplicativos se bifurcan en *asimétricos* y *simétricos*. Las situaciones asimétricas presentan factores relacionados a referentes específicos y no pueden intercambiarse; este conjunto abarca problemas de agrupamiento, razón, precio y comparación multiplicativa. Los problemas de área, arreglo rectangular y combinación pertenecen a las cuestiones simétricas, las cuales se caracterizan por mostrar factores que juegan roles equivalentes; es decir, se pueden intercambiar.

Respecto a las estrategias que los niños utilizan para resolver problemas multiplicativos, Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson (1999) afirman que existen principalmente tres estrategias a las que se recurren: modelado directo, conteo y hechos numéricos derivados.

Modelado directo

Inicialmente los niños modelan cada objeto que involucra el problema que se les plantea (dichas representaciones pueden realizarse por medio de pequeñas marcas hechas en el papel, con objetos, material de base diez, etc.) y posteriormente proceden a contar el total de objetos que modelaron.

Conteo

Las estrategias de conteo resultan ser de más fácil empleo en problemas de suma y resta que en problemas multiplicativos, por lo que en general, los niños no las usan en el proceso de solución de estos problemas. Cuando se llega a utilizar en este tipo de problemas, involucra un conteo saltado. Los niños son expertos en nombrar una serie numérica que implica múltiplos de tres o cinco; sin embargo, se les dificulta saltar la serie con otros números como por ejemplo, el siete. En ocasiones, los niños dicen los primero tres o cuatro números saltados de una serie y la completan contando de uno en uno. El conteo saltado se considera esencialmente como una adición repetida.

Hechos numéricos derivados

Cuando se sabe el resultado de una operación sin tener necesidad de contar o representar los números involucrados, se dice que se ha realizado un hecho numérico. Los hechos numéricos básicos son los resultados memorizados, a partir de los cuales se desarrollan los hechos numéricos derivados. Por ejemplo: Ramiro tiene 5 dulces, Gabriela le regala 7 dulces. ¿Cuántos dulces tiene ahora Ramiro? El niño puede responder $5 + 5 = 10$ más $2 = 12$. Utiliza el hecho numérico básico de $5 + 5$ y aumenta las unidades que le faltan incluir para resolver el problema.

Diseño de investigación

Se presenta una investigación de tipo cualitativo “donde la información obtenida se analiza e interpreta más en términos de procesos y eventos que en términos de datos sujetos a cuantificación” (Buenrostro, 1998). De esta manera, las estrategias de solución de los niños se sometieron a un análisis de tipo cualitativo en el que se observaron las semejanzas y diferencias en sus ejecuciones.

Es un estudio exploratorio con el que se pretende obtener información preliminar respecto a las estrategias de los niños. Se espera que dicha información permita la realización de estudios posteriores. Así mismo, concurre un estudio de casos en el que se analizan las particularidades de las estrategias que cada niño presenta al resolver los problemas multiplicativos planteados (Merriam, 1998)

Respecto a la concepción de validez que mantiene el estudio, conviene presentar algunas consideraciones hechas por Jaworski (1998):

...no hay una forma en la que pueda concebirse a las interpretaciones o conclusiones de esta investigación como correctas o ciertas. Aquí, la validez no tiene el significado objetivo que tiene en la investigación positivista. Se puede argumentar que tal significado muchas veces deriva de una estrechez y definición poco realista. El rigor de investigación en este estudio descansa en

incorporar los resultados en su naturaleza y contexto ampliamente situados y en abrir los detalles de esta incorporación. El papel central del investigador y las implicaciones que resultan deben juzgarse a través de la validez de lo que es ofrecido en éste y otros escritos, dado que la validez reside, en última instancia, en el grado en el que un lector informado es convencido de lo que está escrito (p.127).

Propósitos del Estudio

- Detectar y describir las estrategias que emplea un grupo de niños que cursan alguno de los tres primeros grados de primaria para resolver problemas multiplicativos de agrupamiento, arreglos rectangulares, razón y precio.

Comparar las estrategias encontradas en este estudio con las estrategias reportadas en investigaciones anteriores.

PARTICIPANTES

La investigación se llevó a cabo con quince niños (cinco de primer grado, cinco de segundo y cinco de tercero) que asisten al Programa de Atención al Bajo Rendimiento Escolar (PABRE). Cabe mencionar que la mayoría de estos niños son remitidos por sus maestros debido al bajo aprovechamiento que presentan, o bien, por estar en riesgo de reprobación.

Obtención de Datos

Los datos se recolectaron mediante la aplicación del instrumento denominado “Evaluación Informal de Problemas Multiplicativos”, empleando la técnica de entrevista. A continuación se presenta una descripción minuciosa de las características de la evaluación informal y del tipo de entrevista clínica utilizado.

Evaluación Informal de Problemas Multiplicativos

Este instrumento fue construido bajo la dirección de Buenrostro, A. considerándose autores García, L. y Acevedo, H. (2000). El propósito de esta prueba consiste en dar cuenta de las estrategias que usa un grupo de niños de primero, segundo y tercer grado de primaria ante cuatro tipos de problemas multiplicativos. La selección de problemas está basada en la aportación de Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson (1999), de la cual se distinguen los problemas de agrupamiento, razón, precio y arreglos rectangulares. Esta prueba plantea tareas semejantes a los problemas que aparecen en los libros de texto que proporciona la Secretaría de Educación Pública para segundo y tercer grado de la educación primaria. El contenido de la evaluación fue sometido a un proceso de validación mediante la revisión por parte de seis profesores titulares de los tres primeros grados de una primaria pública.

La evaluación informal contiene ocho problemas multiplicativos: dos de agrupamiento, dos de arreglos rectangulares, dos de precio y dos de razón. Cada tipo de problema se presenta en dos versiones; las primeras versiones de los problemas de agrupamiento y arreglos rectangulares permiten observar todos los objetos contenidos en las colecciones o arreglos, mientras que las segundas no lo permiten. Para los problemas de precio y razón, la primera versión maneja cantidades de una cifra, mientras en la segunda aparecen cantidades de dos cifras.

Tabla 1. Problemas multiplicativos contenidos en la evaluación informal

TIPO DE PROBLEMA	SITUACIÓN PLANTEADA
Agrupamiento (1)	El trenecito tiene 4 vagones y en cada vagón hay 6 niños, ¿cuántos niños hay en todo el tren?
Agrupamiento (2)	Hay 4 naves espaciales, en cada una hay 7 niños, ¿cuántos niños hay dentro de todas las naves?
Arreglos rectangulares (1)	Los payasos de tela están acomodados en filas, hay 8 filas y cada una tiene 6 payasos, ¿cuántos payasos hay en total?
Arreglos rectangulares (2)	En el juego de tiro al globo hay 7 filas, cada una va a tener 6 globos, ¿cuántos globos habrá en total?
Precio (1)	Luis compró 4 paletas, cada paleta le costó 8 pesos, ¿cuánto pago por todas las paletas?
Precio (2)	El papá de Luis compró 12 algodones de azúcar, cada algodón costó 3 pesos, ¿cuánto pagó por los 12 algodones?
Razón (1)	Luis tiró 6 canicas que cayeron en lugares que valían 4 puntos cada uno, ¿cuántos puntos juntó Luis?
Razón (2)	En el juego de tiro con rifle Luis tiró 12 patos, cada uno valía 6 puntos, ¿cuántos puntos logró juntar Luis?

Entrevista

La entrevista empleada en esta investigación se concibe como un método flexible y no estandarizado de cuestionamiento que permite el acceso al pensamiento matemático del niño. La entrevistadora proporcionó tareas específicas y aunque usualmente se comenzó con preguntas determinadas, fue libre de modificarlas para lograr la comprensión del pensamiento del participante.

Análisis de resultados

El carácter exploratorio de las entrevistas durante la aplicación de la prueba informal de problemas multiplicativos permitió detectar las estrategias a las que un grupo de estudiantes recurre para solucionar los problemas planteados. A continuación se describe cada una de ellas:

Tabla 2. Descripción de estrategias detectadas en la investigación

ESTRATEGIA	DESCRIPCIÓN
Dibujo	Esbozar objetos, rayas o cualquier elemento que ayude a representar las cifras expuestas en el problema.
Conteo de uno en uno desde el inicio	Enunciar la serie numérica desde el número uno.
Conteo de uno en uno a partir del grupo	Mencionar la serie numérica a partir de uno de los números proporcionados en el problema.
Conteo de uno en uno a partir de cierto número	Complemento de un hecho numérico básico o de alguna operación matemática. Es la continuación de la serie numérica a partir del último número considerado.
Conteo de dos en dos desde el inicio	Enunciar la serie numérica de dos en dos (2,4,6,8...)
Conteo de tres en tres desde el inicio	Decir la serie numérica avanzando de tres en tres (3,6,9,12...)
Conteo de cuatro en cuatro desde el inicio	Mencionar la serie numérica de cuatro en cuatro (4,8,12...)
Algoritmo escrito	Plasmar en papel alguna operación.
Suma	Realizar la operación aritmética, considerando el resultado de dos hechos numéricos básicos o los datos proporcionados en el problema.
Evocación de tabla de multiplicar	Recordar el resultado de alguna multiplicación utilizada con frecuencia.
Multiplicación	Plantear esta operación como herramienta para solucionar el problema.
Hecho numérico básico	Nombrar de inmediato el resultado de una operación.

El estudio minucioso de estas estrategias, admite enriquecer las propuestas por Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson (1999). El *dibujo* está incluido en el modelado directo y el conteo deriva seis modos diferentes de llevarlo a cabo. Se innova el *algoritmo escrito*, la *suma*, *evocación de tabla de multiplicar*, *multiplicación* y *hecho numérico básico*. Los hechos numéricos derivados no se consideran debido a que en el presente estudio, ningún caso recurrió a dicha estrategia.

En general, la estrategia más utilizada para resolver las situaciones planteadas fue el conteo de uno en uno desde el inicio, seguida del conteo de uno en uno a partir del grupo. El conteo de uno en uno a partir de cierto número, hecho numérico básico,

suma y evocación de tabla de multiplicar fueron estrategias utilizadas en menor grado y en combinación de unas con otras.

Los participantes de primer grado fueron los únicos que recurrieron al *dibujo*, además utilizaron diversos conteos, privilegiando el *conteo de uno en uno desde el inicio*. Los alumnos de segundo grado hicieron uso frecuente de la última estrategia mencionada, así como de la *suma*, el *hecho numérico básico* y la *evocación de la tabla de multiplicar*. El *algoritmo escrito* y la *multiplicación* son estrategias utilizadas exclusivamente por los niños de tercer grado; el *conteo de uno en uno desde el inicio* permanece como herramienta, aunque se presenta con menor frecuencia.

Conclusiones

La variedad de estrategias empleadas para resolver los problemas expuestos y la perseverancia del *conteo de uno en uno desde el inicio* como una herramienta recurrente en su solución, presume que el grado escolar que se cursa, no implica el uso de estrategias más elaboradas o económicas. Al respecto, es prudente mencionar que los diversos métodos utilizados (estrategias) son correctos en su totalidad, aunque en situaciones que involucran cantidades mayores, no son prácticos.

La información obtenida da lugar a otro tipo de investigaciones, las cuales pueden profundizar los resultados aquí reseñados. Por ejemplo, sería conveniente diseñar situaciones didácticas en las que se proponga a los niños el uso de estrategias más elaboradas. A su vez, sería oportuno indagar los efectos que tendría el aprendizaje con una presentación cuidadosa de los diferentes tipos de problemas.

Bibliografía

- Buenrostro, A. (2003). Aritmética y bajo rendimiento escolar. Tesis de doctorado. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional: México.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L. & Empson, S. B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann-NCTM.
- García, L. y Acevedo, H. (2000). Estrategias de solución ante problemas multiplicativos. Tesis de licenciatura. Universidad Nacional Autónoma de México: México.
- Jaworski, B. (1998). The centrality of the researcher: Rigor in a constructivist inquiry into mathematics teaching. En Teppo, A.R. (Ed.), *Qualitative research methods in mathematics education. Journal for Research in Mathematics Education Monograph, 9*, 112-127.
- Kouba, V. & Franklin, K. (1993). Multiplication and división: sense making and meaning. En: Jensen, R. (Ed.), *Research Ideas for the classroom: Early Childhood Mathematics* (103-126). Macmillan Publishing Company.
- Merriam, S.B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Nesher, P. (1989). Multiplicative school word problems: theoretical approaches and empirical findings. En: J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (pp.20-37). Virginia: Lawrence Erlbaum Associates.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. En: R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes* (pp.141-161). New York: Academic