

## LA TEORÍA APOE Y SU APLICACIÓN EN LA TRADUCCIÓN DE ENUNCIADOS DEL LENGUAJE NATURAL AL LENGUAJE DE LA LÓGICA DE PRIMER ORDEN

José Luis Ramírez, Carmen Azcárate y Felip Manyà.  
 CONAYT,; U. A. de Barcelona,; U. P. Lleida.  
 México y España

[jllram\\_bcn@yahoo.es](mailto:jllram_bcn@yahoo.es); [Carmen.Azcarate@uab.es](mailto:Carmen.Azcarate@uab.es); [felip@eup.udl.es](mailto:felip@eup.udl.es)

### **Resumen:**

Este trabajo es de carácter empírico-teórico y en él se describirán algunas de las dificultades observadas en estudiantes de Informática y Sistemas Computacionales, cuando intentan usar el lenguaje de la Lógica de primer orden (LPO) para representar enunciados del lenguaje natural (común), en un primer curso de Lógica. Las dificultades que se observaron, en la población de estudiantes a los que se les aplicó un cuestionario piloto, se relacionan con: enunciados cuantificados, sobre todo aquellos que contienen doble cuantificador ( $\forall\exists$  y  $\exists\forall$ ); enunciados cuantificados con una implicación material y enunciados donde hay alguna negación. Se utiliza la teoría APOE para explicar el proceso de traducción indicado. Se proponen tres etapas para la traducción de enunciados del lenguaje natural al lenguaje de la LPO y se describen las estructuras mentales que se deberían desarrollar para tener un mayor éxito en dicha traducción (o formalización). En este trabajo se describe una descomposición genética para una de las etapas propuestas.

### **Introducción**

En los primeros cursos de Lógica impartidos en las carreras de Informática o Sistemas Computacionales, los estudiantes tienen muchas dificultades al tratar de usar el lenguaje de dicha lógica como un medio para representar e interpretar los enunciados del lenguaje común con los que se describe el mundo. Como Carlos Oller [Oller, C. 2000] afirma: “es una experiencia común, compartida por la mayoría de los profesores de lógica, que los estudiantes encuentran las tareas de formalización aún más difíciles que otras tareas tales como la construcción de demostraciones”.

Algunas de las dificultades descritas en este artículo ya han sido estudiadas desde el punto de vista teórico del lenguaje, pero hay muy pocos trabajos enfocados desde el proceso de enseñanza-aprendizaje y centrados en la traducción de enunciados, en ese sentido este es un primer intento para abordar esta problemática.

### **La traducción de enunciados del Lenguaje natural al Lenguaje de la lógica de primer orden.**

El problema que se está estudiando es el conjunto de dificultades que se presentan cuando se plantea a un estudiante la traducción (formalización o reconocimiento de la estructura lógica) de un enunciado dado en el lenguaje común (lenguaje inicial), al lenguaje de la Lógica de primer orden (LPO).

En un primer curso de lógica de predicados, a pesar de las indicaciones que se dan, se han observado diversos tipos de dificultades en el proceso de traducción. Se tienen evidencias de esas dificultades ya que se han aplicado cuestionarios a estudiantes de Informática y Sistemas Computacionales. Los cuestionarios se aplicaron en dos grupos: uno del *cenidet* (Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico) de 10 estudiantes y el otro de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma

de Guerrero (UAG) de 11 estudiantes. Los cuestionarios abarcan dos aspectos tratados en el curso de Lógica: traducción de enunciados y problemas de deducción de conclusiones. La traducción de enunciados abarca tanto a la Lógica proposicional como de predicados. En este reporte solo se comentan las dificultades asociadas al usar la lógica de predicados en el grupo del *cenidet*.

### **2.1.- Dificultades en la traducción de enunciados en lógica de predicados (LPO).**

En los cuestionarios aplicados a los estudiantes del *cenidet*<sup>17</sup>, sobre la traducción de enunciados utilizando LPO, se observaron las siguientes dificultades:

- No se diferencia claramente entre una proposición y un predicado.
- Incluyen la negación como parte del predicado.
- En el predicado incluyen los cuantificadores.
- No asociar al cuantificador universal una implicación, sin hacer referencia explícita al universo.
- Hay una tendencia a utilizar predicados unarios en lugar de binarios.
- La mayoría de los estudiantes dan por entendido o supuesto el universo y no hacen referencia al conjunto al que pertenecen los individuos.
- Intercambiar el orden de los cuantificadores en enunciados con doble cuantificación ( $\forall\exists$  y  $\exists\forall$ ).

El conjunto de dificultades que se ha presentado no es exhaustivo, pero permite clarificar algunos aspectos de la problemática que se está estudiando.

### **La teoría APOE y la traducción de enunciados.**

Para el análisis del problema educativo descrito, desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas, se usará la teoría APOE, propuesta por un grupo de investigadores agrupados en lo que se denomina RUMEC (Research in Undergraduate Mathematics Education Community).

El enfoque investigativo está basado en la teoría APOE [Asiala et al., 1996] y tiene tres componentes:

- Un análisis teórico inicial sobre lo que significa comprender un concepto y cómo esa comprensión puede ser construida por un aprendiz.
- Un tratamiento instruccional que se enfoca directamente en tratar de lograr que los estudiantes elaboren las construcciones identificadas en el análisis teórico.
- La implementación de la propuesta instruccional conduce a la obtención de datos, los cuales son analizados en el contexto de la perspectiva teórica.

Las investigaciones pasan a través del ciclo de las tres componentes y se refinan (tanto como se necesite) la teoría y el tratamiento instruccional. En general se puede decir que se requiere repetir el ciclo varias veces para obtener resultados estables.

El propósito del análisis teórico de un concepto, es el de proponer un modelo de cognición, esto es, una descripción de las construcciones mentales específicas que un

---

<sup>17</sup> En el anexo 1 se presentan las preguntas de los cuestionarios asociadas a la Lógica de predicados que se aplicaron al grupo del *cenidet*.

aprendiz podría elaborar con el fin de desarrollar su comprensión del concepto. El resultado del análisis teórico es lo que se denomina la “*descomposición genética del concepto*”.

El análisis se basa, principalmente, en:

- a) la comprensión que tienen los investigadores sobre el concepto en cuestión y en sus experiencias como aprendices y enseñantes del mismo.
- b) Investigaciones previas sobre el concepto.
- c) Observaciones clínicas de los estudiantes en el proceso de aprendizaje del concepto estudiado.

Para la elaboración de una propuesta de una descomposición genética determinada, se considera que:

- La comprensión de un concepto matemático comienza con la manipulación de objetos físicos o mentales, previamente construidos, para formar *acciones*, entonces las acciones se interiorizan para formar *procesos*, los cuales se encapsulan para formar *objetos*. Los objetos pueden ser des-encapsulados hacia los procesos a partir de los cuales fueron formados. Finalmente las acciones, procesos y objetos pueden ser organizados en *esquemas*.

En esto consiste la teoría APOE, que se puede esquematizar en la figura 1.

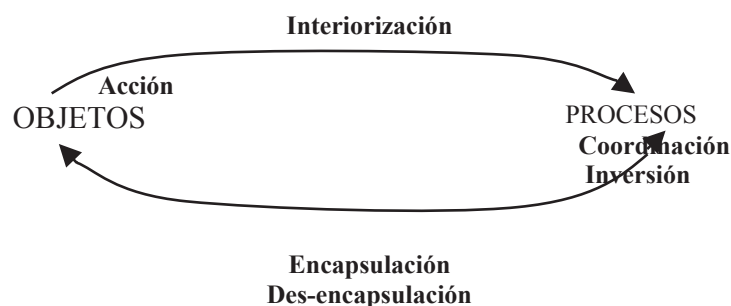


Figura 1.

Las construcciones son las acciones, los procesos, los objetos y los esquemas, mientras que los mecanismos para hacer esas construcciones son: interiorización, coordinaciones, reversiones, encapsulaciones y des-encapsulaciones.

Con los conceptos de acción, proceso, objeto y esquema y los mecanismos de construcción (internalización, encapsulación y tematización) se describe lo que se denomina la “descomposición genética de un concepto”.

### **Una descomposición genética para la traducción de enunciados con la LPO.**

De acuerdo a la teoría APOE el primer paso en el proceso investigativo es la elaboración de una descomposición genética del concepto que se pretende enseñar. En nuestro caso el concepto de traducción (formalización) de enunciados del lenguaje natural al lenguaje de la lógica de primer orden.

El primer paso, en la traducción, es identificar a que hace referencia el enunciado, es decir, identificar un universo sobre el que el enunciado dice algo. Teniendo una idea del sentido del enunciado, una forma de abordar la traducción es identificando los elementos constitutivos de cada lenguaje (inicial y final) y llevar a cabo la asociación o correlación entre cada uno de ellos para realizar la transformación deseada.

Después de analizar el enunciado y tratar de identificar cada uno de sus componentes (predicados, conectivos y cuantificadores), se plantea la primera propuesta (o primer intento) de su formalización. Después se verifica que la expresión resultante sea una fórmula bien formada del lenguaje lógico y finalmente, a manera de comprobación, se trata de verificar si la fórmula propuesta representa (o corresponde) con el enunciado dado. Para facilitar las cosas, la traducción de enunciados se descompondrá en las siguientes etapas:

Traducción o formalización del enunciado		
Enunciado → Representación	Análisis sintáctico	Representación → Enunciado

De acuerdo con la teoría APOE, se propone una descomposición genética para cada una de ellas.

En este artículo solo se hará referencia a la etapa Enunciado → Representación.

La descomposición genética propuesta para la etapa Enunciado → Representación es:

- 1.- Interiorizar la acción de identificar los predicados y el dominio o universo del enunciado.
- 2.- Interiorizar la acción de identificar los conectivos tanto implícitos como explícitos del enunciado.
- 3.- Interiorizar la acción de identificar los cuantificadores que aparecen en el enunciado tanto explícita como implícitamente.
- 4.- Interiorizar la acción de asignar variables tanto a predicados como a individuos del universo.
- 5.- Interiorizar la acción de asociar al cuantificador universal una implicación material, dependiendo del universo seleccionado, y al cuantificador existencial se le asociará una conjunción, dependiendo del caso.
- 6.- Encapsular el proceso de asociación de una fórmula bien formada a un predicado simple.
- 7.- Coordinar dos o más predicados simples con los conectivos y los cuantificadores, tomando en cuenta el alcance de cada uno de ellos, para construir la fórmula bien formada de cada una de las proposiciones compuestas que componen el enunciado.
- 8.- Encapsular el proceso de construcción de la fórmula bien formada asociada a cada proposición compuesta que forma parte del enunciado.
- 9.- Coordinar las fórmulas asociadas a cada proposición compuesta del enunciado, con los conectivos y cuantificadores, tomando en cuenta el alcance de cada uno de ellos, para obtener la representación (fórmula) que se le asocia al enunciado.

Esta propuesta de descomposición genética para la traducción de enunciados del lenguaje común al de la lógica de primer orden (en particular la lógica de predicados) nos permite elaborar un sistema de ejercicios o problemas con los que se pretende propiciar la construcción, por parte de los estudiantes, de las estructuras mentales (acciones, procesos, objetos, esquemas) que faciliten el aprendizaje de dicha traducción.

### Conclusiones.

En este trabajo se muestran los resultados de una investigación, en la que se estudian las dificultades que se tienen al traducir enunciados del lenguaje natural al lenguaje de la LPO.

La teoría elegida para el estudio de la problemática descrita ha permitido hacer un análisis del proceso de traducción y en la descomposición genética propuesta se pueden observar las acciones mínimas que posibilitarían un mejor aprendizaje, reflejado en las estructuras mentales que se deben formar en un proceso instructivo. Dicha descomposición genética se elaboró con base en los resultados de diversos cuestionarios aplicados sobre el tema, el análisis del contenido formal de la definición del lenguaje de la LPO y la experiencia de los investigadores involucrados.

La descomposición genética propuesta servirá como un elemento de orientación en la construcción de una propuesta de ejercicios que, en teoría, propicie la construcción, por parte de los estudiantes, de las estructuras mentales que se requieren para llevar a cabo, con cierto éxito, la traducción de enunciados en estudio.

### Bibliografía.

- Asiala, M., Brown, A., DeVries, D. J., Dubinsky, E., Mathews, D., y Thomas, K., (1996). A framework for research and development in undergraduate mathematics education. *Research in Collegiate Mathematics Education*, 2, 1-32.
- Amor J. A. (1994). Sobre un curso de Análisis Lógico, *Revista Educación Matemática*. Vol.6 No.2. Ed. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Barnard, T., (1995). The Impact of 'Meaning' on Students' Ability to Negate Statements, *Proceedings of the 19<sup>th</sup> PME Conference*, Vol.2, Recife, Brazil.
- Cuena, J. (1986). *Lógica Informática*, Editorial Alianza, segunda edición., México
- Deaño, A., (1978): *Introducción a la lógica formal*. Madrid: Alianza Universidad.
- Dubinsky E. et al. (1988) The student's Construction of Quantification, *For the Learning of Mathematics*, 8 (2).
- Dubinsky E y Yiparaki O.,(1996). Predicate Calculus and the Mathematical Thinking of Students, *DIMAC Symposium on Logic in a Illogical Word*.
- Dubinsky E., (1997). On learning quantification, *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 16(2/3), p 335-362
- Dubinsky E y Yiparaki O., (2000). On Student Understanding of AE and EA Quantification *Research in Collegiate Mathematics Education*, Vol. 4 (pp 239-289). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Oller C.,(2000) The Teaching of Formalization in First Order Logic And its Problems *First International Congress on Tools for Teaching Logic*, Salamanca, España.
- Ramírez J. L. y Juárez C. M. (1996), Problemas en el aprendizaje de la lógica de predicados: la traducción del lenguaje coloquial (escolarizado) a fórmulas bien formadas. *Memorias del RELME11*, Michoacán, México.
- Selden J. & Selden A. (1995), Unpacking the Logic of Mathematical Statements *Educational Studies in Mathematics Vol. 29, N° 2*.

ANEXO 1: CUESTIONARIOS QUE SE APLICARON EN EL CENIDET.

(Solo se presentan las preguntas relacionadas con la problemática de la investigación).

CUESTIONARIO 1  
FEB-2000

NOMBRE: \_\_\_\_\_

1) Indica, señalando la letra, cuál de las siguientes frases es una proposición.

- a) En este cuestionario hay 500 palabras.
- b) Primero escribe tu nombre.
- c)  $X$  es menor de 3.
- d) 11 es un número primo.

....

9) ¿Cuál es la diferencia entre un predicado y una proposición?

10) ¿Cuál es la simbolización del enunciado: “Cada elemento  $e_i$  de la lista desde  $e_1$  hasta  $e_{21}$  es distinto de 9”? Defina los predicados que considere necesarios.

11) ¿Cuál es la simbolización del enunciado: “Existe un elemento de la lista ( $e_1, e_2, \dots, e_n$ ) que es cero”? Defina los predicados que considere necesarios.

CUESTIONARIO 2

(FEB-2000)

NOMBRE \_\_\_\_\_

3) Encuentre la estructura lógica de los siguientes enunciados:

- a) Alguien no terminó la tarea.
- b) Todo lo que está en la tienda está etiquetado con el código de barras o con su precio.
- c) Nadie es perfecto.
- d) A Martha le gustan todos aquellos jóvenes a los que no les gusta Margarita.

4) Formalizar el siguiente enunciado: “Si alguna de las personas que están en el dormitorio tiene un amigo que tiene varicela, entonces todos los del dormitorio deberán quedarse en cuarentena”.

...

12) Formalizar y comprobar si es correcta la siguiente deducción:

“Algunos Guerrerenses son amigos de todos los Poblanos. Ningún Guerrerense es amigo de los aficionados al tenis. Por lo tanto, ningún Poblano es aficionado al tenis”