

DETECCIÓN DE LOS MODOS DE RAZONAMIENTO PROPICIADOS POR EL DOCENTE DE ÁLGEBRA

Miguel Eslava Camacho, Eréndira Valdez Coiro
ISCEEM, Toluca Estado de México
meslava@itesm.mx, erevalco@att.net.mx

Resumen

Interesa a este estudio detectar modos de razonamiento matemático propiciados en los alumnos desde las prácticas docentes de los profesores. Se pretende hacer un estudio de casos en donde se identifiquen estos razonamientos. Algunas de las preguntas guía de este estudio son: ¿Qué relación hay entre los propósitos de la asignatura con el perfil de egreso de la educación media superior? ¿De que manera influye la formación del profesor en su práctica docente y que modos de razonamiento desarrolla dentro de esta? ¿Qué es lo que busca el profesor en la bibliografía y qué fuentes consulta y dónde las consulta? ¿Cuál es la dinámica ambiental dentro del aula? ¿qué tipo de actitudes se generan en el aula? ¿se favorecen sujetos críticos y reflexivos, con la posibilidad de expresarse y de preguntarse? ¿Qué tipo de actitudes muestran los alumnos? bajo la perspectiva de los modos de pensamiento analizados por Sierpinska, quien maneja los modos geométrico–sintético, analítico-aritmético y analítico-estructural. Frente a los altos índices de reprobación de los alumnos de Bachillerato General en la asignatura de Álgebra, surge el desafío para los docentes de reemplazar la memorización por una comprensión más profunda. Lo que se pretende es que las matemáticas sean, para el estudiante, herramientas funcionales y flexibles que le permitan resolver las situaciones problemáticas que se le planteen, en diversos ámbitos. A la perspectiva técnica se opone la perspectiva práctica, a los dos puntos de vistas mencionados se agrega un nuevo enfoque: estratégico, donde las actividades educativas están históricamente localizadas, las cuales tienen un lugar, sobre un trasfondo socio histórico y proyectan una visión de la clase de futuro que deseamos construir.

Justificación.

La educación responde a las necesidades de la sociedad. Las matemáticas son un fenómeno cultural (Bishop, 1999). De acuerdo a las experiencias obtenidas en la práctica docente, se deduce que el proceso didáctico representa mayor dificultad que otras asignaturas, tanto en su enseñanza como en su aprendizaje. Al pretender enseñar no se consideran muchos y muy diversos factores: la naturaleza intrínseca de los diferentes contenidos matemáticos (*obstáculo epistemológico*; Bachelard, 1938) la forma como se enseñan éstos mismos (*obstáculo didáctico*; Chevallard, Bosch y Gascón, 1997) la predisposición del alumno a la materia; las características y necesidades del grupo en general y de cada alumno en particular; el enfoque que se le pretende dar a la matemática escolar en el currículo vigente; el perfil de egreso del alumno del nivel medio superior, entre otros aspectos. Al no considerar lo anterior (por desconocimiento u omisión) lo lleva a reproducir los patrones con los que él aprendió. Mi labor docente me ha llevado a cuestionar la manera cómo se enseña, cómo se aprende y con que elementos contamos para poder fortalecer y apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en general y del álgebra en particular, en el tema de sistemas de ecuaciones lineales en el plano, en alumnos del nivel medio superior del municipio de Toluca del Estado de México, bajo la perspectiva de los modos de pensamiento distinguidos por Anna Sierpiska (1996), quien maneja principalmente los modos *geométrico–sintético*, *analítico-aritmético* y *analítico-estructural*. Estos modos de razonamiento los entiende como secuencias en

el desarrollo del pensamiento algebraico, siendo los dos primeros los que se deben desarrollar en el nivel antes citado. Sobre la base de lo anterior abordamos la problemática del índice de reprobación de los alumnos en las asignaturas de Álgebra II, Álgebra I y Física I reportados en el Informe de actividades 2002 de la Subdirección de Bachillerato General del Estado de México, en el cual se señala que los esfuerzos no han sido suficientes y que la realidad es cada vez más compleja representando nuevos retos para alumnos y docentes, situación que exige nuevas formas de enseñar, para dar a conocer estos campos. Con este proceso vital resuelto en un mundo de tensiones, el profesor debe ingeniárselas para que le presten atención y se interesen en las matemáticas que están estipuladas en los planes y programas actuales. El compromiso con su trabajo es impulsado por cuatro necesidades a cubrir: "... ser reconocido, expresarse a sí mismo, comprensión y por último implicarse con otros o prestarles la debida atención..." (Strong, Silver y Robinson 1995). Estas necesidades proporcionan una buena base para que los profesores puedan estructurar su trabajo con jóvenes curiosos, imaginativos y sociables que desean superarse. Los profesores de matemáticas son quienes reforman o no la enseñanza y definen el impacto que tiene esta asignatura en los estudiantes, dependiendo de su práctica del docente. Por medio de un estudio de casos se detectará el modo o los modos de razonamiento matemático que los docentes propician en los alumnos.

Antecedentes. En el contexto de las instituciones que atienden el servicio de educación media superior en el Estado de México, el Bachillerato General es la opción que absorbe una mayor cantidad de matrícula (atiende el 12% del país) respecto al sector autónomo, federal y particular. El desarrollo del servicio de bachillerato general se funda en una serie de directrices que tienen que ver con las contenidas en el programa Nacional de Educación 2001-2006 y en el Programa Institucional a mediano plazo 2000-2005, además de las planteadas en el Plan Maestro, bases y líneas de trabajo para el bachillerato general 2001-2005. En estos documentos se delinea la plataforma que orienta los programas, proyectos y acciones que desarrolla el subsistema educativo; las prácticas, los procesos, los resultados y los productos. La relación escuela-realidad está presente en los procesos de intervención. Las condiciones y circunstancias que conforman este contexto de realidad, tienen que ver con variables que devienen de ámbitos locales, regionales, nacionales y globales, sobre todo de estos últimos que de manera inevitable repercuten en la escuela. El diagnóstico presenta el mayor índice de reprobación en álgebra, situación que exige nuevas estrategias de enseñanza y la capacitación del personal docente para superar incongruencias respecto de las necesidades de Planes y Programas de Estudio manifiestas en el proceso de enseñanza². Las matemáticas son un producto del quehacer humano. Muchos desarrollos importantes de esta disciplina han partido de la necesidad de resolver problemas concretos. Se pretende que las matemáticas sean para el estudiante herramientas funcionales y flexibles que le permitan resolver las situaciones problemáticas que se le planteen, en diversos ámbitos, allí radica la importancia de crear conocimientos significativos en los alumnos, por sus variadas repercusiones.

² Informe de actividades 2002 de la Subdirección de Bachillerato General. Pp. 9

La perspectiva técnica, la práctica y la estrategia de la educación

El punto de vista técnico sobre la educación suele ser el más difundido. En el planteamiento de la enseñanza y el currículum, las provisiones educativas se tratan como conjuntos destinados a una finalidad definida; se trata de convencer que los problemas de la educación no son más que obstáculos de un “sistema de aprovisionamiento” (criterio materialista), superables mediante mejoras técnicas; en donde no se hace necesario ocuparse de las finalidades de la educación, ni de los efectos secundarios de unas tradiciones injustas o de unos sistemas inadecuados, tampoco de los trastornos sociales que exigen de los jóvenes otros conocimientos, aptitudes y capacidades. La imagen de la educación aparece en un medio marcado por la institucionalización de la enseñanza, la relativa uniformidad en la organización de las clases, la sistematización de la curricula y la burocratización de los profesionales, concibiendo que la tarea de la clase se puede describir completamente con el lenguaje de la técnica.

La Perspectiva práctica

Desde este punto de vista la educación constituye esencialmente un proceso o una actividad, que tiene lugar en situaciones sociales (fluidas y abiertas) de gran complejidad, cuyos protagonistas han de tomar un gran número de decisiones. El enfoque práctico asume que el mundo social es, en suma, demasiado fluido y reflexivo, para permitir la sistematización y que los hechos escolares o de la vida de la clase, nunca dejarán de tener un carácter abierto e indeterminado. La influencia sólo puede ejercerse mediante la deliberación práctica y la intervención medida y razonada, en la vida de la clase. La práctica no se deja reducir al control técnico. La destreza profesional desde este punto de vista, no consiste en diseñar un conjunto de secuencias de medios o técnicas que conduzcan a los alumnos, hacia unos resultados de aprendizaje previstos, sino en una orientación y reorientación, siempre espontáneos y flexibles del aprendizaje, orientadas por una lectura perceptiva de los sutiles cambios y reacciones de los demás participantes. Para describir los procesos de la educación, el lenguaje de lo práctico, que identifica y nombra aspectos de la educación, que no captaba la perspectiva técnica; en particular, cuando predomina el lenguaje técnico, se elimina inadvertidamente la dimensión moral de la educación; es por ello que para que estos dos puntos de vista, se vean en su relación mutua, surge la necesidad de crear un lenguaje nuevo, que describa la educación dando cuenta de sus aspectos prácticos y técnicos, es decir identificando los elementos sistémicos institucionales e instrumentales (medios/fines) de la educación, así como su carácter práctico y moral.

La Perspectiva estratégica

Desde este punto de vista estratégico, todos los aspectos de un acto educativo pueden considerarse problemáticas: Su propósito, la situación social que reproduce o sugiere su manera de crear o limitar las relaciones entre los participantes, la clase de medio en que opera (pregunta-respuesta, recitado, simulación, juego, memorización) y la clase de conocimientos a que da forma. Las actividades educativas están históricamente localizadas, las cuales tienen un lugar, sobre un trasfondo

sociohistórico y proyectan una visión de la clase de futuro que deseamos construir, en la conciencia de que la educación constituye una actividad social, cuyas consecuencias son sociales, y no sólo cuestión de desarrollo individual; también es intrínsecamente política, pues afecta a las oportunidades vitales de los que intervienen en el proceso educativo, están en condiciones de influir sobre el carácter y las expectativas de los futuros ciudadanos.

El saber de los maestros

Parte de lo que saben los maestros, tienen sus raíces en el hábito, el ritual, el precedente, la costumbre, la opinión o las meras impresiones y otros saberes, como podría ser el de una teoría sobre las diferencias entre las aptitudes individuales, son esencialmente abstractas, siendo preciso estudiar sus implicaciones concretas a fin de retomarlos bajo la perspectiva del análisis crítico; bajo este análisis los problemas y cuestiones educacionales no siempre se reducen a la esfera individual, sino que pueden asumir una dimensión social y su resolución satisfactoria exige una acción colectiva o común. *“Una teoría crítica de la educación demanda, además de una disposición para pensar críticamente, una comunidad crítica de profesionales dispuestos a emprender un examen de la profesión enseñante, así como de las circunstancias bajo las cuales está desempeñando su misión”* Carr, W. y Kemmis S. (1988).

La acción estratégica está informada por cierto marco de pensamiento o racionalidad y cuenta además con una práctica que le confiere significado material, es más idónea para la reflexión crítica. Su racionalidad se funda en la idea del esfuerzo en colaboración entre docentes y estudiantes y su alcance práctico es el de un arreglo operativo que puede beneficiar a unos y a otros en la empresa común. Teoría y práctica se contemplan como provisionales y susceptibles de modificación a la luz de la experiencia. Algunos tipos de conocimiento proporcionan un fundamento más eficaz que otros a la reflexión crítica, puede bastar con atender a los tipos de saberes que los enseñantes poseen y utilizan en su trabajo; siendo un aspecto esencial de la educación como praxis.

- *Los de sentido común de la práctica*, que constan simplemente de suposiciones u opiniones.
- *El saber popular de los docentes*. Es el que se adquiere con la experiencia, al entender lo que les inquieta a sus alumnos.
- Serie de *destrezas* para la conducción de grupo
- *Saberes contextuales*; lo que se sabe de esta clase, de la comunidad o del alumno en concreto, nos da la referencia para valorar la relevancia de las tareas.
- *Conocimientos profesionales* sobre las estrategias de la enseñanza y sobre el currículum, sus posibilidades, sus formas, su sustancia y sus efectos.
- *Las ideas relacionadas con las teorías morales y sociales y los planteamientos filosóficos*; sobre como pueden y deben interrelacionarse las personas, sobre el desarrollo y la reproducción de las clases sociales, sobre la aplicación del saber en la sociedad, ó sobre la verdad y la justicia.

Algunos de nuestros *“saberes”* se derrumbarán tan pronto como empecemos a tomarlos en serio como guía para la acción; otros resultarán modificados, profundizados y mejorados a través del análisis y de la verificación activa. El análisis crítico sólo es posible cuando lo teórico (*el saber organizado*) y lo práctico (*la acción organizada*), pueden tratarse bajo el prisma de una problemática unificada, abierta a la reconstrucción dialéctica (*la teoría y la práctica mutuamente integradas*), a través

de la reflexión y la revisión. Dentro de los saberes profesionales y contextuales, se encuentra el programa a desarrollar, en el cual no sólo se localizan a groso modo los contenidos temáticos, sino también una parte muy importante: Los propósitos del curso y de cada tema, los cuales son de diferente tipo: procedimental, conceptual y actitudinal, de ahí la variedad y pertinencia de cierto diseño de estrategia de enseñanza. Para lograr el éxito de estos propósitos, el docente y los alumnos tienen que tener claras las normas que van a regular las diferentes interacciones entre ellos, definido como: “*contrato didáctico*”, éste va a regular la interacción social entre los diferentes actores en el contexto del aula, el cual va a variar dependiendo del propósito, esto es:

Propósito	Responsabilidad del profesor	Responsabilidad del alumno	Actividades
Procedimental Problemas Práctica	Elegir, ejemplificar y resolver los diferentes tipos de problemas. Responsabilidad compartida en la producción de nuevas técnicas apoyándose en el dominio robusto de las técnicas existentes.	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretar correctamente las resoluciones “Pensar los problemas” • Resolver por su propia cuenta algunos problemas de cada tipo. <ul style="list-style-type: none"> ○ Rutinizar ciertas técnicas centrándose en ellas y utilice los problemas para probarlas 	<ul style="list-style-type: none"> • Cambio relativamente frecuente de tipos de problemas, exigiendo esto a explorar nuevos tipos de problemas por parte del alumno. ○ Resolver un gran número de ejercicios parecidos y repetitivos
Conceptual (Teoría)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Presentación, ✓ Elegir formular y plantear las cuestiones tecnológicas que han de tratarse en clase 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Tener la responsabilidad de atender e investigar la teoría tratada en clase 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Definir e identificar características y/o propiedades
Actitudinal (Valores)	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Concientizar de la importancia de estos 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Asumir una actitud de respeto a los valores universales 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Analizar diferentes lecturas sobre la ética. (buscando que sean agradables e interesantes)

De hecho el contrato pone a profesor y alumno ante una paradoja: Si aceptan que, como indica una cláusula del contrato, el profesor “enseñe” los resultados al alumno, entonces este no puede establecerlos por sí mismo y, por tanto, no aprende matemáticas. El aprendizaje no descansa, en realidad, sobre el buen funcionamiento del contrato sino sobre sus rupturas (ajustes del contrato); sin embargo, en el momento de las rupturas parece como si un verdadero contrato implícito uniera al profesor y al alumno. Se produce así una crisis que origina la renegociación y búsqueda de un nuevo contrato en función de los nuevos conocimientos adquiridos o, al menos, apuntalados. El conocimiento matemático resolverá las crisis originadas por las rupturas del contrato

El papel del profesor en el paradigma cognitivo

Dos de las cuestiones centrales que a los psicólogos educativos de tendencia cognitiva les ha interesado resaltar, son las que señalan que la educación debería orientarse al logro de aprendizajes significativos con sentido y al desarrollo de habilidades estratégicas generales y específicas de aprendizaje (Ausubel 1975, Coll 1988, Gagné 1990, García Madruga 1990, Novak y Gowin 1988, Pozo 1990). La Educación es un proceso sociocultural mediante el cual una generación transmite a otra saberes y contenidos valorados culturalmente, que se expresan en los diferentes currículos, estos contenidos deberán ser aprendidos por los alumnos de la forma más significativa posible, ya que los contenidos curriculares deben ser presentados y organizados de tal manera que los alumnos encuentren en ellos un sentido y un valor funcional para aprenderlos; sin embargo no basta con la mera transmisión de los contenidos por parte de los agentes instruccionales incluyendo esto al profesor, el cual parte de la idea de un alumno activo que aprende significativamente que puede aprender a aprender y a pensar, en este sentido se centra especialmente en la confección y la organización de experiencias didácticas para lograr estos fines, a diferencia del profesor tradicionalista no debe centrarse exclusivamente en la enseñanza de la información, ni en tener el papel protagónico, por el contrario debe estar interesado en promover en sus alumnos el aprendizaje con sentido de los contenidos escolares, para tales fines será necesario hacer un uso creativo de las denominadas estrategias cognitivas de enseñanza, en sus cursos o situaciones instruccionales.

Características y necesidades del estudiante del nivel medio superior

El docente no siempre toma en cuenta las características y necesidades de los estudiantes del nivel medio superior, al planear y diseñar sus estrategias de enseñanza, aprendizaje y evaluación; tales como:

- Adaptarse a profundo cambios físicos, intelectuales, sociales y emocionales.
- Desarrollar un concepto positivo de sí mismo
- Experimentar y crecer hasta conseguir su independencia
- Desarrollar un concepto de identidad y de valores personales y sociales
- Experimentar la aceptación social, la identificación y el afecto entre sus iguales, superando los conflictos de género.
- Desarrollar enfoques positivos con respecto a la sexualidad, emoción y el deseo en el contexto de unas relaciones afectivas responsables.
- Ser plenamente conscientes del mundo social y político que les rodea, así como de su habilidad para afrontarlo y de su capacidad para responder de forma constructiva al mismo.
- Establecer relaciones con adultos y con los niños en las que puedan tener dichos procesos de crecimiento³

³ Hargreaves, A., Earl, L. y Ryan, J. *Una educación para el cambio./ Reinventar la educación de los adolescentes.* Pág.37.

Diferentes tipos de contratos que regulan las interacciones en el aula⁴

Tipo de Contrato	Cómo se define	Implicaciones y asignaciones para el profesor	Implicaciones y asignaciones para el alumno
Didáctico	Puede considerarse formado por el conjunto de cláusulas (redefinidas continuamente), que de una manera más o menos implícita, rigen, en cada momento, las responsabilidades recíprocas de los alumnos y el profesor, en lo que concierne al conocimiento matemático enseñado. Tomando un sentido preciso en el marco de la teoría de situaciones de Guy Brousseau, indicando que debería de hablarse de un proceso de búsqueda de un contrato hipotético	Asigna al profesor en cuanto a director de estudio la responsabilidad de elegir los tipos de problemas que constituyen el currículo y de ejemplificar en cada caso la manera de resolverlos.	Es responsable de interpretar las resoluciones propuestas por el profesor y resolver por su propia cuenta algunos problemas de cada tipo.
Pedagógico	Regula las interacciones entre alumnos y profesores independientemente del contenido de estudio (asignatura), gobernando los aspectos generales que afectan al entorno del estudiante.	Exige del profesor una atención y responsabilidad especiales a sus alumnos y sus condiciones de trabajo	Exigiendo al alumno una confianza general a sus profesores en sus decisiones y respeto a su autoridad.
Escolar	Gobierna las instituciones sociales particulares (escuelas), definiendo la posición genérica del alumno.	Es el encargado de conducir (guía) al alumno hacia y hasta las obras que éste debe estudiar (pedagogo)	Considera al alumno como toda aquella persona que interrumpiendo sus actividades "normales" va a una escuela a instruirse, proporcionando un salvoconducto para acceder legítimamente a ciertas obras de la sociedad que no le son normalmente accesibles, en esta posición tiene más libertad que en cualquier otra con respecto a las normas sociales y culturales de su entorno.

⁴ Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. Estudiar Matemáticas./ El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje pp. 203-206 y 278-280.

La naturaleza epistemológica y los modos de pensamiento del álgebra lineal.

Distingue Sierpinska (1996) para el pensamiento matemático tres modos de pensamiento: *Sintético-geométrico*, *analítico aritmético* y *analítico estructural*, sin que la aparición de alguno de ellos elimine a su antecesor. Aclara la autora que no es conveniente considerar a los modos de pensamiento citados como: “*estados en la evolución del pensamiento algebraico... es preferible verlos como modos de pensamiento que son igualmente utilizados, cada uno dentro de su propio contexto y para propósitos específicos, principalmente cuando ellos están en interacción*”. El álgebra lineal se inicia como un proceso de pensar analíticamente acerca del espacio geométrico, según etapas referidas a dos procesos:

Uno fue la *arimetización* del espacio, al pasar de la geometría sintética a la geometría analítica en R^n . En esta etapa, se define un objeto mediante una fórmula que permite calcularlo. El otro fue la *desarimetización* del espacio o su *estructuralización*, cuando los vectores perdieron las coordenadas que los ataban al dominio de los números y los espacios aritméticos en R^n , fueron definidos mediante un conjunto de axiomas o propiedades. En esta segunda etapa, un objeto estaba mejor definido mediante un conjunto de propiedades y se pretendía lograr, según Hamilton (1967), el estatuto de un sistema de verdades o “Ciencia como la geometría”, por oposición a ser sólo un sistema de reglas (Arte) o un sistema de expresiones (Lenguaje).

Se habla entonces de dos tipos de pensamiento en el álgebra lineal, llamados: “*Analítico*” y “*Sintético*”. *Analítico*, es similar a la expresión “geometría analítica”, es el tipo de pensamiento y lenguaje que caracteriza al álgebra lineal en el periodo de la arimetización. El *Sintético* por su parte se divide en sintético-geométrico y sintético-algebraico. Ambos son característicos de la *desarimetización*, ambos son visuales. El primero construye cosas mediante la interacción de rectas o planos y la construcción algebraica se acerca más a la síntesis como es entendida por Kant; dado un objeto y luego generamos su concepto formulando un conjunto de axiomas que describen sus propiedades. La principal diferencia entre los modos de pensamiento *sintético* y *analítico* es que en el modo sintético los objetos matemáticos son en cierto sentido, dados directamente a la mente la cual entonces trata de describirlos, mientras que en el modo analítico ellos son dados indirectamente. De hecho, son construidos solamente por la definición de las propiedades de los elementos. Dorier (1995), menciona que los conceptos del álgebra lineal son difíciles de entender, porque son de naturaleza epistemológica sofisticada y abstracta. Cuando los conceptos son introducidos como herramienta del pensamiento, acerca de problemas en varios contextos (Fletcher, 1972) habría en los estudiantes un proceso de conceptualización y no una aplicación mecánica de cálculos técnicos, por lo que la actividad teórica sería desarrollada en la interacción con la actividad práctica.

Planteamiento del problema (que veo y que pretendo observar).

La enseñanza de las matemáticas tiene que tener en cuenta los significados matemáticos, tal y como se construyen en las interacciones directas o mediadas entre seres humanos, resaltando que en la comunicación del contenido o significado puede ser más importante que el modo de interacción personal, por lo anterior y debido a la complejidad epistemológica del contenido que nos ocupa, surge la necesidad de hacer este estudio de caso, dirigido a los maestros que imparten la asignatura de Álgebra II, específicamente en el tema sistemas de ecuaciones lineales en el plano y en particular

los modos de pensamiento abordados y propiciados por el docente en la interacción dentro del aula.

Bibliografía

- Bachelard, G. (1938) *La formation de l'esprit scientifique*. Librairie J.Brin, Siglo XXI editores, París.
- Bishop, A. J. (1999) *Enculturación Matemática* Capítulo 4, 5, 6 y 7. Editorial Paidós Ibérica, S. A. Barcelona España, pp. 111-222.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997) El Eslabón Perdido entre enseñanza y aprendizaje, anexo de *Esbozo de la Teoría de situaciones didácticas* editorial Horsori/ICE Universitat de Barcelona pp. 224-225
- Eslava, M. (2000) *Análisis de los libros de álgebra en el tema de dos y tres ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas, bajo la perspectiva de los modos de razonamiento sintético y analítico* Tesis de Maestría, UAEH
- Carr, W. Y Kemmis, S. (1988), *Teoría Crítica de la Enseñanza*, Editorial Martínez Roca S.A., Barcelona España.
- Dorier, J. L. (1995). Meta level in the teaching of inifying and generalizing concepts in mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 29 (2) 175 – 197.
- Hargreaves, A., Earl, L. y Ryan, J. (1998) *Una educación para el cambio/ Reinventar la educación de los adolescentes*. Ediciones Octaedro, España.
- Hamilton W. R. (1967). Theory of conjugate functions, or algebraic couples: with ap preliminary and elementary essay on algebra as the science of pure time. First published in *Trans. Roy. Irish Acad, vol. XVII (1837)*. Pp. 293 – 422. In H. Halberstam and R. E. Ingram (Eds). The mathematical papers of Sir William Rowan Hamilton, Vol. III. Algebra. Cambridge: Cambridge University Press.
- SECYBS. (2002) *Informe Anual de Actividades de la Subdirección de Bachillerato General en el Estado de México*
- SECYBS (1994) *Programa de Álgebra II del nivel medio superior*
- Sierpinska, A. (1996) Synthetic and Analytic modes of Thinking in linear algebra. Para ser publicado en BaCoMeT 4. publication, H.N. Jahnke, N. Knoche; M. Otte (Eds), *Interaction between History of Mathematics and Mathematics Learning* Göttingen. Vandenhoeck and Puprecht.
- Sierpinska, A. (1996) Epistemologies of mathematics and of mathematics education. En: A. J. Bishop et al (eds), *International Handbook of Mathematics Educación* (pp. 827– 876). Dordrecht, HL: Kluwer, A. P. (Traducción de Juan D. Godino)
- Strong, R., Silver, H. and Robinson, A. (1995) What do students want (and what really motivates them?, *Educational Leadership*, 53, 1.
- Puig, L. Calderón, J. (1996) *Investigación y Didáctica de las Matemáticas*, imprenta Solana e hijos Artes Gráficas, S. A., Madrid, España.
- Puig, L. Calderón, J. (1996) *Investigación y Didáctica de las Matemáticas*, imprenta Solana e hijos Artes Gráficas, S. A., Madrid, España.