

ACERCA DE LA ACTIVIDAD DE MODELACIÓN LAS TEMPERATURAS DE LA TIERRA

Felicitas Morales, Rosa María Farfán
Cinvestav – IPN, México

fmorales@mail.cinvestav.mx, rfarfan@mail.cinvestav.mx

Resumen

La presente investigación está basada en el análisis de una memoria posterior a la “Théorie Analytique de la Chaleur”, escrita por Jean Baptiste J. Fourier en 1827, titulada “Mémoire sur les Températures du Globe Terrestre et des Espaces Planétaires”. En este trabajo nos proponemos, a través de un estudio epistemológico, obtener información acerca de las hipótesis que llevaron a Fourier a escribir las conclusiones que presenta en dicha memoria, mediante el análisis de las referencias que en ésta se encuentran, así como caracterizar los elementos que le permitieron construir su modelo y que sean susceptibles de observación en la escuela, a través de diseños *ad hoc*. Con esta investigación estaremos aportando indicativos dirigidos a la modelación de fenómenos físicos complejos, como el calor, en la educación universitaria.

Introducción

La modelación matemática es un tema con muy diversas e importantes aplicaciones, prueba de ello son las aportaciones y trabajos que muchos colegas de nuestra disciplina han realizado y dedicado a ello (Arrieta, 2003, Farfán, 1987, Mochón, 2000) y también las múltiples perspectivas desde las que esta actividad ha sido observada. Nuestra principal motivación con respecto a esta actividad en la presente investigación es la de caracterizar las habilidades específicas que permiten que esta actividad se lleve a cabo, es decir, ¿pueden especificarse habilidades o ciertas características digamos especiales, que permitan que esta actividad se realice?

Para responder esta pregunta, decidimos analizar una obra del siglo XIX de: Jean Baptiste Joseph Fourier. Titulada: “*Memoire sur les Températures du Globe Terrestre et des espaces Planétaires*”. Fourier fue un gran estudioso de la filosofía natural y por esto sus investigaciones estaban encaminadas al entendimiento de fenómenos naturales en su mayoría, que en gran parte estaban relacionados con la ciencia de la Física, de manera que consideramos a Fourier como un “modelador experto” del cual pretendemos profundizar en la medida de lo posible en su pensamiento plasmado a través de sus escritos, para investigar como este científico realiza su actividad de modelar y qué características podemos encontrar en ésta, que le permitieron generar sus conclusiones. Cabe aclarar que no pretendemos llevar tales escritos al aula, sino entender primero los razonamientos e implicaciones físicas y matemáticas que el documento contiene y tratar de dilucidar la intención con que este fue escrito, para a la postre lograr la caracterización que nos ocupa. Con la finalidad de realizar el objetivo, consultamos por supuesto la obra citada como la fuente primaria de nuestra investigación, sin embargo y debido a su naturaleza, ella por sí misma no fue suficiente, por lo que tuvimos que recurrir a la lectura y análisis de otras fuentes secundarias que nos sirvieran como marco de referencia para el escrito de Fourier, entre ellas se encuentra “Theorie Analytique de la Chaleur” y algunos análisis históricos entre otras.

Justificación y Antecedentes

La experiencia como profesores nos provee de la certeza de que el discurso matemático escolar se compone en su mayoría de las notas y de los libros de texto que se recomienda usar para apoyar las actividades y cubrir el programa. Sin embargo en este saber no están incorporados los significados primarios, ya que se ignoran las etapas, objetivos, momentos y contextos por los que ha transitado el conocimiento desde su construcción original. Es por ello que un estudio de corte epistemológico podría proveer de argumentos olvidados por la enseñanza tradicional, de forma tal que a través de este tipo de estudios sea posible dar enfoques diferentes o alternativos a los conceptos estudiados en el nivel superior.

El análisis de un texto matemático antiguo como el que nos ocupa, busca establecer un acercamiento a la génesis y desarrollo de los conceptos que en este se establecen, con el objeto de encontrar en él los elementos que nos permitan obtener un mejor entendimiento de las características necesarias a la actividad de modelación. Por ello consideramos necesario, adoptar una perspectiva que incluya una visión, sensible al reconocimiento de que el conocimiento es una construcción social. Así las teorías frutos o consecuencias de las líneas de investigación sostenidas por la comunidad de especialistas en matemática educativa, tal como la aproximación socioepistemológica¹, perspectiva que hace dicho énfasis en la naturaleza social de la actividad de la construcción por parte de los actores sociales en contextos sociales concretos, más específicamente, la socioepistemología, plantea el examen del conocimiento social, histórica y culturalmente situado, problematizando a la luz de las circunstancias de su construcción y difusión. (Cantoral y Farfán, 2002)

En Farfán (1997) se establece el papel de la dimensión epistemológica en este tipo de estudios, que permite al didacta controlar las representaciones epistemológicas de las matemáticas inducidas en la enseñanza, en tanto que: provee de historicidad a los conceptos matemáticos que la enseñanza usual presenta como objetos universales; provee de historicidad a las nociones matemáticas y protomatemáticas; posibilita las disparidades entre el saber científico y el enseñado y con ello contribuye a desterrar otra de las ficciones de la escuela, a saber, la concepción de que los objetos de la enseñanza son copias simplificadas; pero fieles de los objetos de la ciencia. Es así como un análisis de corte epistemológico permite a la didáctica desprenderse de la ilusión de transparencia de los objetos que manipula en el nivel del saber y en consecuencia lo auxilia en el manejo de las representaciones erróneas inducidas por la enseñanza.

De esta forma a la actividad de modelación y, al uso de las matemáticas dentro de la misma, le es inherente un proceso mental que está estrechamente relacionado e influido por su entorno sociocultural, en este caso por la época en la que Fourier y sus escritos surgen. Así el tipo de investigación que llevamos a cabo en correspondencia con el acercamiento socioepistemológico, visto como la investigación encaminada a la reconstrucción de significados, nos permitirá rescatar de los trabajos de Fourier algunos significados o intenciones primarias de los conceptos matemáticos que él generó, a través de cuestionarnos cómo y atendiendo a qué problema surgieron estos.

¹ Desarrollada por el grupo del Área de Educación Superior del Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav, IPN.

Para muchos autores la modelación matemática se ha considerado un arte con “bases racionales”, que requiere el uso del sentido común tanto como las matemáticas, desde este punto de vista el modelo de algún fenómeno es una herramienta usada para transformarlo, es algo utilizado en sustitución de lo modelado, donde la manipulación del modelo permite entender y predecir el comportamiento del fenómeno, así como validar hipótesis y elaborar estrategias para la intervención. (Arrieta, 2003). Así, la modelación no sería una representación, sino una práctica que refleja una cierta intención humana, es decir no solo es una transformación sino intencionalidad y esto es precisamente lo que desde este enfoque más complejo, le da el carácter de social.

Habilidades de modelación

Una revisión de las visiones actuales se presenta en (Morales F., 2003) nos permitió percibir las ideas básicas de cada acercamiento, presentados para comprender las distintas habilidades reportadas por los mismos e inherentes a la actividad de modelación, así como también nos da una visión más amplia. Estos acercamientos son descritos en (M. Perero, 1994) y (Mochon, 2000). Las problemáticas e inquietudes de estos autores cada uno con un matiz diferente, no gira en torno de comprender o enunciar específicamente tales habilidades, sin embargo podemos inferir algunas en las que coincidimos y consideramos importantes. Nos adherimos entonces a aquellos acercamientos, que consideran la modelación matemática como una actividad fundamental al método científico y donde cada modelo reflejará la descripción matemática de una hipótesis que concierne a un fenómeno físico.

Así las habilidades que buscaremos intrínsecas al documento escrito por Fourier serán: El entendimiento del fenómeno físico que se está modelando, esto es, percibir claramente por medio de la inteligencia o los sentidos su significado, la capacidad de ordenar de una forma clara y precisa datos u observaciones respecto de algún fenómeno, la comprobación o invalidación de una hipótesis, la predicción del comportamiento de los procesos con base en las observaciones y los resultados arrojados, así como la capacidad de abstracción, entendiendo por esta, la capacidad de extraer o considerar las cualidades esenciales de un suceso.

Análisis de la Memoria

El artículo “Mémoire sur les Températures du globe terrestre et des espaces planétaires” extraído de las Memorias de la Academia Real de las Ciencias del Instituto de Francia t. VII, p570 a 601. Paris, Didot; 1827. Fue publicado también con algunas modificaciones ligeras en “Annales de Chimie et de Physique” (t. XXVII, p136 a 167; 1824) bajo el título siguiente: Remarques générales sur les températures du globe terrestre et des espaces planétaires. G.D.

En el se muestra el tema de las temperaturas terrestres y las tres fuentes principales de calentamiento de la Tierra, una de ellas es que nuestro planeta participa de una temperatura común de los espacios planetarios, debido a que nuestro sistema solar está situado en un punto donde todos los puntos de esa región del universo comparten una temperatura constante, la segunda es debida a la acción prolongada de los rayos solares en el globo terrestre y la tercera es debida a un fuego primitivo e interior en la Tierra que continua disipándose a través de la superficie bajo la temperatura del cielo planetario. Existen por tanto dos problemas que Fourier consideró por separado: el

primero, consiste en la variación de la temperatura en una vertical prolongada en un punto dado y a una distancia corta de la superficie y donde dicha superficie está sujeta a una variación periódica de temperaturas y el segundo problema es la existencia de una temperatura constante después de una cierta distancia y que sin embargo no es la misma en cada punto sino que varía con respecto a la latitud y que Fourier asegura se debe a la existencia de los polos terrestres cuya temperatura es siempre extremadamente baja.

Estos dos aspectos reflejan la generalidad en la modelación del fenómeno de calentamiento terrestre en el que Fourier establece las ecuaciones diferenciales para una esfera sólida, como sigue:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{K}{CD} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

Las condiciones de la masa son aquellas de haber estado inmersa por un tiempo infinito en un medio mantenido a una temperatura constante, como lo es el sol para la tierra después de un tiempo infinito, esta temperatura esta definida como de valor uno, tal esfera se expone después a otro medio como podría serlo el aire el cual se define a temperatura cero. En esta ecuación K representa la naturaleza de la superficie, D es la unidad de peso volumétrico y C es la capacidad específica y representa la cantidad de calor necesaria para llevar una D desde una temperatura cero hasta una temperatura uno.

A manera de conclusión

Sostenemos la suposición de que Fourier esta realizando a través de su obra fisicomatemática una actividad que desde nuestra perspectiva podemos llamar modelación matemática, está intentando responder a una pregunta o preguntas a partir de un cierto fenómeno físico, esta hipótesis de partida queda para nosotros clara en la forma como Fourier plantea en las páginas iniciales el discurso preliminar de la Teoría Analítica del Calor, en estas líneas Fourier asegura la necesidad de “remitir” los problemas físicos observados a problemas de análisis matemático, es decir de llevarlos a un modelo matemático que le permita descubrir y explicar las leyes que rigen el comportamiento de los fenómenos de propagación del calor que observa definitivamente ligados a fenómenos del mundo real y físico de su interés.

Este interés que Fourier tuviera por el problema de las temperaturas de la tierra se pone de manifiesto en un sinnúmero de ocasiones, tales como la cantidad de artículos que publicó a este respecto, pero es particularmente interesante para nosotros la descripción que de este fenómeno hace en el mismo discurso preliminar. El punto que queremos ilustrar aquí, es que no podemos refutar en Fourier un cabal entendimiento de los problemas que quería resolver, esto es, tiene perfectamente claro cuales son las preguntas que se va a responder con el modelo que establecerá, y que consiste en el establecimiento de las ecuaciones diferenciales, las cuales como sabemos incluirán en la medida de lo posible las condiciones más generales de la propagación del calor y estarán sujetas a las condiciones iniciales dadas por las observaciones del autor con el

objetivo según Fourier de ... “*reducir las cuestiones físicas a problemas de análisis, lo cual es el objetivo propio de la teoría*”

La naturaleza de las observaciones y la forma de organización de los sucesos observados en estos tópicos, dan cuenta de la creatividad científica (sí podemos llamarle de esta manera) de Fourier para formular sus hipótesis, tal como aquella que es usada por el autor para enunciar el problema de la propagación del calor en un sólido rectangular infinito, el cual consiste en determinar las temperaturas permanentes de este sólido, limitado por dos masas de hielo, y una masa de agua hirviendo. La consideración del problema de la tierra vertido en un problema de analizar un fenómeno *simple* y *primordial* como el del experimento, es la forma que tiene Fourier de proceder a la determinación de las leyes de los fenómenos naturales y dan prueba de la capacidad de abstracción que poseía, ya que si bien este enunciado contiene el modelo matemático de la tierra con los polos representados por las barras de hielo y el agua hirviendo como el calor primitivo, es necesario el análisis de la solución de las ecuaciones de propagación del calor en la esfera sólida y aplicar esta a las condiciones físicas de la tierra, para darse cuenta que puede hacerse uso de aquellas ecuaciones del sólido rectangular infinito.

En Farfán (1987) se reporta una investigación que buscó significar entre profesores el concepto de convergencia, con el fin de encontrar una relación entre esta y el estudio científico de la propagación del calor, y de donde la autora desprende que el concepto físico del estado estacionario no es producto de una primera experiencia, sino de una profunda abstracción y reflexión del fenómeno.

Este resultado muestra con elocuencia a qué nos referimos con la habilidad de abstracción de Fourier, para quién llegar al concepto de estado estacionario fue cuestión de “imaginarse” que podemos suprimir la capa superficial de la tierra, y considerar que pueden fijarse las temperaturas en todos los puntos de la nueva superficie, donde el estado de la masa variará pero este estado variable se irá aproximando a un estado final que no tendrá ya ningún cambio, de forma tal que cada punto de la esfera adquiere y conserva una temperatura que dependerá únicamente de su posición.

Después de este recorrido y dadas las últimas reflexiones, una cuestión importante para nuestra disciplina sería entonces: ¿Cómo generar algunos elementos que doten de significado o den sentido a estas nociones en un ámbito escolar?

Consideramos entonces que para lograr lo anterior es necesario indagar en la medida de lo posible sobre los aspectos y las inquietudes que les dieron vida, o que los generaron como respuesta a una pregunta previa, lo cual fue en algún sentido el objeto de nuestro trabajo. En el caso del tema sobre las temperatura terrestres, sería muy importante señalarlo como eje principal del trabajo de Fourier sobre el calor, aunque la transposición didáctica a la que inevitablemente los conceptos son sometidos antes de su inclusión en la escuela, ha dividido el trabajo de Fourier en algunos aspectos puramente físicos y otros puramente matemáticos hasta desproveerlo de todos los elementos desde los cuales estos aspectos surgieron, convirtiéndolo en algunos casos en herramientas puramente matemáticas, sí podemos concluir desde nuestra indagación algunos elementos importantes que le permitieron llegar a las conclusiones de la memoria.

El primero fue el entendimiento del problema de las temperaturas terrestres desde su perspectiva como físico teórico, Fourier se permite vislumbrar previo a su teoría del calor las aplicaciones para las que esta estaba dirigida, la propia memoria que analizamos resalta las hipótesis y las conclusiones en un mismo documento, no así el modelo, representado en todo el desarrollo de la teoría del calor de la que resalta por su importancia el concepto de flujo de calor y la conceptualización consecuente de que sin un conocimiento preciso de la expresión matemática para este flujo como función de la temperatura, el problema del calor no sería posible de abordar. Lo cual implica la meditación profunda que tuvo que hacer para explicar claramente este concepto no solo como dependiente del gradiente de temperaturas, sino también de su dependencia con las características internas del sólido; más precisamente con la conductividad térmica; otro aspecto sutil pero igualmente importante y que juega un papel muy importante en las conclusiones de su trabajo es el concepto de capacidad calorífica, que pone en evidencia la concepción de Fourier de que la conducción del calor tenía que provenir de una diferencia entre la resistencia que opone un cuerpo a ser calentado y su “disponibilidad” para conducir el calor.

Finalmente consideramos pertinente a la hora de diseñar alguna situación didáctica, tomar en consideración los elementos subrayados, para presentarlos como relacionados y como parte de un conjunto de conocimientos con un fin específico, así como incorporarlos en los diseños de situaciones encaminadas a desarrollar en el estudiante las habilidades de modelación en el problema de entender el fenómeno de calentamiento de la tierra y las nociones elementales que surgieron necesarias con base en este objetivo.

Bibliografía

- Arrieta J. (2003) La modelación de fenómenos como procesos de matematización en el aula. Tesis doctoral, Cinvestav – IPN: México
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des Mathématiques* 7(2), 33-115.
- Farfán R. (1987) *Ingeniería didáctica: Un estudio de la variación y el Cambio*. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V. México.
- Jean-Baptiste Joseph Fourier (1807) *Theorie Analytique de la Chaleur*. Asociación Mexicana Clásicos de la ciencia. México, 1963.
- John Herivel (1957) *The man and the Physicist*. Clarendon press. Oxford.
- Mochón, S. (2000) Modelos Matemáticos para Todos los Niveles. *Actas de la XI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. México.
- Morales F. (2003) *Acerca de la actividad de modelación. Las temperaturas de la tierra Tesis de Maestría no publicada*, Cinvestav – IPN, México.