

EL COMPROMISO CON EL HORIZONTE DE
RACIONALIDAD/MODERNIDAD. EVIDENCIAS DE DESPLAZAMIENTO
EPISTÉMICO EN EL CONCEPTO DE SOLUCION

Juan Guadarrama Méndez
Cicata IPN- UPN, México
jguadarrama1@starmedia.com

Resumen

Se presenta el reporte de investigación relacionado a un proyecto de investigación doctoral titulado *La Construcción Social del Concepto de Solución*. Su propósito es delinear un marco de argumentación teórico analítico-racional que explique lo que está ocurriendo en los procesos de creación de conocimiento, sobre la base –por una parte- de los entendimientos y concepciones que evidencian las personas al momento de trabajar con el concepto de solución por un lado, y por la otra, de los juicios sintéticos *a priori* de Kant. El análisis de estos juicios señala que el conocimiento centra *la experiencia y la razón* como los actos de conocer, colocándolos como opuestos irreconciliables, requiriéndose superar la contradicción, el obstáculo epistemológico⁵, en un acto de síntesis que propone Kant, para alcanzar la razón mas elevada, la razón pura, la más dominante. Debido al estado que guardan los entendimientos y las concepciones de las personas, relativas al concepto solución, puede estarse efectuando aquí una doble operación epistémica, sobre las prácticas sociales y las discursivas, al desplazar el sentido epistémico del concepto de solución, *dificultando sus entendimientos*. En ese sentido se formula la pregunta *¿se puede pensar que el uso de los juicios sintéticos a priori de Kant, pertenecientes al horizonte de racionalidad que los enunció, sea fuente de dificultades respecto al aprendizaje del concepto de solución?* Se conjetura que el horizonte racional que enunció los juicios sintéticos a priori - *racionalidad/modernidad* del siglo XVI que aborda la discusión filosófica de reducir sobre la acción los objetos y las cosas a la forma o al contenido - añade dificultades a las personas, derivadas de las exigencias de operar el concepto de solución en matemáticas. Al contrastar el examen de los argumentos kantianos mencionados y las evidencias. Tal contraste da cuenta de entrecruzamientos epistémicos de horizontes racionales de enunciación diferentes - respecto a la solución - en estudiantes y profesores del nivel de educación superior, proveyendo datos y evidencias de las dificultades en las personas, de carácter epistemológico, afín a la formulación de Cantoral y Farfán de “que el conocimiento matemático (...) tiene un origen y una función social y esta afirmación puede ser entendida en (...) que *todo conocimiento matemático obedece a una necesidad de naturaleza práctica*”. A la luz de esta aproximación, entonces, la problemática debe establecer la interacción entre la elaboración teórica y la evidencia empírica, interacción impedida dados los entrecruzamientos epistémicos de horizontes racionales de enunciación diferentes al momento de trabajar con el concepto de solución.

Antecedentes

En el proceso de localizar evidencias (Guadarrama, 2000) sobre la actuación de los modos de pensamiento de Sierpinska (1996), fundamentados en la postura filosófica de Kant de los juicios sintéticos *a priori*, se observó que, al considerar la solución de un sistema de tres ecuaciones lineales en su representación gráfica - punto en el que concurren tres planos – los sujetos del estudio⁶ la miraban como la intersección dos a dos de los planos.



Esto podría pensarse contradictorio a lo que se considera la representación gráfica de la solución: que rectas y planos convergen en un punto.

⁵ Como refiere Bachellard

⁶ Profesores de educación superior que participaron en la investigación y también hallados en reportes de investigación en estudiantes de bachillerato

Estado que guardan los entendimientos y las concepciones de las personas, relativas al concepto de solución. Las evidencias empíricas del estudio muestran cómo se expresan los profesores de matemáticas - tanto en lo lingual como en lo gestual - en un discurso matemático “escolar”, ante los cambios epistémicos producidos en el discurso matemático teórico. A pesar de que enseñan el tema a sus alumnos, tienen dificultades en interpretar situaciones que no son típicamente tratados en los textos escolares ni en las currícula respectivas. Esto es, su enseñanza suele centrar más la atención en los algoritmos que en las interpretaciones y los significados. También se identificó prácticas de reconocimiento gráfico común en el plano R2 y en el espacio R3 - determinadas por la necesidad de proveer respuesta a las preguntas formuladas a la solución. Llamó la atención una persistencia que se identificaba en la localización de lo común de los dibujos, que ancla el problema a la dimensión didáctica, cognitiva, epistemológica y sociocultural, ilustrada por el argumento “Si se intersectan, tiene solución. Si no se intersectan, no tiene solución”, enlazado más con lo epistemológico. Para profundizar en ello, se diseñó un instrumento de indagación (2000) consistente en preguntas sobre datos generales y una secuencia que requería efectuar la síntesis (explorar) y uso de los juicios sintéticos a priori, en un formato que contenía preguntas, con la idea del reconocimiento a través de la asociación con sistemas de ecuaciones lineales 3×2 y 3×3 , de 36 gráficas, para que indicaran los casos observados; Si la gráfica asociada a un sistema de ecuaciones lineales representaba el caso de solución y la no existencia de la solución en el sistema de ecuaciones hipotético asociado, también si era única o tenía un número infinito de soluciones, localizándolas en el dibujo o gráfica. Recurrieron, en su necesidad de asignar significado cuando miran las representaciones gráficas asociadas al concepto, a expresiones linguales de uso y empleo del cuerpo como mediadores de expresión, anclados en que “algo tenía que estarse intersectando”. Se identificaron los casos siguientes en las entrevistas, evidenciando el uso de los juicios sintéticos a priori respecto a la solución: A) La intersección con respecto a una recta vertical, que puede coincidir con un eje en un sistema de coordenadas; B) En el plano y en el espacio, la intersección dos a dos coinciden con cierta estructura, la coincidencia sería la intersección dos a dos de los objetos -planos o rectas-; C) Tercera categoría: dos paralelas y un transversal, en el plano y en el espacio; D) Cuarta categoría, la intersección de tres planos en una recta.

Problemática.

En orden a encontrar más evidencias para responder a las interrogantes que se formulan en el proyecto de investigación doctoral sobre la construcción social del concepto de solución se formuló la pregunta *¿Se puede pensar que el uso de los juicios sintéticos de Kant, pertenecientes a un horizonte de racionalidad que los enunció, sea fuente de dificultades respecto al concepto de solución y su aprendizaje?* Tal horizonte de racionalidad - que no supera el dualismo de dos experiencias, la del conocimiento y la de la acción - pudiese estar instalado en las exigencias racionales al momento de trabajar con el concepto de solución, influyendo en los entendimientos y concepciones relativas al mismo.

Para responder a esta pregunta, se delineó un marco de argumentación teórico analítico-racional – argumentación que se expone en el presente artículo - que

explicara lo que está ocurriendo en los procesos de creación de conocimiento, a la luz de los entendimientos y concepciones que muestran las personas al momento de trabajar con el concepto de solución. Se conjeturó que la filiación a un cierto horizonte de racionalidad - parte del movimiento de la modernidad - enunciado bajo los elementos epistémicos con que se formuló, estaría incidiendo en la conceptualización de solución, sin atender a que posiblemente los entendimientos de las personas respecto al concepto referido, se encuentren instalados en otros horizontes racionales, provocando entrecruzamientos – dificultades por los desplazamientos epistémicos que exige el reemplazo de un horizonte por otro, exigidos por el movimiento de la razón y la modernidad, dificultando la creación de nuevos entendimientos y concepciones que posibiliten la comprensión y manejo adecuado de la solución en el contexto solicitado. Tales desplazamientos añaden dificultades de carácter epistémico, didáctico, cognitivo y sociocultural a las prácticas sociales, culturales, docentes y discursivas del quehacer educativo.

Marco de Referencia

Kant buscaba con el establecimiento de los juicios sintéticos a priori, dar *solución al problema de la experiencia*. Los antecedentes del horizonte de racionalidad en que los enunció, son aquellos que sustentan la racionalidad/modernidad constituida a partir del siglo XVI, afinada y establecida con todas las implicaciones hasta el siglo XVIII. Ese horizonte racional dominó la producción de ideas, de pensamiento, de conocimiento científico, matemático, de prácticas sociales y culturales, incluidas las discursivas. Bajo el principio de Descartes, *cogito ergo sum*, basado en la verdad: *pienso, luego existo*, se marcó un sentido de lo que significaba conocer y desde entonces ese código⁷ es parte de los supuestos que subyacen a este horizonte racional. Kant aborda la discusión filosófica de la época, del problema sobre la acción de reducir los objetos y las cosas a la forma o al contenido, es decir, pretender resolver el problema de la materia y la forma. Distingue tres tipos de juicios: analíticos *a priori*, sintéticos *a posteriori* y los sintéticos *a priori*⁸. Kant intenta superar el racionalismo y el empirismo planteando su síntesis sobre la base de limitar la aplicación de las categorías o conceptos puros a contenidos que se den en la experiencia sensible, en el espacio y en el tiempo, sin resolver –por no disponer de las herramientas de que hoy disponemos - el dualismo teoría – práctica que el mismo instaura (Echeverría, 1986). Estudiará el método científico desde su tabla de categorías, que “regulan” la actividad de la razón, desplazando la atención desde el seno de la ciencia a la manera en que el hombre la aprende y domina. *El conocimiento se centrará en dos aspectos que estarán presentes en los actos de una nueva relación de conocer: la experiencia y la razón* – relación que deja oscura al no explicitar los modos de producirla. En el acto de síntesis basado en los juicios sintéticos a priori pretende alcanzar la razón más elevada, la razón pura. La modernidad la constituye en hegemónico-dominante,

⁷ Al examinar su enunciación generalmente se señala que lo lleva por lo evidente, a describir por qué es concebido en forma clara y precisa, donde lo claro es lo que se presenta de inmediato a la mente, y lo preciso es lo que es claro y sin condiciones, o sea que es evidente (Pérez, 2000),

⁸ Los analíticos *a priori* son exactos, pero no aportan ninguna información, ya que sólo son claros cuando son parte de alguna definición; los sintéticos *a posteriori* aportan información, pero están sujetos a los errores de la percepción; los sintéticos *a priori* son exactos y aportan información, son obtenidos por intuición y son la fuente del conocimiento.

aportando bases a un tipo de práctica escolar en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Propone como fundamento - este horizonte racional - que la función epistémica se obtendría elevando la razón a la razón pura, llegando de esta manera al conocimiento como tal, en nuestro caso al concepto de solución y sus entendimientos. Ahora bien ¿cómo se proponía metódicamente este acto del pensamiento de elevar la razón? Estableciendo *una división del conocimiento por grados, los cuales parten desde las nociones y van a los conceptos y, entonces, a las categorías* (González, 2003) sosteniendo que en este último nivel *radica el conocimiento epistemológico*. Este tiende a explicar no sólo los fenómenos, datos o procesos, sino que trasciende los conceptos, pretende entender y explicar la esencia de la realidad y el conocimiento de la misma, es decir, el acto de generalizar y abstraer⁹. Por su parte, González (op. cit. 2003) en un marco del *ser-conocer integrados*, postula que la *relación sujeto-objeto* es transformadora y transformativa. La relación de conocimiento se encuentra en un tercer nivel “epistemológico”, de un *ser-conocer integrados, pero devenido*. Señala que lo anterior se rompe históricamente en el momento que la revolución científica galileana-mecanicista, desvió su intención - y que hoy atañe también al ser humano, en particular a ese otro llamado marginado, excluido, reprobado, colocado en la exterioridad del sistema mundo moderno - porque fue modificada esa relación, separando a la naturaleza del ser humano. Este horizonte formuló su entender y conocer mediante escuelas del pensamiento cuya tendencia general para explicar el conocer ha respondido a dos axiomas: El de *Parménides de Elea* a través del principio de la identidad y el de *Heráclito de Efeso*, que sostuvo que la contradicción es la base de la realidad; que la realidad es dinámica por esa lucha procesal. Bajo *dos principios* considerados opuestos¹⁰, la perspectiva idealista, que sostiene que el conocimiento nos viene de las ideas puras, conforme Platón y la otra, la perspectiva materialista que sostiene que el conocimiento es elevarse de lo abstracto a lo concreto, de lo simple a lo complejo y siempre de lo menor a lo mayor, es decir, lineal y acumulativo. *Aquí es donde ubicamos el punto del análisis racional*, pues se observa que ambas perspectivas niegan la otredad pues se postulan por dentro del sistema en este horizonte racional, para los de adentro, y singularmente se proclamaron como universales, incluyendo más condiciones sobre los objetos de conocimiento, y sobre los sujetos cognoscentes y precisamente esto es convertir el asunto en un acto ontológico, convirtiendo y transformando la relación de conocimiento, que al emplear la división de González (op. cit. 2003) actúa en tercer nivel de lo epistemológico, sin embargo regresa el conocer, entender, y explicar docente al segundo nivel de la realidad y del conocimiento del mismo, discurriendo que se encuentra en el tercer nivel, es decir, epistemológico, ser-conocer integrados, pero devenido. *Importante en el análisis acerca de la enseñanza de la solución, incluido el lenguaje con que comunican entendimientos y concepciones relativas al concepto*. Pues produce desplazamientos epistémicos, en la relación del

⁹ Las *nociones* colocan un primer nivel, se mueven en el plano de lo descriptivo de las apariencias u óntico. El plano de los *conceptos* u ontológico, es el plano de lo explicativo en términos de funcionamiento o estructuras. El plano de las *categorías* es epistemológico. Estas, para constituir conocimiento válido, debían aplicarse a contenidos que se expresasen en el tiempo y el espacio, asequibles por tanto a nuestra sensibilidad. No visualiza Kant las complejidades comprometidas en la constitución de esa “sensibilidad” por lo que no articula, precisando, la naturaleza de una interacción sintetizadora entre el conocimiento y la acción humana.

¹⁰ Enajenación de la negación y de la lucha de los contrarios

conocimiento, reduciendo y enmarcando en parámetros toda su actividad a relaciones de conocimiento de objetos: saberse los algoritmos, las reglas con que se opera un determinado método, como los pasos para obtener la solución y desde luego la solución misma, como si fueran éstas las únicas, que se tiene que saber y conocer. Por ejemplo se puede compartimentar la secuencia de contenidos del curso, estos tienen la misma secuencia de organización lógica, coincidente con los textos que se emplean en clases y salones, indicándonos este desplazamiento epistémico, la dirección con la que actúa la racionalidad/modernidad al establecer –hacer invisible lo visible, para actuar y sostener el hacerse invisible la operación de *cómo lo asume el todo*– Producción de separación de conocimiento y del productor del conocimiento, entre experiencia y razón, entre aplicación y teoría, entre ciencia y ciencia educativa, entre prácticas formalizadas y prácticas de uso. Al crear ausencia de conexión entre ellas, coloca la necesidad de establecer mediadores que posibiliten la comunicación, lo que necesariamente implicará ausencia de sentido comunicativo, desplazamiento epistémico en las relaciones de conocimiento, reorganización de la estructuración de sistemas conceptuales y de conexión de ideas y formulación de un pensamiento. Observado en las formulaciones históricas, filosóficas (De Sousa¹¹, 2001). Línea de argumentación central –la herramienta analítica formulada– que observa los actos del conocer, que actúan, que se desvían, con sus intencionalidades, que actúan sobre las personas que aprenden y las que enseñan, en las exigencias de la escuela, los profesores, la matemática, sus contenidos, acordes al horizonte racional vigente, creando, una doble práctica en: el conocer, pensar, actuar, hacer, discurrir, idear. Operación que ejerce el sistema sociocultural, que determina variaciones, modificaciones en las componentes elegidas de la dimensión Sociocultural - cultura, prácticas discursivas e identidad - y que sin pérdida de categorización, detallan variaciones encontradas, por ejemplo, en las maneras lingüales, culturales que emplean las personas para resolver la contradicción, superar el obstáculo o de realizar la síntesis en el sentido de Kant, al des-apropiar el conocimiento matemático y el concepto de solución dados, de su naturaleza, por una necesidad de preservación identitaria, cultural, pero también de hacer posible, la entronización y empatía con la cultura que se impone, representada en este caso por el conocimiento matemático proveniente de afuera y de la racionalidad/modernidad que lo creó. En nuestro caso *la solución, en los sistemas de ecuaciones lineales, en las ecuaciones o en los problemas donde se formula hallar la solución*, que sintetiza la razón pura, parametrizando su significado, y reduciendo el espacio de interpretación, de conexión con la *experiencialidad de las personas “para ganar precisión”, implementando la acción de separación* (teoría de la separación en la idea de De Sousa, 2001). *Elaborando y creando un lenguaje que exprese estas nuevas formas sintetizadas y elevadas de la razón*, que llamó: *construcción del lenguaje formal y estructurado, es decir, de un lenguaje científico* para arribar a un nuevo estado de producción del conocimiento científico matemático, volviéndolo un conocimiento hegemónico y por tanto

¹¹ Nos dice la misma autora la idea bíblica y medieval de la sucesión de los imperios (*translatio imperii*), en cada era, un pueblo asume la responsabilidad de conducir la Idea universal, convirtiéndose así en el pueblo universal histórico, un privilegio que por turnos ha pasado de los pueblos asiáticos a los griegos, luego los romanos y, finalmente, a los germanos. América, o más bien Norteamérica, conlleva para Hegel un futuro ambiguo, en tanto no choque con el cumplimiento último de la historia universal en Europa.

dominante. Colonizando las formas de aprender, conocer, hacer, que crea una práctica diferenciada a la del locus de enunciación. En ese sentido se considera que *el acto que promueve una doble práctica se ubica, en pretender por una lado, saber la definición y por otro entender e interpretar la misma en un mismo acto mental, pero separándolo* según los requisitos del horizonte racional de los juicios sintéticos de Kant - empleando un mediador lingual para dar a entender lo que se indica: “juntos pero no revueltos” - La definición de solución entendida como un acto de síntesis basado en los juicios sintéticos de Kant, “que se eleva sobre la experiencia”, incluida su superación intuitivo geométrico-sintética, para ser colocada en la formalidad, en lo analítico-estructural como proyecto de elevación de la razón y alcanzar la razón pura. Por su parte, *los entendimientos y las concepciones* son elaborados como parte del conjunto de experiencias que las personas realizan y obtienen al ir construyendo y constituyendo socialmente el concepto de solución (bajo consensos y negociación de significados, uniendo, no unificando, es decir, sin parametrizar (SIC)(De Sousa, 2001). De este modo, en estos dos planteamientos (irreconciliables) exigencia de la racionalidad-modernidad, se abre un abismo que no los comunica.

Metodología

Se eligieron 3 grupos de estudiantes de ingeniería (85), de los primeros semestres de una Institución Educativa del Nivel Superior, en la Ciudad de México, para indagar respecto a los aprendizajes, entendimientos y concepciones que tenían respecto a la solución en condiciones escolares, es decir, en su semestre escolar, en las actividades del curso, llevando a cabo la aplicación a través de los profesores de la materia. Se implementó un *Instrumento de Exploración Ia. Parte* (2002), consistente en tres aspectos: 1) la sección que inspecciona sus entendimientos, experiencias, concepciones, dividido a su vez en tres componentes: a) La relativa a la exploración de si existían diferencias en el lenguaje al transitar en distintos niveles educativos, ejemplificándolo a lo largo de su trayectoria académica, b) Sobre: qué es la solución, y el resolver desde y para ellos, y c) De las dificultades identificadas con la aplicación del instrumento de exploración. En su segunda sección se exploró la situación de resolver una ecuación lineal con dos incógnitas. La idea era observar *cómo la resolvían* y los *procedimientos mas típicos* que empleaban. Finalmente una tercera sección que exploraba la asociación de representaciones geométricas asociadas a la existencia de la solución o no para sistemas de tres ecuaciones con dos incógnitas. En este reporte el análisis refiere a la primera sección, rubro b) y en particular los relativos a *qué es la solución* pues las respuestas de c) apoyaron a b), inclinándose por explicitar sus dificultades mediante la información requerida

Resultados

Exhiben el tránsito entre un horizonte y otro expresado en las respuestas, permitiendo localizar y aportar nuevas evidencias al proyecto de investigación: *La Construcción Social del Concepto de Solución*. En efecto, a pesar de que la definición elegida (1900) por el primer grupo de estudiantes estuviese distanciada en el tiempo, ella a su vez es cercana al segundo grupo de respuestas de estudiantes, que deviene de un horizonte de enunciación distinto al actual. La contrastación se observa en las respuestas que proveyeron para observar lo aquí identificado, verificación de nuestras conjeturas, que se formularon empleando la herramienta analítico racional que lo

predecía. Tal horizonte tiende influencias en los entendimientos y concepciones de las personas al momento de trabajar con el concepto de solución, por tanto importante de considerar en los procesos de aprender y enseñar matemáticas. Lo que pareciera una obviedad, sin embargo, no lo es. Produce efectos diferentes frente a los procesos señalados, y en la formación de las personas, por lo que no se trata de un problema didáctico o referido a un problema filosófico relativo con la didáctica, sino una evidencia. En los profesores también fue observado. Se trata de evidencias instaladas en lo epistemológico que responden a horizontes racionales de enunciación diferente que se entrecruzan, deviniendo en dificultades que adoptan en el sentido didáctico, cognitivo, fuertemente epistémicos, como socioculturales (Guadarrama, 2002 a). No se potencia la razón más alta o epistémico sino más bien se regresa a niveles anteriores y desagregados.

Bibliografía

- Cantoral, R. y Farfán, R. (2000). A sociocultural approach to infinitesimal calculus. International Congress, 32-33 August, Japan.
- Echeverría, R. (1986). *El búho de Minerva*. Edición PIIE. Santiago de Chile.
- Ramírez y González (jul-dic 1998). Las nociones de comunidad epistémico y planeación prospectiva: fundamentos de la escuela modelo del s XXI. Rev. *La Casa del Pensamiento* pp 3-12 Plaza y Valdés Mx
- Guadarrama, J. (2000). Estudio de la Interpretación Geométrica del Concepto de Solución en los Sistemas de Ecuaciones Lineales. Tesis de Maestría no publicada. Cinvestav. México.
- (Idem) (2002, a). La Dimensión Sociocultural en la Conformación de Sistemas Conceptuales. Sistemas conceptuales en los saberes matemáticos. Extenso Ponencia RELME-16, Sept. , México.
- (Idem) (2002, b), La Construcción Social del Concepto de Solución. Memoria predoctoral Cicata, Sept. Mx.
- De Sousa, B. (2001). Nuestra América. Reinventando un paradigma subalterno de reconocimiento y redistribución. *Revista Chiapas*, N°12. Era y IIE-UNA