

## LA GEOMETRÍA ¿CÓMO SE CONCIBE?

Ismenia Guzmán R.  
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso  
iguzmanr@vtr.net

### Resumen

En esta conferencia tratamos algunos resultados que hemos obtenido en un Proyecto sobre la Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría Plana apoyado por la dirección de Investigación de la PUCV. La investigación se refiere la enseñanza y aprendizaje de la Geometría, por ello tomamos en cuenta la formación de los profesores, su concepción sobre la Geometría y su quehacer respecto a las exigencias de la Institución (Programas, Establecimiento Escolar). Las informaciones las recogimos a través de una Encuesta con preguntas diversas y generales (para profesores) y Dos situaciones Problema que entran de lleno en el terreno geométrico propuestas a profesores y alumnos. Las dos situaciones problemas tienen que ver con paralelogramos en que se solicita dos tareas, una de construcción y descripción y otra de análisis y demostración. Los problemas corresponden a la unidad de transformaciones del curso de primer año medio. Estas situaciones las hemos sometido a una población de 50 profesores de liceos y establecimientos particulares subvencionados o particulares pagados y 50 alumnos de 1° y 2° año medio, de esos mismos establecimientos. La Encuesta de 14 preguntas la propusimos a 16 profesores con diferente experiencia docente. El marco teórico previsto para el análisis de la información es el enfoque cognitivo de Raymond Duval sobre la enseñanza de la Matemática y en particular de la Geometría

### El instrumento encuesta

1. ¿En qué año obtuvo usted. su título de Profesor de Matemáticas?  
.....
2. ¿En qué institución realizó sus estudios de Pedagogía en Matemáticas?  
.....
3. ¿Cuántos años de experiencia docente tiene?  
.....
4. ¿Estaba contemplada en el plan de su Carrera asignaturas de Geometría? ¿Cuáles?  
.....
5. ¿Qué temas de Geometría estudió usted. en la Universidad? Enumere los principales  
.....
6. En caso de no haber tenido cursos de Geometría en su formación inicial ¿Ha usted. estudiado los contenidos a enseñar en forma autodidacta o a través de cursos de perfeccionamiento?  
.....
7. Para abordar las materias de Geometría. ¿Se apoya usted. en textos ¿Cuáles? ¿Tiene apuntes propios?  
.....
8. ¿En cuáles cursos ha enseñado usted. Geometría?  
.....
9. ¿Qué unidades ha podido abordar?  
.....
10. ¿Exige usted. que sus alumnos trabajen con instrumentos de Geometría? ¿Cuáles?  
.....

11. Para favorecer el Aprendizaje en Geometría, ¿prefiere usted proponer construcciones geométricas, es decir con uso de regla no graduada y compás o bien acepta construcciones con otros instrumentos, como transportador, escuadra, regla graduada...  
.....
12. Para favorecer el Aprendizaje en Geometría, ¿Usted. prefiere enunciar las propiedades de las figuras involucradas ilustradas por un dibujo, sin demostraciones, ni construcciones?  
.....
13. ¿Acepta usted que sus alumnos justifiquen las propiedades tratadas en clases mediante plegados en papel, o mediciones con escuadra, regla transportador o compás?  
.....
14. Exige usted a sus alumnos justificaciones que se apoyen en las propiedades de las figuras involucradas y no en las informaciones visuales que les proporciona el dibujo?  
.....

### **Análisis de la encuesta**

La encuesta la contestaron 16 profesores de Enseñanza Media, dos con 30 o más años de experiencia; 3 entre 20 y 30 años de experiencia; 6 entre 10 y 20 años de experiencia y 5 con menos de 10 años de experiencia. Entre los cuales hay egresados PUCV, de la PUC, la U de Chile de Valparaíso ( hoy U de Playa Ancha), U de Talca, U de Chile de Arica, Universidad Técnica del Estado, hoy USACH, U de Chile de Antofagasta.

Con respecto a la pregunta si la Geometría estaba contemplada en su formación, 15 profesores declaran explícitamente haber tenido cursos de Geometría Euclidiana, Geometría Plana, Geometría Analítica, Geometría del Espacio, Geometría 1 y Geometría 2. Esta pregunta no nos ha dado mayor información, ya que no se sabe a qué se refiere cada una. La Geometría Euclidiana, Geometría Plana y Geometría podrían tratarse del mismo ramo.

La pregunta ¿Qué temas de geometría estudió usted en la Universidad, enumere los principales, no ha sido bien comprendida, tres omiten la respuesta y sólo tres de 16 señalan los siguientes temas: triángulos, circunferencias, ángulos, polígonos. El resto enumera Asignaturas, como Geometría Euclidiana, Geometría Analítica, Trigonometría, Geometría Vectorial.

Cuatro profesores declaran que su formación en Geometría ha sido autodidacta y otros cinco declaran haber tomado cursos de perfeccionamiento para actualizar su formación, siete omiten la respuesta.

Constatamos que las respuestas con respecto a su formación son heterogéneas, y cruzando algunas de estas respuestas hemos detectado que los profesores más jóvenes pueden enumerar temas de Geometría que han estudiado. Esto es coherente con la ausencia de la Geometría en los currículos pasados. De ahí que profesores señalen ser autodidactas y otros declaran haber estudiado Geometría gracias a cursos de perfeccionamiento.

Esto nos parece particularmente grave, ya que los profesores deben tratar materias sobre las cuales no han tenido una formación adecuada.

Con respecto a la pregunta sobre los textos de apoyo, 5 profesores declaran que utilizan los textos del Mineduc y apuntes personales, 8 dicen apoyarse en textos antiguos no en vigencia como Geometría de Phoenich, Omer Cano, Baldor, Alcayaga, Mercado de Schuler

(todos estos textos son clásicos de más de 30 años) , también mencionan a Santillana, Arrayán y textos de nivel universitario o páginas web. Tres profesores dan otra respuesta. Esta respuesta nos muestra la falta de actualidad en los textos de apoyo que prefieren los profesores.

Con respecto a la pregunta sobre experiencia docente en Geometría, 12 profesores señalan haber hecho clases de Geometría en todos los cursos de Enseñanza Media, algunos de ellos también han trabajado en 7° y 8° Dos señalan tener experiencia de Séptimo a Primero Medio. Dos dan otras respuestas.

Respecto a la pregunta sobre los temas que abordan en clases, Tres señalan explícitamente que han tratado Semejanza, Congruencia, Geometría Analítica .

Cuatro profesores anotan : Ángulos, Construcciones ( regla y compás), Perímetros, Áreas, Volúmenes. Cinco omiten y cuatro dicen desde Ángulos al Teorema de Thales y Euclides.

Con respecto al uso de útiles de geometría, 10 profesores declaran exigir compás, reglas, transportador, escuadra. Tres dicen no exigir, y otros 3 no responden.

Respecto a la pregunta sobre las tareas de construcción si da preferencia a las mecánicas o geométricas, Seis profesores señalan que prefieren las mecánicas, Cuatro las geométricas, dos de los cuales dicen ambas y Cuatro profesores omiten.

Con respecto a la pregunta ¿Ud. prefiere enunciar las propiedades de las figuras involucradas ilustradas por un dibujo, sin construcciones ni demostraciones?

Cuatro profesores dicen que prefieren dibujo y demostraciones. Dos profesores señalan que prefieren que los alumnos descubran las propiedades y luego “yo formalizo”, cinco profesores dicen “ prefiero el dibujo, enunciar y verificar”, cinco profesores no contestan. esa pregunta.

Las respuestas sobre estas dos últimas preguntas construcciones mecánicas o geométricas y sobre el enunciado de propiedades de figuras involucradas en el dibujo, no son del todo coherentes, puesto que aceptan apoyarse en los dibujos para verificar, una minoría señala que pide demostraciones, y la mayor parte dice que prefiere las construcciones mecánicas, es decir aquellas apoyadas en instrumentos y no en propiedades. En consecuencia a qué demostraciones se refieren? ¿Cómo conciben la tarea de demostrar en Geometría?

La respuesta a la pregunta que sigue corrobora esta incoherencia, ¿Exige Ud. a sus alumnos justificaciones que se apoyen en propiedades de las figuras involucradas y no en las informaciones visuales que las figuras les proporcionan?

Catorce profesores dicen que sí y dos omiten. Esto significa que ellos consideran importantes las demostraciones geométricas de las propiedades, pero la realidad como hemos visto es que en la práctica se contentan con mediciones con reglas, escuadras o transportador, o con verificaciones por plegados u otro.

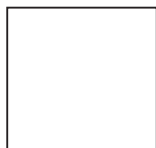
De los resultados de nuestra investigación, esperábamos encontrar elementos significativos sobre conocimientos y quehaceres. La encuesta nos da algunos elementos sobre su formación y su quehacer docente. En la parte de los problemas, hemos puesto al profesor frente a dos situaciones geométricas correspondientes a situaciones normales y corrientes de Enseñanza Media, y en posición de alumno frente al problema. Hemos podido detectar que es la visión empírica de la Geometría la que predomina en la concepción que los profesores encuestados, por sobre la concepción matemática basada en propiedades que necesitan ser demostradas. Una actitud de prueba frente a enunciados o afirmaciones, está prácticamente ausente. A continuación presentamos las dos situaciones problemas ya mencionadas.

**Situación 1**

(En cada una de las siguientes figuras construya con regla y compás los puntos medios de sus lados). En el cuadrado de la figura 1, construir con regla y compás, los puntos medios de sus lados. Al unir dichos puntos resulta un cuadrilátero.

**Pregunta 1:** ¿De qué tipo es el cuadrilátero resultante? Explique el por qué de sus afirmaciones.

Figura 1



**Pregunta 2:** De qué tipo es el cuadrilátero resultante, si considera ahora el trapecio isósceles de la figura 2. Explique el por qué de sus afirmaciones.

Figura 2

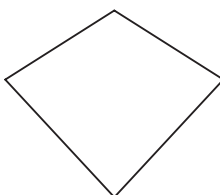


**CONTINUACIÓN SITUACIÓN 1**

En el volantín de la figura 3, construir con regla y compás, los puntos medios de sus lados. Al unir dichos puntos resulta un cuadrilátero.

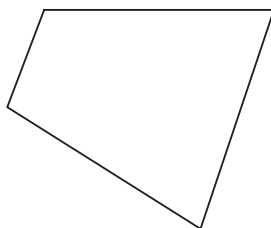
**Pregunta 3:** ¿De qué tipo es el cuadrilátero resultante? Explique el por qué de sus afirmaciones.

Figura 3



**Pregunta 4:** ¿De qué tipo es el cuadrilátero resultante, si considera ahora el cuadrilátero de la figura 4? Explique el por qué de sus afirmaciones.

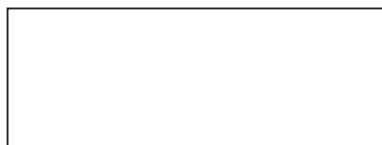
Figura 4



**Situación 2**

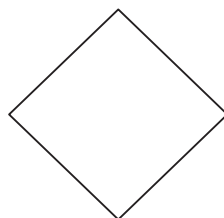
- a) La figura 5 es un rectángulo, cuyos vértices son los puntos medios de un rombo. Construir ese rombo. Indique los pasos de su construcción ¿Cómo asegura Ud. que la figura construida es el rombo pedido? Explique.

Figura 5



- b) La figura 6 es un rombo, cuyos vértices son los puntos medios de un rectángulo. Construir ese rectángulo. Indique los pasos de su construcción ¿Cómo asegura Ud. que la figura construida es el rectángulo pedido? Explique.

Figura 6



En la Conferencia analizamos algunas respuestas dadas por algunos profesores encuestados que en este resumen lamentablemente hemos debido omitir.

**Conclusiones**

En síntesis, la Geometría no se concibe como un cuerpo de conocimientos organizados o como un sistema matemático con definiciones, propiedades y teoremas. Las tareas de construcciones o verificaciones que se proponen en clases y en los textos de uso frecuentes, favorecen la búsqueda empírica hasta la formulación de una conjetura. La cual se comprueba por medios técnicos del tipo utilizado en los “trabajos manuales”, o por verificaciones a través de mediciones o plegados. En las clases se cubre una primera etapa, nos parece bien llegar a conjeturas, pero falta la segunda etapa, fundamental para el aprendizaje de la matemática y de la geometría en particular, la de la demostración o justificación, la cual permite distinguir una definición de un teorema y sus respectivos roles. No estamos refiriéndonos a demostraciones rigurosas, sino a las explicaciones de los porqués, los cuales pueden darse según el nivel, en lenguaje natural intuitivo, o mixto

(lenguaje natural y geométrico) e ir evolucionando hasta el logro de un lenguaje geométrico más formal, a finales de la Enseñanza Media.

### **Bibliografía**

- Duval R. (1992) Argumenter, démontrer, expliquer: continuité ou rupture cognitive. *Petit x* n°31, 37-61.
- Houdement C. et Kuzniak A.(2000) Formations des maîtres et paradigms géométriques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. vol 20/1, 89-115.
- Guzmán R. Ismenia (1998) Registros de Representación y su incidencia en el aprendizaje de la noción de función continua. *Voces de los estudiantes. Relime Mexico*.
- Guzmán R. I.(1995) Aprendiendo geometría con el programa Cabri geométrico.Sugerencias Metodológicas. *Publicación IMA.UCV Difusión Nacional hecha por el Ministerio de Educación*.
- Guzmán, Consigliere, Acuña (1999) Potencias y Simetrías para Primer Año Medio. *Publicación IMA UCV*. Valparaíso, Chile.
- Guzmán, Consigliere, Acuña (2000) Probabilidades y Semejanza de Figuras Planas para Segundo Año Medio. *Publicación IMA UCV*. Valparaíso, Chile.
- Guzmán, Consigliere, Acuña (2001) Funciones Cuadráticas y Proporcionalidad en el triángulo Rectángulo para Tercer Año Medio. *Publicación IMA UCV*. Valparaíso, Chile.