

Una propuesta para la enseñanza de problemas de programación lineal

Nora Gatica, Mirta Moreno
Universidad Nacional de San Luis. Argentina
nimberty@fices.unsl.edu.ar

Resumen

Muchas veces, la actitud del estudiante se manifiesta pasiva y sin motivación para enfrentar el estudio de diversas asignaturas, en especial en Matemáticas. Este hecho proviene, en variadas ocasiones, al no tener respuesta a la pregunta: ¿para que sirve aprender matemáticas?

Con el propósito de revertir esta situación, hemos incorporado métodos y técnicas participativas en el proceso de enseñanza - aprendizaje de un tema en particular: los problemas de Programación Lineal.

Con los problemas de Programación Lineal, nos introducimos, a la teoría de sistemas de desigualdades lineales, la cual es una rama de la matemática no extensa pero sí muy interesante. Lo interesante se encuentra en su contenido geométrico, ya que la definición de un sistema de desigualdades lineales con dos incógnitas significa la representación de una región o recinto convexo y poligonal en un plano.

El presente Taller se dirige a profesores de Matemática de la enseñanza media y superior interesados en recibir propuestas interesantes que reflejen la manera en que las matemáticas son utilizadas reflejando las diferentes formas en que la gente trabaja junta y aprende. Tiene la intención de posibilitar la incorporación de situaciones propiamente educativas con proyectos específicos donde el estudiante figure como centro del proceso de enseñanza que le facilite un aprendizaje significativo y transmitir a los participantes un conjunto de informaciones y experiencias en el empleo de problemas de programación lineal que le sirva para el desarrollo de su práctica docente

Introducción

La Ley Federal de Educación en Argentina, puntualiza la necesidad de que el alumno o la alumna “adquieran esquemas de conocimiento que les permita ampliar su experiencia dentro de la esfera de lo cotidiano y acceder a sistemas de mayor grado de integración a través de los procesos de pensamientos específicos dirigidos a la resolución de problemas en los principales ámbitos y sectores de la realidad”.

Así mismo plantea el enfoque con que han de trabajarse los contenidos de matemática, en donde requiere que se destaque:

- La comprensión conceptual.
- El gusto por hacer matemática.
- La habilidad de plantear problemas y resolverlos con una variedad de estrategias, teniendo en cuenta que la matemática es una habilidad humana a la que todos pueden acceder de manera placentera.
- La significación y funcionalidad de la matemática a través de su conexión con el mundo real, entre sus diversas ramas y con las otras ciencias.
- La potencia de la matemática para modelizar problemas de las otras disciplinas a partir de su estructuración lógica y de su lenguaje.....

Los Contenidos Básicos Comunes de Matemática para la Educación General Básica han sido organizados en ocho bloques. El título del Bloque Nro. 3 es Lenguaje gráfico y algebraico.

La síntesis explicativa de este bloque expresa: ..."Los alumnos y alumnas en la EGB explotarán conceptos algebraicos, pero de manera informal. Esta explotación debe enfatizar el uso de modelos físicos, tablas de datos, gráficos, escritura de ecuaciones, fórmulas, etc. que tiendan a favorecer la comprensión de los conceptos de función, variable, cambio y

dependencia... La resolución de diversos problemas requerirá del planteo de ecuaciones, inecuaciones o sistemas que en principio podrán ser resueltos con apoyo gráfico, para llegar en el Tercer Ciclo a un tratamiento algebraico más completo comprendiendo que las igualdades y desigualdades algebraicas pueden transformarse de manera válida por medio de reglas que el álgebra prescribe para producir expresiones más simples (equivalentes), pero que conservan su relación inicial."

Por otra parte, en relación a los contenidos curriculares, Santaló (1986), expresa:

"Los contenidos deberán ser expuestos según una metodología que contemple:

- a) El desarrollo intelectual del alumno, capacitándolo para "entender" los problemas de la vida moderna y para que pueda resolverlos con los medios a su alcance. Es decir, los contenidos deben ser considerados, en gran parte, como ejemplos del método matemático, cuyas posibilidades exceden a los casos tratados durante la enseñanza y son variables con el lugar y con el tiempo. Hay que desarrollar en el alumno la capacidad para aprender por si solo.....
- b) Despertar en el alumno la imaginación y la creatividad, así como la admiración por las construcciones intelectuales que es posible elaborar sobre estructuras matemáticas, viendo a la matemática como un juego de ingenio que permite llegar a conclusiones importantes y no fácilmente previsibles....
- c) Vamos a señalar una posible lista de contenidos, que se trata solo de alineamientos generales, que deberán detallarse adecuadamente y sobre todo experimentarse y evaluarse, teniendo en cuenta la escuela, el medio, el profesor y el alumno..."

Dentro de la lista de contenidos, en tercer año de secundaria (edad 15 años, sistema anterior) se encuentra: Sistema de ecuaciones e inecuaciones. Ejemplos simples de programación lineal.

Al respecto expresa:

"Es también muy importante que el alumno vaya adquiriendo la habilidad para plantear en forma de ecuaciones e inecuaciones problemas de la vida real, distinguiendo bien entre el planteo de las ecuaciones y la solución de las mismas que puede hacerse de manera más o menos mecánica y con cualquiera de los métodos, siempre el más adecuado en cada caso."

"Por esto son instructivos los problemas llamados de programación lineal, en sus formas más simples, pues en su solución juegan muchas de las habilidades adquiridas por el alumno y que debe ejercitar continuamente. Cada profesor debe ir coleccionando varios de estos problemas para seleccionar en cada caso el que le parezca más atractivo para los alumnos..." Luego se refiere a ejemplos y su solución.

A pesar de todas estas recomendaciones, el tema inecuaciones lineales, aplicando problemas de programación lineal, en la mayoría de los casos, no se enseñan en la escuela secundaria, posiblemente, por razones de tiempo. Es recién en los cursos preuniversitarios de ingreso a la universidad, donde el tema se aprende por primera vez.

Con el propósito de revertir esta situación y enfatizar la motivación en el alumno, hemos diseñado el presente Taller, incorporando métodos y técnicas participativas en el proceso de enseñanza - aprendizaje de un tema en particular: los problemas de Programación Lineal. Es nuestra intención exponer propuestas interesantes que reflejen la manera en que las

matemáticas son utilizadas reflejando las diferentes formas en que la gente trabaja junta y aprende.

Esta propuesta de enseñanza ya ha sido puesta en práctica durante dos años consecutivos con alumnos en el aula, cuyos resultados han sido publicados (Gatica y otros, 2000), (Gatica, 2001).

Los problemas de programación lineal

Muchos fenómenos físicos y de otro tipo son representados por ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones e inecuaciones, por ello, la solución de estos problemas se reduce a la solución de ecuaciones, inecuaciones y sus sistemas.

"Desde los ejemplos más sencillos de la vida real, el concepto de desigualdad se halla implícito en la mayor parte de las actividades diarias que están relacionadas con valores máximos o mínimos, o acotaciones en general. Los ejemplos abarcan un amplio espectro, que va desde la limitación de la velocidad en las carreteras hasta las constantes de calidad de cualquier producto que se fabrica." (Díez, 1995, pp. 145).

Tales situaciones del mundo real pueden presentar problemas que requieren soluciones y decisiones. Algunos de estos problemas presentan un aspecto matemático relativamente simple, relacionado con la matemática elemental. Tal es el caso de los problemas de programación lineal.

Un problema de Programación Lineal consiste en la optimización de unos objetivos que son funciones lineales de unas variables que intervienen en el problema y que están sujetas a unas restricciones de tipo lineal. Es decir: es un conjunto de técnicas matemáticas que facilitan la solución de problemas de planificación económica o social. Su objetivo básico es encontrar la solución óptima, que puede consistir en maximizar beneficios o minimizar costos empleando recursos limitados.

Si bien existen distintas técnicas para resolver este tipo de problemas, una de las más elementales se refiere a la resolución gráfica. Esta consiste en representar en un sistema de coordenadas cartesiano, el conjunto de restricciones el cual geoméricamente se representa mediante un polígono convexo. Como el óptimo de la función objetivo que se desea maximizar o minimizar se encuentra en uno de los vértices de este polígono, se reemplaza esta función en cada punto de los vértices y aquel correspondiente al valor máximo o mínimo es la solución buscada.

Este es el procedimiento que se les enseña a los alumnos, para resolver este tipo de problemas, tanto en la escuela secundaria como en primer año de la Universidad (Gatica et al., 2001).

Este método nos permite calcular la solución óptima de un problema dado dentro de ciertas restricciones. Por ejemplo: un fabricante de un cierto producto al decidir que objetos particulares tiene que fabricar y en que cantidades, debe tener en cuenta un gran número de factores, como ser la capacidad de sus máquinas, el costo y posible venta, etc. Pero además cada subdivisión de su problema tiene otras complejidades. La programación lineal es una técnica matemática que permite determinar la mejor distribución de recursos a fin de satisfacer un objetivo prefijado. Los recursos pueden ser de distintos tipos, como dinero,

materias primas, mano de obra, etc. y el objetivo un resultado que se desea optimizar, como ser costo mínimo, beneficio máximo, volumen de producción máximo, etc.

Existen muchos otros ejemplos que nos hace evidenciar que la Programación Lineal tiene una finalidad esencialmente práctica.

- En una industria manufacturera se fabrican distintos productos. Cada producto utiliza ciertas cantidades de recursos de producción y se conoce el beneficio que se obtiene por fabricarlo. ¿Que cantidad debe fabricarse de cada producto para obtener el máximo beneficio total?
- Un fabricante de alimentos balanceados debe proporcionar ciertas cantidades de componentes nutritivos en dada bolsa de alimentos. Puede obtener los componentes nutritivos mediante diferentes granos y sustancias adicionales, de los cuales conoce el costo. ¿Que combinación de granos y sustancias adicionales debe utilizar para proporcionar las cantidades requeridas de componentes nutritivos al mínimo costo total?
- El director de una refinería de petróleo debe considerar la expansión de su producción aumentando la capacidad en algún punto del proceso de refinación. ¿En cual de los diferentes procesos involucrados debe aumentarse la capacidad para obtener el mas rápido retorno del capital invertido?

Objetivos del taller

Este Taller pretende ofrecer alternativas de enseñanza de las matemáticas en la escuela con el fin de reformar la manera tradicional. Este nuevo enfoque enfatiza el trabajo en grupo, la comunicación y aplicaciones del mundo real. Los estudiantes encuentran una forma interesante que refleja la manera en que las matemáticas son utilizadas y por otro lado, se les proporciona oportunidades para escribir sobre el pensamiento matemático, para reflexionar sobre las actividades y para hacer presentaciones orales a sus compañeros de clase acerca de su trabajo.

Por medio de los problemas de programación lineal tienen la oportunidad de profundizar los conocimientos de ecuaciones, inecuaciones y gráficas mientras que usan lo que aprenden para enfrentar un reto en los problemas aplicados a la economía, entre otras ciencias. Estos son utilizados en la actualidad tanto por pequeños negocios como para enormes corporaciones para incrementar las ganancias y bajar los costos.

Mediante esta forma de trabajo, los profesores podrán evaluar a sus alumnos, de acuerdo a una variedad de criterios, incluyendo la participación en clase, la tarea asignada diariamente, los problemas aplicados, portafolios y evaluaciones.

De esta manera, pretendemos generar un cambio de actitud en los profesores, frente a la enseñanza de las matemáticas.

Mediante la ejecución de actividades representativas, el principal objetivo del Taller es desarrollar habilidades en los profesores a fin de que profundicen su comprensión sobre los problemas de Programación Lineal.

De la misma manera dotar a los profesores de los elementos básicos para que puedan incorporarlos a su práctica docente y así mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje sobre este tema.

Metodología

Se emplearon básicamente tres formas metodológicas de trabajo:

- ❖ Teórica: Se ofrecieron los conceptos teóricos necesarios sobre el desarrollo de los problemas de Programación Lineal para que los profesores puedan incorporarlos a su práctica docente.
- ❖ Informativo: Se dieron a conocer antecedentes del trabajo, como así también el desarrollo histórico de este tema.
- ❖ Práctico: Consistió en la realización conjunta de actividades representativas a fin de desarrollar habilidades matemáticas

Las actividades programadas se realizaron mediante el trabajo individual y en pequeños grupos, con el fin de propiciar la interacción y el crecimiento profesional entre los asistentes.

Comentarios finales

El Taller se desarrolló en un clima de camaradería y entusiasmo estableciéndose aportaciones de los asistentes en cuanto al tema elegido.

En general, la mayoría coincidía en la importancia de presentar en el aula, problemas de la vida real en donde los estudiantes evidencien la aplicación de las matemáticas a problemas reales, quienes muchas veces se preguntan para que sirve estudiar matemáticas, y de esta manera motivarlos para el estudio de una asignatura difícil para ellos.

Las actividades les parecieron sumamente motivadoras y una forma interesante de trabajo donde se propicia la interacción en equipos y el trabajo en grupo.

Hubo asistentes que propusieron aplicarlas en sus aulas y mantenernos en contacto para los comentarios y evaluaciones de esta forma de trabajo. También se establecieron discusiones, debates y narraciones de sus propias experiencias.

Debido a que por medio de los problemas de programación lineal tienen la oportunidad de profundizar los conocimientos de ecuaciones, inecuaciones y gráficas al mismo tiempo usan lo que aprenden para enfrentar un reto en los problemas aplicados a la economía, entre otras ciencias. Nuestros alumnos, después de adquirir estos conocimientos, actuarán con criterio a la hora de tomar decisiones personales y políticas. Los temas económicos dominan la vida moderna, detrás de ellos se encuentran asuntos tan complejos de la ciencia, tecnología y matemáticas que requieren tener conciencia de los principios fundamentales.

Referencias bibliográficas

Díez, M. (1995). Sobre la simbolización en el álgebra. Aplicación al proceso de aprendizajes de las desigualdades en educación secundaria. Tesis Doctoral. Madrid: Universidad Complutense.

Gatica, N., Moreno, M. y Renaudo A. (2001). Observaciones sobre las dificultades de los estudiantes frente a problemas de programación lineal. En J.P. Perales, A. L. García, E. Rivera, J. Bernal, F. Maeso, J. Muros, L. Rico y J. Roldán (Edts.), *Congreso Nacional de didácticas específicas. Las didácticas de las áreas curriculares en el siglo XXI* (pp. 877 - 886, Vol I). Granada: Grupo Editorial Universitario.

Gatica, N. (2000). Diferentes razonamientos de estudiantes de escuela secundaria frente a una tarea de inecuaciones lineales en dos variables. *IX Congreso sobre enseñanza y aprendizaje de las*

- Matemáticas THALES*. (pp. 77 - 80). San Fernando: Servicios de Publicaciones Universidad de Cadiz.
- Marín I., Rodríguez V. y Perino O. (1981). *Programación Lineal: conceptos y aplicaciones*. Buenos Aires: Ediciones Macchi.
- Ministerio de Cultura y Educación de la Nación (1995). *Contenidos Básicos Comunes para la Educación General Básica*. Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. Consejo Federal de Cultura y Educación. República Argentina.
- Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. (1996). *Contenidos Básicos para la Educación Polimodal*. Ministerio de Cultura y Educación de la Nación. Versión para consulta. República Argentina.
- Santalo, L. (1986). *La enseñanza de la matemática en la escuela media*. Argentina Editorial Docencia.
- Vajda S. (1970). *Introducción a la programación lineal y a la teoría de juegos*. Buenos Aires: EUDEBA