LEO PERO NO COMPRENDO. UNA EXPERIENCIA CON INGRESANTES UNIVERSITARIOS

M.Rosa. Berraondo[2], Magdalena Pekolj[3], Nélida, H. Pérez y Raquel Cognigni[4]
Universidad Nacional de San Luis-Argentina
mrberr@unsl.edu.ar -mpekolj@unsl.edu.ar - nperez@unsl.edu.ar

Resumen
En el campo de la resolución de problemas matemáticos es innegable la contribución de G.Polya (1887-1985) en su obra de 1940: ¿Cómo plantear y resolver problemas?, el modelo que propone coincide en sus rasgos generales con otros descriptos más recientemente. Según este ya clásico modelo de Polya, las fases o etapas en la actividad de resolución de problemas son cuatro.
Nosotras nos detendremos en la primera etapa: "*comprender el problema*", que involucra fundamentalmente el análisis y la comprensión del texto del problema.
El análisis del enunciado tiene como función principal la elaboración y representación de las relaciones específicas del problema. Es el paso del lenguaje corriente (estado inicial del texto) al lenguaje matemático.
En general los alumnos que realizan una lectura superficial y fragmentaria del texto del problema dirigen su atención hacia algunas componentes del mismo, es posible que se detengan en los datos numéricos, sin considerar las relaciones que mantienen entre sí, y además dejen de lado condiciones y preguntas no explícitas directamente en el texto.
En este trabajo analizamos el comportamiento de los alumnos al resolver dos problemas tomados en el examen diagnostico para ingresantes a la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas y Naturales – Universidad Nacional de San Luis, República Argentina (2002). Se pone en evidencia la influencia de las componentes semántica y sintáctica y de la estructura lógica del enunciado del problema en la determinación de la solución o de la vía de solución elegida.
Presentamos consideraciones sobre las dificultades encontradas, ejemplificamos dichas situaciones y finalmente emitimos algunas conclusiones.

Introducción:
- Hacer matemática es ante todo resolver problemas.
- "La solución de un problema no surge nunca de la nada, depende siempre de la experiencia precedente del sujeto" (R.M.Gagne en *Las Condiciones del Aprendizaje*).

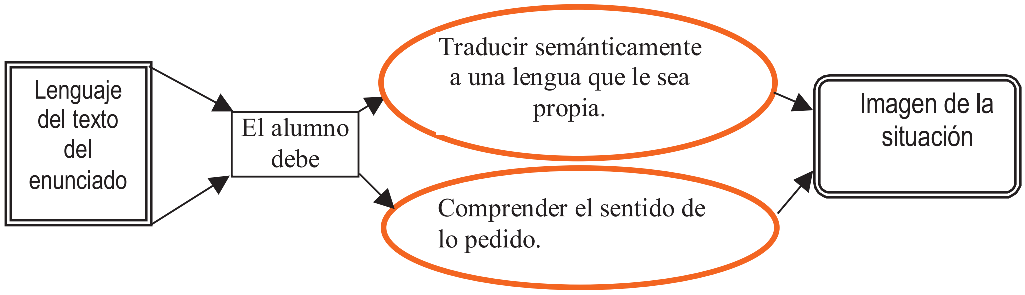
Estas afirmaciones, a las que adherimos nos han movilizado a realizar la presente investigación con la intención de conocer las capacidades para resolver problemas que traen los alumnos.
La resolución de problemas es de naturaleza sumamente compleja considerada como proceso cognitivo es decir en relación con el esclarecimiento de diferentes facetas, propiedades, características cuantitativas de los objetos, procesos o acontecimientos descriptos en el enunciado del problema, como también si se la considera desde el punto de vista de su estructura interna, es decir, del sistema de pasos o etapas que debe realizar el alumno al solucionar un problema matemático con texto.

[2] Integrante del Proyecto de Investigación "Políticas de evaluación y las prácticas de los docentes universitarios.
[3] Integrante del Proyecto 'El rol del aprendizaje conceptual de la matemática y la física en el rendimiento de los alumnos ingresantes a carreras de ciencias e ingeniería de la UNSL'.
[4] Integrante del Proyecto de Investigación "Teoría de Juegos/Elección social"

Según el ya clásico modelo de Polya, las fases o etapas para la resolución de problemas son:
1:Comprender el problema. 2: Idear un plan para encontrar la solución. 3: Seguir el plan. 4: Examinar la solución obtenida.
El carácter flexible y dinámico de las etapas está en íntima correspondencia con su consideración como actividad cognoscitiva y como proceso.
Nos detendremos en la primera fase **comprender el problema** o sea el análisis del texto o del enunciado, la cual determina en gran medida el destino del resto de las etapas de la solución.
El análisis del texto conduce a que el alumno forme una representación de lo que relata el enunciado, de la situación que se presenta y de las relaciones cuantitativas que se destacan en el texto del problema.
¿Por qué los alumnos no saben, o no pueden resolver problemas?
Estamos convencidas que el conflicto se produce antes de intentar una solución, la mayoría de las veces no tiene que ver con los procedimientos matemáticos a emplear, se da en la primer fase: el alumno lee el texto, pero no lo comprende.
Es decir una de las mayores dificultades reside en los aspectos lingüísticos.
El discurso sobre el lenguaje se presenta en una doble forma:

- Lenguaje del texto del enunciado.
- Lenguaje que el alumno usa para resolver el problema.

La dificultad del primer punto está íntimamente relacionada con la comprensión.
A menudo el texto no viene expresado en la lengua que espera el alumno o en una lengua suya, por lo tanto debe traducirlo a su propio lenguaje, y comprender el sentido de lo pedido para hacerse una imagen de lo que la situación problemática propone.



Es claro que se requiere una educación lingüística especial y considerable, citando a Boero del Grupo de Génova se requiere no sólo *"letras",* sino que ofrezca un *"eficaz instrumento para resolver problemas matemáticos"*
La comprensión del texto llevará a: la representación del problema usando gráficos, esquemas, tablas, etc.; y a la representación interna que recogerá no sólo los datos objetivos, sino también la complicada red de relaciones, hechos, procedimientos que esos datos producen, en realidad se convierte en una representación cognitiva donde intervienen variedad de elementos (definiciones, signos, conceptos, operaciones, relaciones funcionales, lenguaje algebraico, etc.) el que resuelve debe pasar al modelo matemático y lograr la representación simbólica.

El defecto de interpretación del alumno puede ser, puramente lingüístico o en el paso de la lectura a una modelización del contexto, donde estarán presente sus experiencias y concepciones anteriores.
Teniendo en cuenta Nesher P.A. (1980, "The Stereotyped nature de word problems" y estudios más recientes D'Amore B. (1992), consideramos la influencia de tres componentes que entran en acción a la hora de analizar enunciados de problemas.
La componente semántica, es decir el significado de los términos que aparecen en el enunciado.
La componente sintáctica, es decir la organización del texto, las funciones de las palabras (sujeto, verbo, conectivos, etc.) y el modo en que se combinan para producir el mensaje
La estructura lógica del texto del problema, en ella intervienen varias componentes: los datos (exceso, falta); las operaciones matemáticas que involucra; la imagen mental que produce la situación en el lector, el nivel de contenido.
Cuando hablamos del análisis del problema nos estamos refiriendo al complejo proceso a partir del cual, y en el curso del cual se obtiene como producto el conocimiento cada vez más profundo y completo de las relaciones contenidas en el problema.

Experiencia:
Instrumento: Prueba Diagnóstico de Matemática. Se analizan los dos problemas con texto que formaban parte de la prueba que constaba además de 20 ítems de opción múltiple. Los enunciados fueron tomados textualmente de libros de circulación corriente. Se eligieron problemas de geometría dado que ella es la gran ausente de la escuela argentina en las clases de matemática.
Población:
Tres grupos de alumnos ingresantes a la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas 2002:
A: aspirantes a Técnico Universitario en Microprocesadores y Profesorado en Tecnología.
B. aspirantes a Licenciatura y Profesorado en Matemáticas y Física.
C: aspirantes a Licenciatura en Computación.

Alumnos que intentan los problemas		
Cantidad de pruebas Grupo A	136	
Intentan Problema 1	50	36.8 %
Intentan Problema 2	15	11 %
Cantidad de pruebas Grupo B	88	
Intentan Problema 1	38	43.2 %
Intentan Problema 2	14	16 %
Cantidad de pruebas Grupo C	197	
Intentan Problema 1	87	44.2 %
Intentan Problema 2	26	13.2 %

Enunciado Problema 1.- *Un cubo de madera de 4 centímetros de lado está pintado en toda su superficie exterior de color azul. Realizando cortes horizontales y verticales se*

obtienen 64 cubitos de 1 centímetros de lado. Determinar el número de cubitos que tienen 3, 2, 1, 0, caras azules respectivamente.
Explicar el razonamiento que realizó para obtener las respuestas.
Observaciones sobre el enunciado del problema 1:
- El problema contiene datos redundantes, ya que sabiendo que el cubo tiene 4 cm. de arista, se puede obtener los 64 cubitos que se determinan al cortar en cubitos de 1 cm.
- Las consignas no tienen igual disposición. La primera *"Determinar el ....."*, figura seguida de la descripción de la situación. La segunda *"Explicar el...."* está aparte.

Pensamos que algunas de las respuestas obtenidas están relacionadas con estas observaciones de texto que encontramos al iniciar el análisis.

ANALISIS DE LAS RESPUESTAS AL PROBLEMA 1.

(1) Van directamente a los datos numéricos, caso típico de una lectura superficial y fragmentaria, , operándolos sin respetar la consigna *"Determinar el número....."*, así aparece:- los que relacionan los datos numéricos por medio de una regla de tres,- los que advierten que los datos son potencias de 2 ($4=2^2$; $64=2^6$) y proponen como solución otras potencias de 2. ($2^3=8$; $2^4=16$; $2^5=32$).- los que efectúan 6x4= 256, y no tienen en cuenta que si hay 64 cubitos, la respuesta no puede ser 256 con caras azules.El 16% de los que intentan la solución se ubican en este caso (1).

(2) Dibujan correctamente un cubo con sus divisiones y cuentan mal. Es otro ejemplo de lectura superficial, ya que no utilizan el dato control 64. Al sumar las respuestas de las caras pintadas de cubitos que tienen 3, 2, 1, 0, caras azules obtienen: 60, 32, 39, etc. Pensamos que estos errores también están asociados a la dificultad con la noción de volumen, ya que al contar tienen en cuenta solo lo visible en su esquema, tres caras, u olvidan el interior. El 30% de los que intentan la solución se ubican en este caso.

(3) Resuelven con errores, pero fuerzan la solución para obtener suma 64. Es decir comprenden el enunciado pero fallan en la obtención de la respuesta. El 7% se ubican en este caso.

(4) Grafican un cubo, y abandonan el problema. No sabe que hacer con los datos. Comprensión muy primitiva.El 15% de los que intentan se ubican en este caso.

(5) Grafican mal, evidentemente desconocen conceptos matemáticos y no manejan nociones espaciales. Por ejemplo dibujan un cuadrado de 8x8 y trazan 64 cuadraditos. Usando este gráfico un alumno da una respuesta inesperada, *dice "hay cero cubos pintados, porque lo que se pintan son cuadraditos"* . Lectura muy fragmentaria, ya que el enunciado indica contar cubitos de 0,1,2,3 caras pintadas de azul. Otros dibujan un tetraedro.Aproximadamente el 5 % se encuadra en este caso.

(6) Resuelven correctamente el 27 % de los 175 alumnos que abordaron el problema.

Con respecto al análisis lingüístico del texto, observamos que dice <u>lado</u> en lugar de arista, pero, no apareció ninguna situación que nos hiciera pensar que fue un distractor, ya que el sujeto de la oración es la palabra cubo.

El hecho de que confunden cuadrado con cubo, no parece estar ligado al término lado.

Evidentemente el problema1, resultó más atractivo que el 2. Generó mayor motivación, lo abordaron más alumnos, estimamos que es debido a que se trata de un texto que induce a la representación de algo concreto: "un dado" , "un cubo mágico", algo conocido por muchos.

Enunciado Problema 2.- *Sobre los lados de un triángulo rectángulo isósceles de cateto **b**, se construyen hacia el exterior, tres cuadrados; se unen los centros de los tres cuadrados con líneas rectas. Calcular el área del triángulo obtenido al unir los centros de los tres cuadrados.*

Observaciones sobre el enunciado del problema 2:

Una interpretación correcta del enunciado conducirá a la representación geométrica de la situación donde se reflejen las condiciones planteadas, llevando a lenguaje algebraico las relaciones que se visualizan, puede obtenerse la solución con relativa facilidad.

Como expresáramos en la introducción, la interpretación del texto está ligada al significado de las palabras, cada significado trae aparejado el conocimiento matemático del concepto que involucra dicho término; así en ese sentido en este problema podemos destacar las siguientes frases y términos:

Triángulo rectángulo isósceles.
Sobre los lados de un triángulo rectángulo.
Cuadrado.
Centro de un cuadrado.
Area del triángulo.
Cateto.

Este problema, a diferencia del primero, presenta:

- ✓ Un lenguaje más técnico (no tan cotidiano).
- ✓ Una situación geométrica pura.
- ✓ Ausencia de datos numéricos.

Estas características hacen que el número de alumnos que lo encara sea menor.

ANALISIS DE LAS RESPUESTAS AL PROBLEMA 2.

Lo interesante del análisis es observar las respuestas de aquellos alumnos que intentaron la solución, aunque sea presentando un gráfico.

(1)

Llama la atención la interpretación que los alumnos han hecho de la palabra *"sobre"* y se refleja en los gráficos.

Para algunos *"sobre"* significa una superposición de figuras como si las recortara y las encimara. Muestra una comprensión muy primitiva de la situación, denotando una lectura superficial y fragmentaria, ya que no perciben la frase completa *"Sobre los lados.......se construyen hacia el exterior, tres cuadrados".* Figuras 1.a y 1.b.

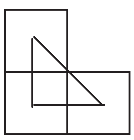


Figura 1.a (12%)

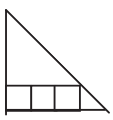


Figura 1.b (4%)

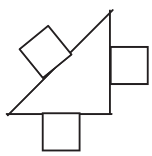


Figura 1.c (8%)

Otros interpretan el *"sobre"* como cuadrados apoyados sobre los lados, pero no hacen coincidir las medidas de los lados del triángulo con las de los cuadrados. Sigue siendo un razonamiento primitivo, ya que si no conoce la relación entre los lados de los cuadrados y los lados del triángulo no hay camino de solución posible. Figura 1.c.

- Encontramos también la interpretación de *"sobre"* como próximo. Figura 1.d

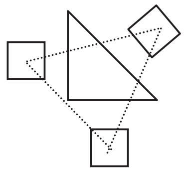
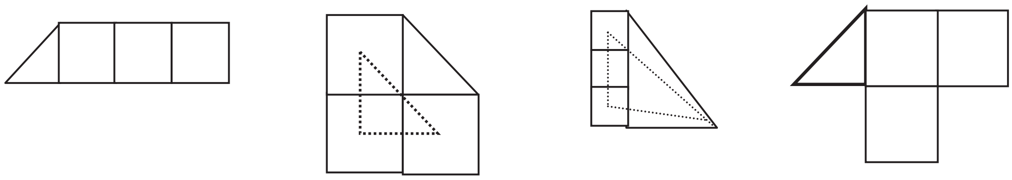


Figura 1.d (4%)

(2)
Otra dificultad que aparece es que no se entiende *"sobre los lados"* como equivalente a decir, "sobre cada lado". Además, algunos de los dibujos nos sugieren que los alumnos piensan que la hipotenusa no es lado, porque no dibujan un cuadrado sobre ella. Caso (2) un 14%.



(3)
En muchos casos el obstáculo para la comprensión lo constituye el desconocimiento del significado geométrico de algunos términos

a) Hacer rectángulos en lugar de cuadrados.
b) Dibujar el triángulo isósceles estereotipado olvidar que es rectángulo.
c) Dibuja un triángulo rectángulo ignorando que los catetos son iguales.

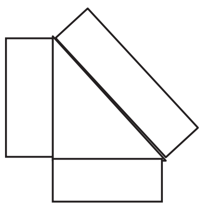


Figura 3.a (8%)

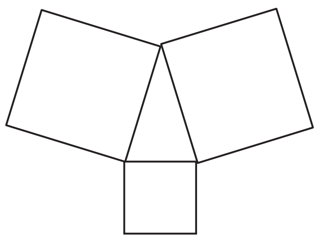


Figura 3.b (12%)

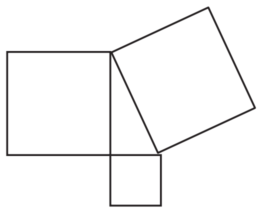


Figura 3.c (12%)

(4)
El 24% grafica bien pero no expresa ninguna relación algebraica. Pensamos que el hecho de no tener datos numéricos inhibe a operar y utilizar el Teorema de Pitágoras. Teniendo un buen gráfico era posible otra vía de solución más sencilla utilizando propiedades de área de triángulos. Pero ningún alumno intenta este camino.

(5)

El 12% grafica bien y escribe la formula de la superficie del triángulo sin lograr resolver, comprende el enunciado, aunque no visualiza la relación entre los datos del problema y los elementos del triángulo obtenido al unir los centros de los cuadrados. (6)
Resuelve bien el 4%.

Observación: La suma de estos porcentajes es mayor que 100, ya que por ejemplo un alumno que interpreto mal el termino sobre y además dibujó un triángulo isósceles no rectángulo, esta contado dos veces.

Conclusion

Pudimos comprobar como afirma Piaget, que *los errores no son fruto del azar, responden a una organización determinada del pensamiento, no hay detrás de los errores ausencia de conocimiento, sino otro conocimiento que hace que ellos sean sistemáticos, es por eso que las respuestas revelan una actividad auténtica del pensamiento en desarrollo*. El problema 2, fue tomado en 1992 a un grupo de estudiantes de 5to. Año y los errores de interpretación fueron equivalentes.
Por otra parte analizar las producciones de los alumnos puso en evidencia:
La pluralidad de puntos de vista posibles sobre un mismo objeto matemático y las concepciones desarrolladas por los alumnos a propósito de una noción.
El análisis realizado por el equipo, nos permitió iniciar la actividad de resolver problemas en el curso de precálculo (primer cuatrimestre de los alumnos de la Facultad) poniendo especial énfasis en la etapa de comprensión del enunciado, para luego incitarlo a modelar la situación y aplicar las estrategias y conocimientos apropiados.
Para contrastar lo ocurrido en el diagnóstico, trabajamos el problema 2 con el grupo B de alumnos (en una clase práctico). Los estudiantes se organizaron en grupos de discusión de tres o cuatro integrantes. Aparecieron nuevamente algunas de las interpretaciones mencionadas, pero como ya conocían el problema e intercambiaban ideas en el grupo, se obtuvieron mejores resultados. Aparecieron algunas soluciones tomando casos particulares (cateto b=1) que en la situación de examen no había ocurrido.

Bibliografía

Almeída, Alvarez y otros (1995).*Metodología de la Enseñanza de la Matemática,. Cuba*

Guzmán, M. de. (1991). *Para Pensar Mejor*". Edit. Labor.

Guzmán, M. de. (1992). *Tendencias innovadoras en Educación Matemática*. OMA

Labarrere Sarduy A. (1987), *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria".* Edit. Pueblo y Educación.

Mason-Burton-Stacey. (1989), *Pensar Matemáticamente*. Edit. Labor.

Polya G. (1989). *¿Cómo Plantear y Resolver Problemas,*. Edit. Trillas. Integrante del Proyecto de Bruno D`Amore. (2000) *PROBLEMAS, Pedagogía y Psicología de la matemática en la actividad de resolución de problemas.* Edit. Sintesis.

PÉREZ N. & CERIZOLA N. (1999) *LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, SU RELACIÓN CON LAS PRÁCTICAS DOCENTES,*