

## ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA CON SOFTWARE DERIVE

Nydia Dal Bianco; Rosana Botta Gioda; Nora Castro; Silvia Martínez;  
Mariela Pérez Broneske; Rubén Pizarro y Fabio Prieto  
Universidad Nacional de La Pampa, Argentina  
[dalbiano@exactas.unlpam.edu.ar](mailto:dalbiano@exactas.unlpam.edu.ar), [rbotta@cpnet.com.ar](mailto:rbotta@cpnet.com.ar),  
[smartinez@exactas.unlpam.edu.ar](mailto:smartinez@exactas.unlpam.edu.ar)

**Resumen**

Nuestra propuesta forma parte de un proyecto de investigación que estamos llevando a cabo docentes de la cátedra de Matemática perteneciente al primer año del plan de estudio de las carreras de Ciencias Naturales y Química de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa. El marco teórico que sustenta este trabajo de investigación sigue los lineamientos de la Ingeniería Didáctica propuestos por Michèle Artigue. Actualmente desarrollamos la fase de experimentación. Los primeros avances realizados en este sentido se llevaron a cabo durante el ciclo lectivo 2001 en el cual se utilizó el material de las clases teóricas, prácticas y un apunte del software DERIVE, preparado por la cátedra, con varios ejemplos de aplicación cuyo objetivo era facilitar la primera aproximación de los alumnos al software. Durante el ciclo lectivo 2002 se realizaron más experiencias en el desarrollo del tema aplicaciones de las derivadas. El software mencionado tiene como finalidad brindar apoyo didáctico al alumno en las etapas de la resolución de problemas: ejecución del plan y verificación de la solución obtenida, para eventualmente corregir errores y resolver cálculos que presentaran algún grado de dificultad importante. En esta propuesta relatamos una experiencia llevada a cabo en el estudio de los temas de la currícula de Matemática: Cónicas, funciones y derivadas. Aunque los resultados son todavía parciales, reflejan la importancia y necesidad del uso de la Informática en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática.

**Introducción**

Esta experiencia se llevó a cabo en la cátedra de Matemática a la cual asisten alumnos de diversas carreras de Ciencias Naturales y Química. La materia es de régimen anual y corresponde al primer año del plan de estudios. La currícula de esta asignatura involucra gran variedad de temas relacionados con el Álgebra y el Cálculo. Las dificultades que manifiestan los alumnos, en cuanto al manejo de conocimientos previos relacionados con la Matemática, la falta de motivación, los altos índices de desaprobación han hecho que los integrantes de esta Cátedra nos esforcemos para revertir esta situación. En este sentido hemos trabajado hace ya algunos años en diferentes proyectos de investigación que tienen a la enseñanza de la matemática como eje principal. La aparición de las nuevas herramientas tecnológicas, acompañadas del desarrollo de softwares específicos como Derive imponen la necesidad de reformular nuestra forma de enseñar, dándole al alumno la posibilidad de que gradualmente se familiarice con estas herramientas. El marco teórico que sustenta nuestro trabajo sigue los lineamientos que sugiere Michèle Artigue en la metodología de una ingeniería didáctica.

Utilizando de forma apropiada las computadoras pueden introducirse sin mayores dificultades, situaciones problemáticas que vinculen el campo de estudio de los alumnos y donde sea necesario realizar excesivos cálculos.

El cambio propuesto en la asignatura se está haciendo de a poco, por lo tanto se continúa con las clases teóricas, que actualmente, se dictan en forma tradicional, pero se está planificando incorporar la utilización del asistente para auxiliar al profesor en la

comunicación con los estudiantes, visualizando algunos conceptos de mayor complejidad o de mayor nivel de abstracción y las clases prácticas, se realizan algunas en sala de computación, y otras en el aula asumiendo que no existe conocimiento sin problema, es decir para conocer debe haber siempre algo para resolver, para elaborar por parte del estudiante.

Nos parece interesante compartir una reflexión de Claudi Alsina\*:

*"De nada sirve refugiarse en la validez de lo tradicional (y por tanto seguro) cuando el mundo va por otros senderos, cuando las necesidades formativas hace tiempo que cambiaron, cuando los empleos perennes desaparecieron, cuando el ocio ha cambiado radicalmente, cuando las relaciones familiares han evolucionado... Si algo nos obliga a remeditar el rol de la tecnología en nuestra labor matemática no es la curiosidad intelectual del "a ver que va a pasar" sino el intento de renovar una formación que ya, para muchos, es obsoleta."*

### **Desarrollo**

Para esta experiencia y como lo venimos haciendo desde hace dos años hemos aplicado técnicas de una ingeniería didáctica, caracterizada por un esquema experimental basado en las "realizaciones didácticas" en clase, según Michèle Artigue, es decir, siguiendo las cuatro fases en que se halla dividida, siendo estas las fases de Experimentación y Evaluación.

Para concretar las mismas elegimos el programa *Derive for Windows 4.0* por las siguientes razones:

- ser sencillo y potente,
- utilizar las notaciones propias de la Matemática,
- poseer un entorno fácil de manejar,
- demandar al alumno poco tiempo conocerlo.
- trabajar con entorno gráfico
- disponer del software en la Facultad.

Para organizar el trabajo de los alumnos se formaron comisiones en las cuales los estudiantes se inscribieron en forma voluntaria, pero debían ser alumnos que habían realizado el diagnóstico inicial (Análisis preliminar) en el comienzo de clases, haber estado presentes en los exámenes parciales (Análisis a priori) y cumplir con cierto régimen de asistencia. Para incentivarlos a participar los alumnos inscriptos en esta modalidad debieron presentar un trabajo desarrollado con Derive (Experimentación), referido a algunos temas puntuales que nosotros especificamos, temas que luego no eran evaluados en el examen final de la asignatura (Evaluación).

### **Metodología**

- 1) Los alumnos asistieron a las clases teóricas donde se desarrollaron los temas de la currícula con ejemplos prácticos.
-

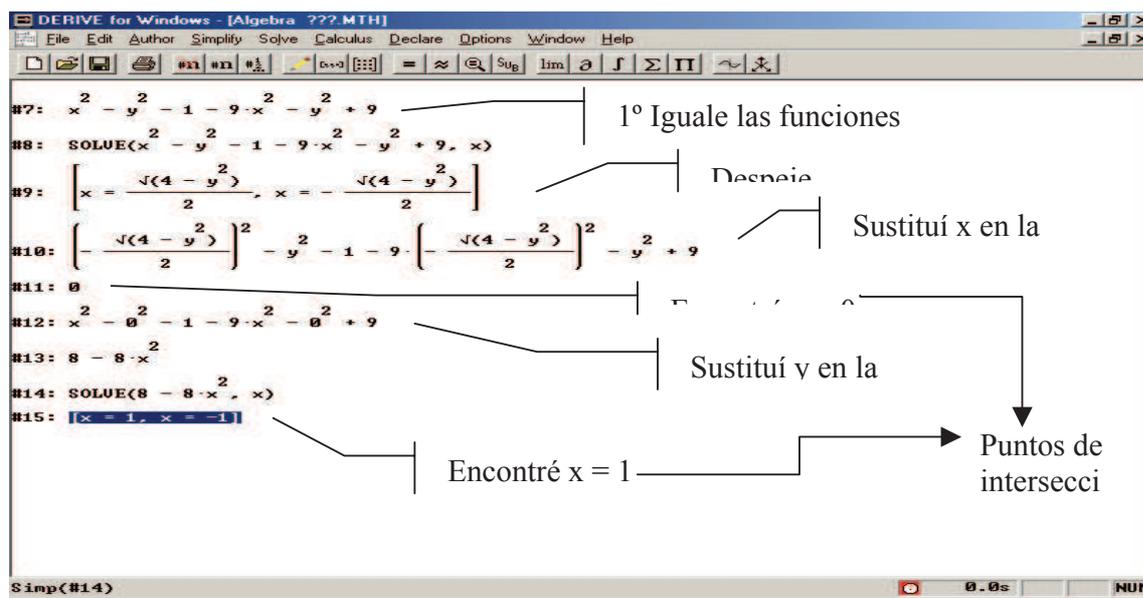
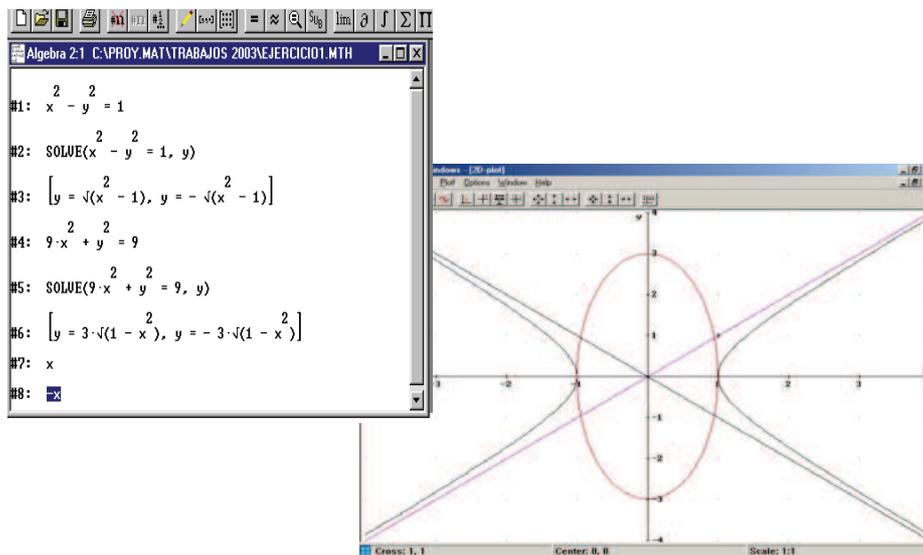
- 2) En la clase práctica se trabajó con un cuadernillo de actividades, que contiene ejercitación diversa sobre los temas desarrollados, incluyendo una amplia variedad de situaciones problemáticas relacionadas con sus campos de estudio, que intentan responder al interrogante de los alumnos ¿cuál es la vinculación de la Matemática con su disciplina?, sin duda un cambio gradual en la metodología de enseñanza puede modificar algunas de estas actitudes de rechazo. Este cambio puede apoyarse en la adopción de las nuevas tecnologías, mas específicamente de la computadora.
- 3) En el laboratorio, con el software DERIVE los alumnos trabajaron en una primera clase introductoria, se dieron algunas pautas generales con el apunte entregado, que contiene información específica sobre el uso del software y ejemplos de aplicación desarrollados paso a paso para que tengan un acercamiento más rápido al software. Este trabajo se realizó destinando parte de la carga horaria de las clases prácticas así como también algunas horas extra-clase, en la que los alumnos concurrieron al gabinete de informática acompañados por algún docente.
- En primer lugar se plantearon y resolvieron algunos ejercicios en lápiz y papel y luego se verificaron algunos de los resultados con el software especificado, como una primera aproximación.
- Para luego pasar a la resolución de problemas seleccionados con aplicaciones específicas a los temas de sus carreras y con mayor dificultad en la utilización de cálculos.
- 4) Encuesta a los alumnos que participaron de la experiencia.

5)

A continuación mostramos, el trabajo realizado por un alumno con un ejercicio de la práctica de cónicas, como una primera aproximación al uso del software:

Nº 1. Resolver el siguiente sistema: 
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ 9x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$

“ Ingresé las dos funciones y a ambas les despejé la “y” para poder graficarlas, e ingresé las asíntotas para graficarlas.”



En la transcripción textual del trabajo entregado por el alumno, destacamos la aplicación del software y la secuencia de actividades utilizadas para la solución algebraica y gráfica del ejercicio dado.

Presentamos el enunciado, de una aplicación a la Biología del tema derivadas, mostrando qué tipos de ejercicios deben aprender a resolver nuestros alumnos.

Nº 2. El nivel en la sangre de sulfanilamida en los ratones después de una inyección de 1mg. por cada 4 grs. de peso, está descrito por:

$$y = -1,06 + 2,59x - 0,77x^2$$

donde  $y$  indica el  $\log_{10}$  (concentración en mg./1000 ml) y  $x$  es  $\log_{10}$  (tiempo en minutos después de la inyección). Resolver analítica y gráficamente: ¿Para qué valor de  $x$  el nivel en la sangre, medido en  $y$ , tiene un máximo?.

Los alumnos responden y grafican rápida y correctamente utilizando el software DERIVE. Nuestra intención con este tipo de problemas es crear situaciones activas de aprendizaje, dar sentido a los contenidos matemáticos que estudian y dar una aplicación práctica.

### **Resultados**

Todo este trabajo con los alumnos como dijéramos al principio se lleva a cabo dentro de la metodología que aplicamos en el proyecto, de Ingeniería Didáctica según Michèle Artigue; que consta de cuatro fases, aquí mostramos la de Experimentación y Evaluación de resultados.

En la aplicación de estas etapas se pueden apreciar los siguientes logros:

- Los estudiantes conocen más profundamente los algoritmos que en cursos anteriores.
- Conocen el programa y son capaces de utilizarlo en su práctica.
- A lo largo del curso se sienten más motivados hacia la asignatura que en años anteriores debido a:
  - a) Una mayor vinculación a su especialidad.
  - b) La posibilidad de resolver problemas más reales e interesantes.
  - c) Mayor agilización de los cálculos manuales.
  - d) Utilización de las gráficas que brinda el software para resolver y validar resultados.

Las encuestas realizadas a los alumnos arrojaron las siguientes respuestas:

1. La utilización del software no presentó dificultades importantes.
2. Facilita la resolución de problemas que requieren gran cantidad de cálculos.
3. Se descubren estrategias de control de los resultados obtenidos (utilizando distintos caminos de resolución)
4. Agiliza la gráfica de funciones.
5. El proceso de aprendizaje es más dinámico.

Los docentes a cargo de la experiencia observamos en los alumnos mayor interés por la materia, lo que les ha permitido una mejor apropiación de los contenidos. Favoreció la comprensión al poder visualizar la interacción entre los distintos marcos (algebraico y gráfico) y generó un espacio de estudio dentro del cual se logró un mejor aprovechamiento de sus posibilidades cognoscitivas.

### **Conclusiones**

La intención de este trabajo fue dar herramientas a los futuros profesionales de las Ciencias Naturales, utilizando nuevas y variadas estrategias metodológicas para lograr la aprehensión de los estudiantes al concepto matemático.

Combinando los recursos tradicionales y la resolución de problemas con los informáticos se facilitan los procesos de enseñanza – aprendizaje y el desarrollo de capacidades y competencias.

A partir de estas experiencias positivas, se predispone al alumnado a continuar con el desarrollo de actividades similares y contribuye a mejorar su autoestima y la actitud hacia la Matemática (esta deja de ser una asignatura sin sentido) facilitando que se impliquen en su aprendizaje.

A partir de esta propuesta surgieron interesantes opiniones de los que participamos en ella, docentes y estudiantes, acerca del uso de la tecnología, y lleva a reflexionar sobre el interés de continuar este tipo de actividades con la utilización de las herramientas informáticas disponibles.

### **Bibliografía**

- Artigue, M. (1993). *Epistemología y Didáctica*. Traducción castellana de Bernardo Capdevielle, Ministerio de Educación de la Nación, Argentina.
- Artigue, M. y otros (1995) *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Grupo Editorial, Iberoamericano, Bogotá
- Carrillo, A.; Llamas, I. (1995). *Derive. Aplicaciones matemáticas para PC*. RA - MA. España.
- Chevallard, I y otros (1997) *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre la Enseñanza y el aprendizaje* ICE-HORSORI. Universidad de Barcelona.
- Larson, R. y otros (1995) *Cálculo y Geometría analítica*. Quinta Edición . Mc Graw-Hill. España. .
- Machin, D.(1976) *Introducción a la Biomatemática*. Editorial Acribia. España.
- Stewart, J. (1998) *Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas*. Tercera Edición. International Thomson Editores S.A. Mexico.
- Claudi, A.(1998). Multimedia, navegación, virtualidad y clases de matemáticas. *Revista Uno*. N°15