

LAS CONCEPCIONES DE LOS DOCENTES ACERCA DE LAS DEMOSTRACIONES

Cecilia Crespo Crespo; Christiane Ponteville
Instituto Superior del Profesorado "Dr. Joaquín V. González". Universidad de Buenos Aires
ccrespo@sinectis.com.ar - chponteville@velocom.com.ar

Resumen

Uno de los conceptos matemáticos centrales a ser transmitidos a los alumnos a partir de la escuela media es el de demostración. El presente trabajo se plantea analizar la concepción que tienen los docentes de la noción de demostración tanto desde el punto de vista científico, como didáctico, teniendo en cuenta su puesta en práctica dentro de la enseñanza de la matemática. Esta investigación conduce a resultados que indican que la enseñanza de la demostración como contenido matemático, aunque es aceptada por los docentes como algo importante desde el punto de vista teórico, no es siempre una problemática asumida por ellos en forma sistemática, sino en algunos casos de manera intuitiva, tomando como modelo aquel en el que han sido formados.

La demostración matemática y los docentes

La demostración es el medio de prueba de resultados característico de la matemática. Ocupa un lugar central en esta ciencia.

El concepto de demostración es una de las nociones matemáticas medulares para ser transmitida a los alumnos a partir de los 13 años. En nuestro país, se sugiere su construcción en forma gradual y espiralada durante la Educación General Básica y que se continuará posteriormente. *"A lo largo de toda la EGB, el contraste de conceptos y relaciones, la búsqueda de regularidades en un conjunto de datos (hechos, formas, números, expresiones algebraicas, gráficos, etc.) y la formulación de generalizaciones sobre la base de lo observado a la experiencia o a la intuición, apuntarán a la formación del razonamiento inductivo."*... *"La capacidad de razonar lógicamente crece con la edad y las experiencias de dentro y fuera de la escuela. En los distintos grados se han de ir ampliando los contextos de aplicación de la misma (numéricos, geométricos, de proporcionalidad, gráficos, etc.) y el rigor con que se la utilice."* (Ministerio de Cultura y Educación, 1995).

Una tendencia presente en investigaciones de matemática educativa es el análisis de los conocimientos que poseen los docentes y la manera en que éstos influyen en la enseñanza de los contenidos correspondientes. La importancia de estas investigaciones reside en que sus ideas, valores y fundamentos se reflejan en sus decisiones pedagógicas. Diversas investigaciones muestran que el docente de matemática enseña de acuerdo a las concepciones que tiene de esta disciplina (Santos Trigo, 2001). Si la demostración es considerada como una estructura rígida y no modificable que aparece en los libros, la enseñará como algo acabado y que debe ser memorizado por los alumnos. En cambio si considera que los alumnos pueden "hacer matemática", la demostración como contenido matemático adquirirá un perfil de elemento dinámico y modificable desde el punto de vista didáctico pudiendo adaptarse a la situación escolar presentada.

No es necesario explicar en profundidad la relación existente entre la matemática y el razonamiento lógico. El razonamiento matemático forma parte del proceso en el que se

formulan y resuelven problemas matemáticos. Se basa en la recolección de datos, realización de conjeturas y en la determinación de si las mismas son válidas o no.

Las distintas formas del pensamiento lógico no siempre son logradas satisfactoriamente por los alumnos en la escuela. Diferentes investigaciones realizadas muestran que aunque estas aparecen desde la escuela dentro de los contenidos a enseñar sin embargo a veces ni los estudiantes del nivel universitario tienen dominio de dichos procedimientos lógicos. (Ibañez y Ortega, 1997).

El razonamiento lógico en el aula

El pensamiento lógico, puede decirse que es el que garantiza que el conocimiento formal sea correcto, que se ajuste a la realidad que refleja. La corrección lógica es el único criterio para juzgar la validez de un razonamiento. El docente debe determinar cuál es el nivel de precisión y rigor que se desea exigir a los alumnos en cada momento del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Esta forma de pensamiento no es inherente sólo a la matemática. En cualquier ciencia, e incluso en cualquier actividad humana aparecen procedimientos deductivos válidos aplicables en cada uno de los campos del conocimiento, que son los que permiten garantizar la corrección de los razonamientos.

Es importante precisar que la escuela en general y la matemática en particular deben contribuir al desarrollo de las ideas lógicas. Es cierto que se puede observar que en el mejor de los casos los docentes aplican en ciertas ocasiones los procedimientos lógicos de forma no sistemática, sin un objetivo determinado y sin tener en cuenta las particularidades esenciales que los caracterizan. Los procedimientos lógicos más elementales son los que se relacionan con las propiedades de los conceptos. En primer lugar se aíslan propiedades, interviniendo las operaciones racionales del pensamiento: análisis, síntesis, comparación, abstracción, concreción, generalización y particularización. Otro procedimiento lógico elemental relacionado consiste en asociar propiedades a un objeto. A medida que aumenta la complejidad de los objetos y el grado de abstracción de las propiedades se hace necesario recurrir a otros procedimientos como son: reconocer propiedades, distinguir propiedades esenciales, necesarias, suficientes y necesarias y suficientes, identificar conceptos, definir, clasificar, ejemplificar y deducir propiedades.

No es un secreto que en nuestras aulas se estudian muchos problemas. Dentro de estos, los problemas de demostración, han despertado desde siempre interrogantes a alumnos y docentes en la búsqueda de su solución. Surgen preguntas como:

- "¿De dónde puedo partir para encontrar lo que me piden?",
- "¿Por qué lo puedo hacer?",
- "¿Qué me falta por obtener?",
- "¿De dónde obtenerlo?",
- "¿Por qué el trazado de la figura auxiliar?",
- "¿Cómo conseguir lo que me falta?",
- "¿Cómo se le ocurrió a alguien esta construcción auxiliar?";
- *entre otras.*

Por su parte, los docentes se deberían formular preguntas del tipo:

- "¿Han entendido mi reproducción de esta demostración en el pizarrón?",

- "¿Siguen mis razonamientos?",
- "¿Cómo y cuándo entienden los alumnos las demostraciones?",
- "¿Son los alumnos conscientes de la existencia de múltiples técnicas de demostración?",
- ...

Los problemas vinculados con el razonamiento lógico deben favorecer las construcciones propias, la apertura de caminos para el autoconvencimiento a través de la adquisición de la estructura de los conceptos que intervienen en la resolución de problemas y del rigor en las deducciones matemáticas. Además deben permitir la adquisición de una visión para la matemática como una ciencia en constante desarrollo y crecimiento. Los problemas planteados en el aula no corresponden, en general, a problemas de la matemática pura, pero utilizan conceptos y esquemas de ésta.

La investigación llevada a cabo

El presente trabajo se centra en el análisis de la concepción que tienen los docentes de la noción de demostración tanto desde el punto de vista científico, como su puesta en práctica dentro de la enseñanza de la matemática. Se trata de la continuación de una investigación realizada acerca de las ideas que poseen los docentes y estudiantes del último año de la carrera de profesorado de matemática. (Crespo Crespo y Ponteville, 2001 y 2002). La información fue recabada a través de cuestionarios y entrevistas a estudiantes y docentes en ejercicio tanto en el nivel medio como en el terciario y universitario. Las preguntas se orientan a analizar creencias y conocimientos acerca de la demostración, diferentes términos vinculados con ella (verdad, verificación, etc.) e importancia dentro de la matemática y su enseñanza.

Algunos resultados de la investigación realizada

Una de las primeras ideas que en la investigación que presentamos aparecen desdibujadas son las diferencias entre:

- ♦ qué es la matemática
- ♦ qué es saber matemática
- ♦ qué es aprender matemática

Sin embargo, dentro de las concepciones docentes acerca la matemática, deberían diferenciarse dos tipos de saberes: el saber matemático en sí y el saber escolar. Esta diferenciación que es clara en otros contenidos, no lo es para el caso de las demostraciones. Por ejemplo, gran cantidad de docentes tiene claramente asumida la existencia de diferencias fundamentales entre saberes conceptuales específicos (geométricos, algebraicos, analíticos, etc.), pero no reconocen los distintos niveles existentes entre qué es demostrar, qué es saber demostrar y qué es aprender a demostrar. Algunos de los encuestados, sobre todo del grupo de docentes, declaran no saber exponer claramente estas diferencias.

Casi la mitad de los docentes afirma que no hace demostraciones en clase, utilizando como justificación la falta de interés de los alumnos, el trabajo con cursos numerosos, la falta de conocimientos previos de los alumnos, la excesiva extensión de los programas y que los cursos *"ya no son como antes"*.

Con respecto al grupo de alumnos que intervinieron en la investigación, la mayoría afirman la necesidad de demostrar y de enseñar a demostrar en clase, si bien no saben especificar

cuáles son los métodos que utilizarán con este fin. Afirman que la futura práctica docente les irá dando las "herramientas y metodologías" necesarias.

Es notable que casi todos los docentes afirman que trabajan en el aula mediante la resolución de problemas y muchos de ellos hacen hincapié en la importancia de la enseñanza de técnicas de resolución de problemas. Esto denota, comparando con los resultados descritos anteriormente, que excluyen a los problemas de deducción de la categoría de problemas.

Entre los docentes que afirman enseñar a demostrar, algunos consideran que enseñan a demostrar porque desarrollan demostraciones, dedicando mucho tiempo a explicar el método utilizado, la justificación de cada paso, la obtención de resultados parciales, etc. y pidiendo a los alumnos que reproduzcan demostraciones equivalentes. Aparece de esta manera un componente tradicional en la enseñanza: reproducir las ideas del profesor en contextos parecidos. Surge de esta manera la idea de "demostración tipo" y de la presentación a los alumnos de demostraciones que utilicen distintas estrategias clásicas, como ser las de demostraciones directas, por el absurdo, por inducción matemática o a través de la propiedad contrarrecíproca.

A pesar de que en el plan de estudios del profesorado de matemática aparece la demostración como un contenido a ser incorporado, los docentes y alumnos manifiestan no haber adquirido capacidades respecto de ese tema.

Las ideas expresadas en las encuestas, permiten ver que los docentes sienten que sus concepciones no son claras respecto de qué es demostrar, pero que pueden realizar demostraciones en el pizarrón.

En la mayor parte de los casos, se concibe al aprendizaje de la demostración como un proceso individual en el cual el alumno propone y desarrolla los pasos a seguir: interpretar el planteo, identificar las hipótesis y la tesis, buscar un método de demostración y ensayar opciones, guiado por el docente. Pocos docentes plantean que las demostraciones pueden realizarse y aprenderse en el marco de un trabajo grupal, manifestando que esta actividad ha enriquecido su propia concepción de la idea de demostración.

A modo de conclusión

Esta investigación permite concluir que la enseñanza de la demostración como contenido matemático no es siempre una problemática asumida por los docentes en forma sistemática, sino en algunos casos de manera intuitiva, tomando como modelo aquel en el que han sido formados. Los docentes diferencian la idea de hacer demostraciones y la de enseñar a demostrar, siendo esto último algo que pocos llevan a cabo en el aula.

En pocos casos se tiene en cuenta la importancia del aprendizaje colaborativo para adquirir el vocabulario matemático adecuado y necesario para desarrollar una demostración, a través de la comprensión de conceptos y argumentaciones matemáticas. Esto no significa que se logren desde el inicio, demostraciones con rigor absoluto en el aula, sino que se vayan formando cadenas deductivas con el suficiente rigor como para comprender y justificar resultados matemáticos.

La falta de presencia dentro de los planes de estudio de los profesorados y dentro de las propias planificaciones de la enseñanza de las demostraciones como contenido, hace necesaria la reflexión y abre una brecha muy importante dentro de la investigación en

matemática educativa, pues muestra que la demostración, concepto central de la matemática como ciencia, no lo es en la práctica dentro de su enseñanza.

Bibliografía

- Crespo Crespo, Cecilia; Ponteville, Christiane (2001). *La influencia de las concepciones de los docentes y los estudiantes acerca de la matemática en la enseñanza de esta ciencia*. Presentado en la XXIV Reunión de Educación Matemática. Unión Matemática Argentina. San Luis.
- Crespo Crespo, Cecilia; Ponteville, Christiane (2002). *Pensar en matemática para enseñar matemática*. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Volumen 15, Tomo 2 (pp. 1163-1168). México: Iberoamérica.
- Gamut, L. T. F. (2002). *Introducción a la lógica*. Buenos Aires: EUDEBA.
- Guénard, François; Lelièvre, Gilbert (Editores) (1999). *Pensar la matemática*. Barcelona: Tusquets Editores.
- Ibañez, Marcelino; Ortega, Tomás (1997). *La demostración en matemáticas. Clasificación y ejemplos en el marco de la educación secundaria*. En *Educación Matemática*. Vol. 9 n°2. (pp. 65-104) México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Ministerio de Cultura y Educación. (1995) *Contenidos Básicos Comunes para la Educación General Básica*. Buenos Aires.
- Santos Trigo, Luz Manuel. Mancera Martínez, Eduardo (2001). *¿Qué piensan los maestros sobre la enseñanza relacionada con resolución de problemas?*. En *Educación Matemática*. Vol. 13 n°4. (pp. 31-50) México: Grupo Editorial Iberoamérica