

## GEOMETRÍA DINÁMICA EN UN CURSO REMEDIAL.

Armando López Zamudio.

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No.94, México  
[larmandozam@hotmail.com](mailto:larmandozam@hotmail.com)

### Resumen

El uso de la computadora ha generado cambios sustanciales en la forma cómo los estudiantes aprenden matemáticas, de ahí la necesidad de generar materiales didácticos que garanticen el éxito a los involucrados en el proceso enseñanza aprendizaje. El uso de software de geometría dinámica posibilita a los estudiantes para inspeccionar un rango muy amplio de ejemplos geométricos, de esta manera ellos extienden sus habilidades para formular y explorar conjeturas, así como para juzgar, construir y comunicar argumentos matemáticos apropiadamente. En este trabajo damos a conocer los resultados de una experimentación en el aula, que usó software de geometría dinámica en un curso-taller remedial de Geometría Euclidiana para estudiantes de bachillerato (estudiantes de 16-17 años), comparando con un grupo control que trabajó de manera clásica o tradicional.

### Objetivos

Dar a conocer los resultados de un proyecto de investigación que consintió, en una experimentación del diseño de una serie de prácticas didácticas que usan el software Géomètre CABRI (Cahier de Broillon Interactif: Cuaderno de Notas Interactivo) (Baulac, I, et. Al. 1992) para un curso remedial de geometría Euclidiana, impartido a estudiantes irregulares del segundo semestre de bachillerato.

### Antecedentes

El National Council of Teachers of Mathematics en los estándares del 2000 señala que las tecnologías electrónicas son herramientas esenciales para enseñar, aprender y hacer matemáticas. Proporcionan imágenes visuales de ideas matemáticas. La existencia, versatilidad y poder de la tecnología exige examinar tanto que matemática deben aprender los estudiantes como de que manera pueden aprenderla mejor. Con las computadoras o calculadoras graficadoras los alumnos pueden examinar más ejemplos o formas de representación que las posibles de hacer a mano. En particular para el estándar de geometría de los grados 9-12, se menciona que uno de los cambios más importantes de la enseñanza de las matemáticas tiene que ver con evidencia y justificación, especialmente con el crecimiento de los ambientes tecnológicos, donde la geometría es un área rica en la cual los estudiantes pueden descubrir patrones y formular conjeturas en una forma visual, eficiente y dinámica. Arcavi y Hadas (2000) afirman que: *Los ambientes dinámicos no sólo permiten a los estudiantes construir figuras con ciertas propiedades y visualizarlas, sino que también les permite transformar esas construcciones en tiempo real. Este dinamismo puede contribuir en la formación de hábitos para transformar, una instancia particular, para estudiar variaciones, invariantes visuales, y posiblemente proveer bases intuitivas para justificaciones formales de conjeturas y proposiciones (pp. 26).* Para Fritzler (1997) el software Cabri Géomètre II (1992) apoya al estudiante en el proceso de aprender a visualizar. Las figuras geométricas se conceptualizan como resultados de construcciones, cuyas propiedades son definidas por las relaciones establecidas entre sus partes. Esta visión es más difícil de transmitir por medio de construcciones hechas con lápiz y papel, entonces la observación de las propiedades que se mantienen invariables al modificar la

forma y el tamaño de las figuras, motiva la explicación por parte de estudiante en un ambiente de la geometría dinámica. Podemos entonces señalar que el uso de software de Geometría dinámica puede funcionar como una herramienta de gran utilidad para que los estudiantes se enganchen en procesos de búsqueda y formulación de conjeturas o relaciones y argumentos o justificaciones matemáticas. Como resultado de este trabajo trataremos la cuestión que Santos Trigo (2001) plantea ¿a qué nivel el uso de software dinámico ofrece o funciona como una herramienta útil para que los estudiantes visualicen, exploren y construyan relaciones matemáticas?

### **Metodología**

**De la población.** Se formaron dos grupos de 20 alumnos cada uno (los alumnos todos eran irregulares, es decir, ya habían tomado el curso de manera clásica pero no lo aprobaron, fue un buen reto considerar alumnos que ya, permítanme la expresión eran “desahuciados” desde el punto de vista académico), el grupo “A” fue el grupo testigo (tomó clases de manera tradicional) y el grupo “B” el grupo piloto (tomó clase en un laboratorio de computo contando con una computadora por alumno). Se contó con la supervisión de tres docentes en el grupo Piloto, que manipulan perfectamente el CABRI y que además han impartido la materia de geometría Euclidiana.

**Del diseño de los materiales.** Se diseñó un manual de prácticas o secuencias didácticas de tres tipos:

- Prácticas guiadas: aquí se le indica al alumno paso por paso lo que debe hacer, es decir el docente ayudado por un cañón proyector va realizando cada uno de los trazos seguido del alumno. Y además se le cuestiona cuando es necesario para reafirmar el conocimiento y ejercitar su razonamiento en el tema tratado.
- Prácticas semiguías: se le proporciona al alumno un apoyo menor, se le orienta dando las instrucciones o comandos que debe ejecutar para lograr verificar un teorema o la construcción de una figura. Pero debe hacerlo sólo en su computadora, únicamente guiado por su práctica, al mismo tiempo debe ir contestando ciertas preguntas que lo van animando a continuar con la práctica.
- Prácticas abiertas. Se espera en esta etapa que el alumno por si solo construya y aplique su conocimiento a través de la solución de problemas. Y que plantee sus propias conjeturas y argumentos.

Este material incluye un instructivo básico del manejo del CABRI con una breve explicación de todos los comandos del software en uso. Se reproduce y es repartido entre cada uno de los estudiantes.

**De las sesiones de trabajo.** Las prácticas están distribuidas a lo largo de 14 sesiones de 2 horas cada una. En la 1ª sesión se reunieron los grupos A y B y se les aplicó un examen diagnóstico para determinar el nivel de conocimientos previos, en forma individual y por grupo, al grupo piloto se le aplicó también un Test denominado “Canal de percepción dominante” donde los canales podían ser auditivo, cenestésico o visual, con la finalidad de conocer el canal de percepción dominante en el alumno y en el grupo. En la 2ª sesión se inicia con una actividad guiada que introduce al manejo del CABRI. 3ª y 4ª sesiones se continúa con actividades guiadas intercalando cuestionamientos sobre los posibles resultados del siguiente paso, se tocaron los temas de ángulos. 5ª y 6ª sesiones continúan las sesiones guiadas donde los alumnos construyen los diferentes tipos de triángulos, localizan puntos y rectas notables en los triángulos, así como, demostraciones dinámicas de los

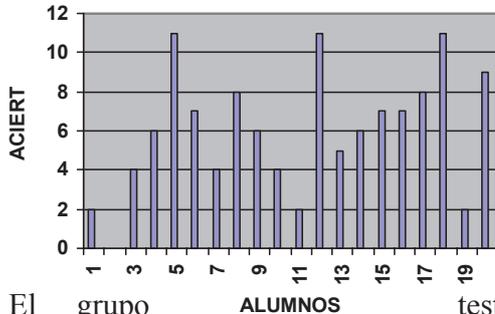
siguientes teoremas: la suma de las longitudes de dos lados cualesquiera en un triángulo es mayor que la longitud del tercero, todo triángulo equilátero es equiángulo, todo triángulo equiángulo es equilátero, en todo triángulo isósceles los ángulos opuestos a los lados iguales, son iguales. 7ª sesión se continúa con actividad guiada en la cual el alumno realiza la localización de puntos y rectas notables en el triángulo, observando su ubicación de acuerdo al triángulo en cuestión; visualiza los teoremas: las medianas correspondientes a los lados iguales de un triángulo isósceles son iguales, la altura correspondiente a la base de un triángulo isósceles es también mediana y bisectriz, descubrir la recta de Euler. 8ª sesión el alumno comprueba los siguientes teoremas con geometría dinámica: la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo, es igual a  $180^\circ$ , la suma de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es igual a  $90^\circ$ . 9ª y 10ª sesiones el alumno desarrolla la demostración o comprobación de los siguientes teoremas con CABRI: en todo triángulo, la medida de un ángulo externo es mayor que cualquier ángulo interior no adyacente, la suma de los ángulos exteriores de cualquier triángulo, vale  $360^\circ$ , toda correspondencia LAA entre dos triángulos es una congruencia, si dos lados de un triángulo no son congruentes, entonces los ángulos opuestos a éstos no son congruentes y el ángulo mayores el opuesto al lado mayor, 11ª y 12ª sesiones el alumno desarrollará mediante el uso del software la construcción de los siguientes teoremas: si dos lados de un triángulo son congruentes entonces los ángulos opuestos a estos lados son congruentes, el teorema de Pitágoras, la hipotenusa es el lado mayor en cualquier triángulo rectángulo. 13ª sesión en base a los conocimientos adquiridos los alumnos realizarán la construcción de una circunferencia inscrita y circunscrita a un triángulo cualquiera, conjetura propiedades en los cuadriláteros. 14ª sesión conjeturará propiedades en las circunferencias, resolverá problemas de aplicación en donde utilice los conceptos y habilidades adquiridas en las sesiones anteriores. En cada una de las etapas existió la participación y supervisión de tres profesores que ayudaban en cuestiones de logística así como en cuestiones del manejo del software cuidando siempre los objetivos de cada una de las etapas de las secuencias didácticas. El grupo testigo trabajo de manera clásica: un docente usando gis, pizarrón y borrador.

### **Análisis de Resultados**

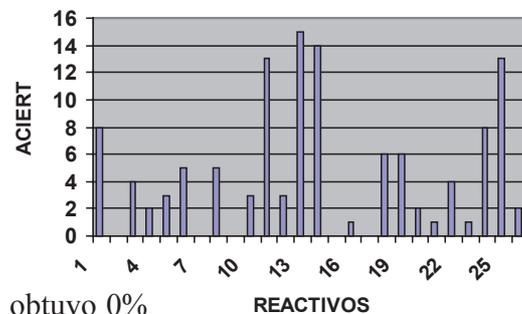
**Del Test:** para determinar el canal de percepción dominante en el alumno, se detecto que el 65% su canal de percepción dominante es el visual, 12.5% es auditivo, 22.5% es cenestésico; lo que influyó para que en el diseño de la evaluación final se le diera una mayor importancia al canal de percepción visual, incluyendo diagramas, dibujos y esquemas.

**De la evaluación diagnóstica:** fue diseñado deliberadamente de manera clásica en estructura (preguntas abiertas, ejemplo: pregunta uno. *Escribe la definición de ángulo*) y en el número de reactivos (26), el grupo piloto como resultado 0% aprobó el examen y la calificación del grupo en promedio es de 2.3, de alumnos que contestó acertadamente cada reactivo en los siguientes histogramas nos muestran los resultados del grupo piloto, la primera gráfica muestra, alumnos contra número de aciertos, la segunda gráfica muestra reactivos contra numero de alumnos que acertaron la respuesta correcta.

HISTOGRAMA EXAMEN DIAGNÓSTICO  
Grupo Piloto



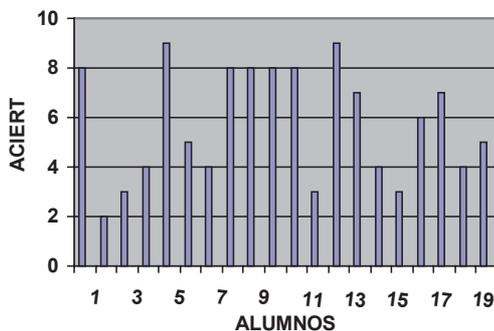
HISTOGRAMA EXAMEN DIAGNÓSTICO  
Grupo Piloto



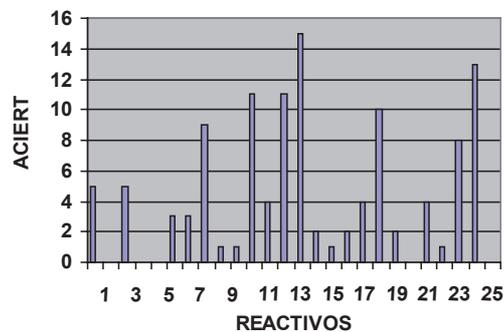
El grupo testigo obtuvo 0% de aprobados en el examen diagnóstico, y su promedio fue de 2.2, en los siguientes histogramas nos muestran los resultados del grupo testigo, la primera gráfica muestra, alumnos contra número de aciertos, la segunda gráfica muestra reactivos contra número de alumnos que acertaron la respuesta correcta.

Podemos concluir que los grupos piloto y testigo tienen una cantidad de conocimientos de geometría Euclidiana muy similar, y mínima.

HISTOGRAMA EXAMEN DIAGNÓSTICO  
Grupo Testigo

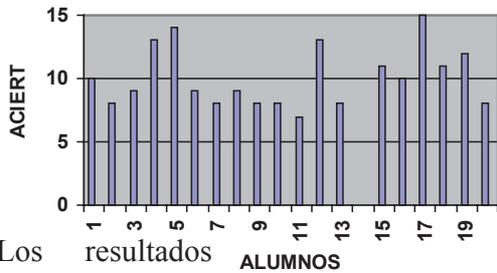


HISTOGRAMA EXAMEN DIAGNÓSTICO  
Grupo Testigo

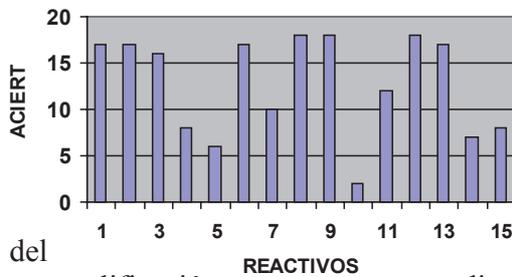


**De la evaluación final:** este examen se diseñó en base a los resultados obtenidos en el Test de canal de percepción dominante, que como ya mencionamos fue visual, así el instrumento de evaluación contiene 15 reactivos de opción múltiple con esquemas, dibujos, son estos los resultados que se muestran a través de los siguientes histogramas, sin embargo es preciso señalar que también se aplicó el mismo examen diagnóstico, al final del curso, los resultados son un 1% menos favorables que los que se obtuvieron con el examen de opción múltiple. Los resultados del examen final en el grupo Piloto fue una calificación promedio de 6.3, aprobando 12 alumnos de los 20, es decir el 60%, es importante destacar que todos los alumnos tuvieron avance ya que incluso los que reprobaron tuvieron un promedio de 4.7 de calificación y que incluso un alumno aprobó el examen con 10.

**HISTOGRAMA EXAMEN FINAL  
Grupo Piloto**

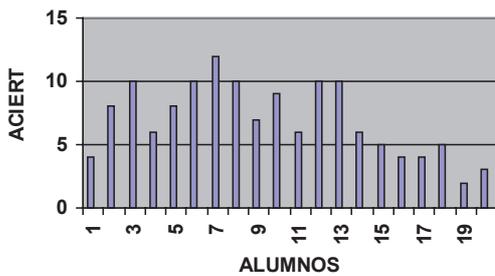


**HISTOGRAMA EXAMEN FINAL  
Grupo Piloto**

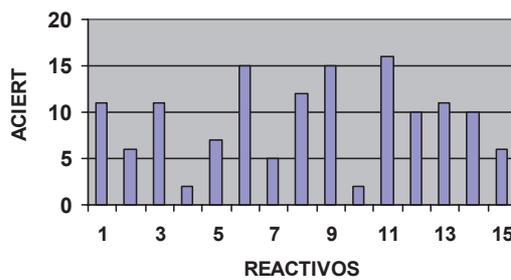


Los resultados del examen final en el grupo Testigo fue una calificación promedio de 4.6, aprobando 7 alumnos de los 20, es decir el 35%. Los siguientes histogramas muestran

**HISTOGRAMA EXAMEN FINAL  
Grupo Testigo**



**HISTOGRAMA EXAMEN FINAL  
Grupo Testigo**



Podemos resumir que el grupo Piloto tubo un mejor aprovechamiento que el grupo testigo de un 25% más, en la siguiente tabla resumimos los avances de cada uno de los grupos.

	Evaluación diagnóstica Promedio del grupo	Evaluación Final Promedio del grupo	% de alumnos aprobados examen diagnóstico	% de alumnos aprobados examen final
<b>Grupo Testigo</b>	2.3	6.3	0%	60%
<b>Grupo Piloto</b>	2.2	4.6	0%	35%
<b>Diferencia</b>	0.1	1.7	0	25%

**Conclusiones**

Se puede señalar que el grupo testigo tuvo un avance considerable con respecto al nivel de conocimientos adquiridos al finalizar el curso, mientras que el grupo testigo el avance fue mucho menor. Para el alumno la computadora es una herramienta maravillosa que en el proceso de sus aprendizaje lo motiva profundamente a continuar explorando, pero

definitivamente debe contar con un manual guía en donde se especifique las actividades a realizar, en las diferentes etapas que se proponen de las sesiones, por otra parte es importante la presencia de un docente que actúe como guía y que estimule al alumno a terminar sus actividades cuando sea necesario. Es muy importante que las actividades sean evaluadas en forma continua para mejorarlas de manera que los objetivos para la que fueron diseñadas se cumplan lo más óptimo. Por último podemos precisar que el uso de software de geometría dinámica es una buena alternativa que funciona como una herramienta para visualizar y dar certeza al momento de argumentar sus conjeturas. Por lo que se recomienda su uso como actividad complementaria en un curso normal, explorar el funcionamiento en grupos normales y el uso del software únicamente con pizarrón electrónico es una tarea por realizar. El autor agradece la colaboración de los docentes: José Correa B., Miguel Ángel Cruz L. y Dante Razo R.

### **Bibliografía**

- Arcavi, Abraham, Hadas Nurit. (2000). *Computer Mediated learning: An example of an approach*. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 5 pp. 25-45
- Baulac, I, et. Al. (1992). *Cabri Géomètre: The Interactive Notebook.*, . Laboratoire de Structures Discretas et de Didactique de l'IMAG of l'Université Joseph Fourier in Grenoble. Software
- Fritzler H. Wolfgang (1997) *Triángulos y Cuadriláteros Inscritos en un Círculo, Una aplicación del software educativo "Cabri Géomètre"* Educación Matemática Ed. Grupo Editorial Iberoamérica S.A. de C.V. Vol. 9 No. 2 pp.116-136.México.
- National Council of Teachers of Mathematics, (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va 20191-9988.: The Council. U.S.A.
- Santos Trigo L.M. (2001) *El uso de Software Dinámico en el Desarrollo de Significados y Conexiones en el Aprendizaje de las Matemáticas*. Memorias de la Conferencia Internacional Sobre Uso de Tecnología en la Enseñanza de las Matemáticas. Ed. Cortés C., et. Guerrero L., pp.59-69. UMSNH, Morelia, México.