

PROPUESTA METODOLÓGICA PARA APRENDER A RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Isabel Santiesteban y Maricela Rodríguez
Centro Universitario de Las Tunas, Cuba.

isasp@ult.edu.cu

Resumen

Se ofrece una propuesta metodológica con experiencias de aprendizajes duraderas que se auxilian de la resolución de problemas matemáticos para favorecer el aprendizaje significativo en los estudiantes de la Enseñanza Media Básica en Cuba, fundamentada en los más actuales criterios de las teorías del aprendizaje relacionadas con la superación de los docentes.

Introducción

Una dificultad constante de los estudiantes de la Enseñanza Media Básica en Cuba es el incumplimiento de objetivos de la Matemática, sobre todo, los destinados a la resolución de problemas. Se han hecho varios intentos por mejorar esos resultados; el último de ellos está relacionado con las transformaciones de los nuevos programas, donde la primera de ellas se refiere a la presentación y tratamiento de los nuevos contenidos a partir del planteamiento y resolución de problemas cotidianos. Esto se debe a que la resolución de problemas es el proceso por el que los estudiantes experimentan la potencia y la utilidad de las matemáticas en el mundo que les rodea. Además de ser un modelo de indagación y aplicación integrado, con el objeto de ofrecer un contexto sólido para el aprendizaje y la aplicación de las matemáticas. Sin embargo, se considera que los docentes no se encuentran suficientemente preparados para asimilar los cambios, ya que en sus clases, crearon un esquema difícil de variar y en su formación no se le exigía la elaboración creadora de situaciones problemáticas al introducir los nuevos contenidos y la aplicación de estos a situaciones concretas de la vida. La propuesta que se propone está dirigida a tratar de enmendar los problemas y deficiencias que se ponen de manifiesto en el proceso de asimilación del conocimiento en particular, y en el desarrollo de una adecuada instrucción heurística que contribuya al desarrollo de habilidades, al resolver problemas en la enseñanza de la Matemática.

Desarrollo

Para introducir este tipo de instrucción en la enseñanza de la Matemática en la Enseñanza Media Básica, se ha seleccionado la situación típica “resolución de problemas”, por ser la que brinda las mayores posibilidades para desarrollar habilidades en los estudiantes al indagar, investigar, debatir sus propias ideas, y desarrollar su espíritu crítico y autocrítico; lo que propicia la independencia cognoscitiva y su aplicación a situaciones concretas de la vida.

La propuesta metodológica tiene las siguientes características:

1. El trabajo está estructurado sobre la base del diagnóstico, tanto en la esfera cognitiva como en la afectiva, tomando como líneas principales el aprendizaje cooperativo. De este modo propicia el intercambio franco y abierto entre estudiantes

2. El papel del docente es primordial, pues además de diseñador, es facilitador, supervisor y controlador durante todo el proceso de enseñanza-aprendizaje.
3. Aparecen diferentes elementos de formación como son: teoría, práctica etc, con lo que se propicia que se contribuya al logro de los objetivos formativos.
4. El estudiante además de participar activamente en la construcción de su propio conocimiento, propicia la construcción del conocimiento de sus semejantes, cuando trabaja en equipos.
5. Se le propone a los estudiantes situaciones problémicas con distintos grado de dificultad, en las que los conocimientos matemáticos a aplicar estén en correspondencia con los contenidos del grado, y se presten a la particularización y la generalización.
6. Se les pide a los estudiantes que traten de registrar el proceso de resolución con la mayor cantidad posible de datos y que reflexionen sobre el proceso seguido.
7. Se propicia la discusión en grupo donde se hacen explícitas las ideas, estrategias, razonamientos, bloqueos, etc, presentes en el proceso de resolución.

Sintaxis de las etapas propuestas.

La primera etapa (*Introducción*) estará dedicada a crear un clima apropiado entre docentes y estudiantes, que facilite la comunicación. Además estará caracterizada por tres momentos: motivación, familiarización e identificación.

En el primer momento, de *motivación* es para despertar el interés de los estudiantes al resolver problemas y de entrenamiento en los conocimientos necesarios para enfrentarlos, empleando técnicas participativas, medios de enseñanza y juegos didácticos. La *familiarización* con las acciones y los heurísticos seleccionados, donde se hace la introducción a través de la resolución de problemas, empleando el programa heurístico general seleccionado; se utilizará como estrategia didáctica la hoja de trabajo, donde aparecen los impulsos que se relacionan con los diferentes heurísticos. Estos se elaboran y aplican teniendo en cuenta el nivel de razonamiento de los estudiantes.

En el segundo momento, se declarará de forma explícita, los procedimientos heurísticos y las acciones con los cuales se está trabajando, empleando varias hojas de trabajo, con la finalidad de familiarizar a los estudiantes con las preguntas que se relacionan con los diferentes procedimientos heurísticos que se propone introducir; para que los estudiantes puedan aplicarlos a la resolución de problemas dirigidos por el docente y con posterioridad los empleen de forma independiente.

Después se orientará la confección de una ficha donde aparezca el conjunto de acciones fundamentadas en los procedimientos heurísticos introducidos, para su trabajo en el próximo momento.

El tercer momento o de *identificación* de los procedimientos heurísticos empleados en la resolución de los ejercicios. Los estudiantes deben identificar cuales procedimientos han empleado en la resolución de los problemas, bajo guía del docente, primeramente y luego de forma independiente. Para esta identificación emplearán la ficha elaborada con anterioridad.

Se considera concluida esta etapa cuando los estudiantes son capaces de identificar y aplicar los procedimientos heurísticos en la resolución de problemas.

La segunda etapa (*Ampliación*), cuenta con dos nuevos momentos, los que están dirigidos a que los estudiantes desarrollen habilidades en la elaboración de estrategias, empleando los procedimientos heurísticos, para la resolución de problemas. Los dos momentos de esta etapa son: *elaboración de estrategias en colectivo y elaboración de estrategias individuales*. Se auxilian del protocolo de resolución y la reflexión sobre el proceso de resolución.

En el primer momento se utiliza la estrategia didáctica, el protocolo de resolución, para explicar las ideas que se consideren importantes en el curso de la resolución, lo que se intenta hacer y su parecer sobre todo ello. En la resolución de problemas en grupo un estudiante hace de secretario y registra el proceso de resolución. Estos protocolos favorecen la retrospectiva e introducen un elemento de control en el proceso.

Como los estudiantes han elaborado protocolos de resolución, se entrevista a los participantes pidiéndoles que cuenten el proceso y digan su percepción del mismo, donde se ponen en común, analizando las ideas que los conducen a la solución y los bloqueos que les impidan llegar al final, de esta manera ocurre la reflexión sobre el proceso seguido.

Se considera concluida esta etapa cuando los estudiantes son capaces de resolver ejercicios de forma independiente y explicar el uso del conjunto de acciones fundamentadas en los heurísticos para su resolución.

La tercera etapa de la estrategia, (*Aplicación*), estará dirigida fundamentalmente a que los estudiantes propongan problemas confeccionados por ellos, relacionados con los contenidos propios de la matemática, con las sugerencias del docente a partir de problemas abiertos, que propician la investigación en grupos, aquí se utiliza la estrategia didáctica *trabajo en grupo*, para seguir la metodología de trabajo propuesta ayudado por un moderador o moderadora y un secretario o secretaria, que toman las notas y las ideas del proceso de resolución. Esto hace posible la discusión al final de la sesión sobre el comportamiento seguido, donde el que dirige la actividad, no ofrece ninguna respuesta ni da opinión.

Al alcanzar esta etapa, dirigirán la actividad práctica y confeccionarán problemas que pueden ampliar su campo de aplicación a otras asignaturas en colectivo e individualmente.

Se considera concluida la etapa cuando los estudiantes elaboran problemas para sus compañeros de grupo.

Algunos ejemplos para trabajar con la propuesta.

El contenido para 7^{mo} grado comienza con la Unidad # 1 El significado de los números. El docente aprovecha las oportunidades que ofrece la teoría de números para realizar exploraciones que son interesantes, amenas y útiles. Estas indagaciones inciden en la resolución de problemas, la comprensión y desarrollo de otros conceptos matemáticos, la demostración de la belleza de las matemáticas y la comprensión de los aspectos humanos del desarrollo histórico de los números.

Se utilizan las potencialidades de la teoría de los números para resolver diversos problemas de interés para los estudiantes auxiliándose de técnicas participativas y juegos didácticos como los siguientes.

Se les sugiere a los estudiantes, la posibilidad de realizar un brindis en la escuela,

con la necesidad de que traigan un dulce, preferentemente panetela o pudín. Más tarde en el aula se conforman equipos con distintos números de estudiantes, se les propone que repartan el dulce en cada equipo a partes iguales, y expliquen las conclusiones a las que han arribado.

Se sugiere el juego “Estima y aproxima”.

El docente reparte en el aula hojas de trabajo, donde cada una tiene el precio de un producto distinto que se oferta en el mercado y un descuento en particular dado en porcentaje, por ejemplo: (\$10,95; 15%). Luego reparte calculadoras en el grupo y cada jugador tiene que hacer una estimación del precio final con el descuento.

El jugador que se haya acercado más al precio real será el ganador.

Otro aspecto que resulta de gran interés para los estudiantes, son las estadísticas del deporte, con datos reales donde puedan generar datos nuevos e investigar toda una gama de conjeturas.

El docente presenta una hoja de trabajo con la información de los resultados estadísticos de un juego de baloncesto de la siguiente forma:

Jugador	Minutos juego	Canastas/ intentos	Rebotes	Pases	Puntos
A	37	8/19	8	5	20
B	34	8/14	1	12	19
C	31	8/14	6	9	19
D	32	10/16	9	0	26

Utilizando la hoja de trabajo los estudiantes pueden generar información nueva como puntos/minutos, puntos/intentos, o ¿Qué jugador tiene el mejor porcentaje?

También con otros datos pueden hallar la altura de cada jugador y determinar los rebotes/centímetros de altura de cada jugador o los puntos/centímetros de altura.

Este problema abre ante los estudiantes un mundo de preguntas, donde los mismos desarrollan las habilidades al recoger, organizar, elaborar e interpretar tablas y gráficos para formular inferencias y argumentos convincentes que se basen en el análisis de datos.

La Unidad #2 Lenguaje de las variables, donde se sugiere la traducción de situaciones de la vida al lenguaje algebraico.

Sugerimos utilizar el juego didáctico “Buscando Sinónimos”, para ejercitar la traducción del lenguaje común al algebraico o viceversa.

Buscando sinónimos. Se forman equipos en dependencia de la cantidad de estudiantes en las aulas y se entrega un listado de palabras o expresiones a todos los alumnos. El docente presentará una palabra o expresión y pedirá sinónimos o expresiones que signifiquen lo mismo y lo que han interpretado. Los estudiantes contestarán de forma individual y su calificación será para el equipo.

Con este juego el estudiante aprende a modelar situaciones usando métodos orales, escritos, gráficos y simbólicos.

Otro ejemplo podría enfocarse de la siguiente forma.

Piensa en un número. Añádale cinco. Multiplica el resultado por dos. Réstale cuatro. Divídelo por dos. Réstale el número que habías pensado al principio. Verás como te leo el pensamiento. El resultado es tres.

Este ejemplo ilustra el papel que cumplen los símbolos escritos en la representación de ideas, cuestión esta que se recomienda utilizar a lo largo de toda la Enseñanza Media Básica. Los estudiantes aprenden a usar un lenguaje preciso en conjunción con los sistemas simbólicos especiales de las matemáticas.

En el 8^{vo} grado a los estudiantes se les prepara para *utilizar modelos gráficos lineales o bidimensionales para mostrar relaciones que impliquen números* que se amplían de coordenadas naturales a racionales, como el siguiente ejemplo.

El docente muestra en hojas de trabajo las estadísticas de la lluvia que cae en las provincias Orientales del país, durante los meses transcurridos en el año. Los estudiantes deben realizar una gráfica.

Se auxilian de las estrategias didácticas el *protocolo de resolución y la reflexión sobre el proceso seguido*, el docente dirige la discusión sobre la época de siembra de determinado producto en dependencia de la provincia que se analice, la época para visitar las playas y determinados centros turísticos, la temporada de ciclones, etc.

En la Unidad #2 Igualdades que contienen variables. El docente se auxilia del principio heurístico de analogía para resolver ecuaciones lineales de la forma $ax+b=c$ (a, b, c racionales con $a \neq 0$) donde se establecen conexiones con las ecuaciones tratadas en 7^{mo} grado. Y auxiliándose del principio de reducción llevar el procedimiento a una ecuación de la forma $ax=b$ (a, b racionales con $a \neq 0$).

Este contenido es muy apropiado para que los estudiantes desarrollen habilidades al modelar muchos problemas de forma concreta, recoger y organizar datos en tablas, representar datos etc.

Como los estudiantes se han apropiado del conocimiento desde el grado anterior. El docente utiliza las estrategias didácticas: *el protocolo de resolución, la reflexión sobre el proceso de resolución y el trabajo en grupos*, de forma tal que las tareas del grupo sean de manera que los estudiantes se dediquen a la resolución y discusión de forma cooperada y además, siempre que sea posible utilicen la tecnología disponible.

Para introducir las ecuaciones lineales de la forma $ax+by=c$ (con a, b, c racionales y $a \neq 0$) se emplea el juego didáctico “Buscando Sinónimos” para facilitar la traducción del lenguaje común al algebraico de situaciones en las que se emplean dos variables en una sola ecuación lineal.

El docente hace notar por medio de preguntas, que este tipo de ecuaciones tienen infinitas soluciones en el conjunto de los números racionales y que se necesitaría una segunda ecuación, de manera que se introduzcan los sistemas de ecuaciones lineales en dos variables a partir de la recopilación de datos de la vida práctica.

No todos los problemas requieren un contexto del mundo real. Por el contrario, los estudiantes se apasionan a menudo con problemas que cuentan una historia, donde el docente se puede auxiliar de técnicas participativas, con el propósito de motivar y despertar el interés por las matemáticas.

Un ejemplo de lo planteado anteriormente puede ser la dramatización como técnica participativa, donde a partir de ésta queda en el aula una situación problemática como la siguiente.

El docente narra la historia:

Andando por el desierto nómadas que cargaban sobre sus cabalgaduras sendos sacos de mercancía para venderlas en los sitios por los cuales vagaban. Uno de caballo negro y otro de caballo blanco.

Estudiante # 1 (hombre del caballo negro). *-Huf, no puedo más este sol sofoca mi cabalgadura.*

Estudiante # 2 (hombre del caballo blanco). –*Tienes que ser más voluntarioso, amigo.*
Estudiante # 1 –*Tú sin embargo no pareces cansado. Hagamos un trato. ¿Por qué no tomas tú uno de mis sacos y me lo llevas en tu cabalgadura?*

Estudiante # 2 –*Oh amigo, eso no puede ser.*

Estudiante # 1 –*¿Por qué no?*

Estudiante # 2 –*Porque si yo tomo uno de tus sacos entonces yo tendré el triplo de la cantidad de sacos que tienes tú, sin embargo si tu tomas uno de los míos entonces ambos tenemos la misma cantidad de sacos.*

Se aprovecha la ingeniosidad del problema para la solución de un sistema de dos ecuaciones con dos variables.

En el 9^{no} grado se pueden analizar ejemplos que ilustran situaciones abiertas de problemas donde los estudiantes se auxilian de la estrategia didáctica trabajo en grupos para elaborar problemas y despliegan diversas estrategias.

Se realizó una encuesta entre estudiantes de la enseñanza media del municipio Tunas para determinar el número de horas diarias que estudian. ¿Cuántas horas crees que salieron?

En el problema siguiente, los estudiantes tienen que generar, organizar y analizar datos, buscar patrones que hayan observado para aplicar el principio heurístico de la generalización

En un pueblo hay 3 calles. Todas las calles son rectas. Cada cruce tiene una farola. ¿Cuántas farolas se necesitan? ¿Cuántas hacen falta en un pueblo de 20 calles? Generaliza para cualquier número de calles?

Los estudiantes deben realizar un croquis o figuras de análisis para responder a la cuestión de cómo están dispuestas las calles antes de resolverlo. Esto genera una diferenciación de casos y diversas estrategias de solución.

Conclusiones

La propuesta metodológica contribuye por una parte, a que los estudiantes se apropien de un conjunto de acciones al resolver problemas, y por otra, a que esta acción se revierta favorablemente en la asimilación de los contenidos de la Matemática que se imparten en Enseñanza Media Básica. Es aplicable ya que tiene en cuenta los programas vigentes, parte del diagnóstico de la práctica escolar, la asequibilidad de la enseñanza y la elevación continua de los niveles de dificultad.

El entrenamiento de los estudiantes en el uso de un conjunto de procedimientos heurísticos se puede convertir a partir de una correcta concepción y organización del proceso docente-educativo, en una vía de inestimable valor si se pretende que el estudiante aprenda a buscar por sí mismo el nuevo conocimiento.

Las orientaciones metodológicas se han elaborado con el propósito de que sirvan fundamentalmente como guía orientadora para dirigir desde el punto de vista metodológico y heurístico, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Bibliografía

- Algarabel, S. et al. (1996). Solución de problemas: una revisión del uso de heurísticos y una evaluación de su utilización en Matemáticas. *Revista Española de Pedagogía*. 203. 143-165.
- Gil, D. y Guzmán, M. (1993). *La enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e Innovaciones*. Editorial Popular S. A.
- Gómez, I. (1991). La funcionalidad del aprendizaje en el aula y su evaluación. *Cuadernos de Pedagogía*. Fotocopia p. 28 -35.

- Lorenzo, J. (1996). La Resolución de Problemas. Una revisión teórica. *Revista Suma* 21.
- Mitjás, A. (1995). *Creatividad, Personalidad y Educación*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana. Cuba.
- Monereo, C y Pérez M.L. (1996). La incidencia de la toma de apuntes sobre el aprendizaje significativo. Un estudio en enseñanza superior. *Infancia y Aprendizaje*. 73.
- Pozo, J. (1994). *La Solución de Problemas*. Santanilla. S.A. Madrid.
- Santos, L. (1992) El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las Matemáticas. En: *Educación Matemática. Vol. IV #2*. Ciudad México.
- Santos, M. (1990, Enero-Abril). Estructuras de aprendizaje y métodos cooperativos en educación. *Revista Española de Pedagogía* 185. 53-78. Madrid.
- Schoenfeld, A. (1991) *Ideas y Tendencias en la Resolución de Problemas*. Edipubli. S.A. Buenos Aire.