

## DESARROLLO DE SITUACIONES DE APRENDIZAJE EN UN ESCENARIO A DISTANCIA INCORPORANDO OBJETOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE

Apolo Castañeda Alonso  
CICATA –IPN · México  
[acastane@ipn.mx](mailto:acastane@ipn.mx)

### Resumen

Al introducir las nuevas tecnologías a los escenarios escolares se provocan reacciones (Chevallard, 1992) debido a que altera la armonía del Sistema Didáctico (el cual está compuesto por tres componentes; estudiantes, profesor y el saber). La relación entre los componentes del sistema didáctico se modifican debido a que existe un instrumento mediador que participa transformando las prácticas. Este proceso de integración requiere establecer las condiciones de equilibrio del Sistema Didáctico, al replantear el dominio del conocimiento, al caracterizar la interacción entre los estudiantes y el profesor, al ubicar el papel de la tecnología en el currículo, Laborde, (2001) y desde la perspectiva socioepistemológica, (Cantoral, 2004; Castañeda, 2004) explicar cómo se modifican las prácticas y cómo se construyen nuevos escenarios para el estudio de las matemáticas. Este trabajo de investigación propone describir las prácticas asociadas al estudio de la *derivada* en un ambiente tecnológico en las que se ponen en juego diversas situaciones interrelacionadas utilizando *objetos java*. Estos objetos, cuyo escenario natural de aplicación es en la red de Internet, se caracterizan por la disponibilidad de manipulación.

### Introducción

El acelerado desarrollo de la tecnología ocurrido en los últimos años, así como la reducción de los costos en los equipos electrónicos han favorecido a que nuestra cotidianidad se vea impactada por una gran cantidad de productos. Esta paulatina pero incesante incursión tecnológica en varios espacios de nuestra vida, ha traído consigo una inevitablemente modificación de nuestras usuales prácticas. En el ámbito educativo, esta evolución tecnológica ha perturbado el habitual equilibrio en las instituciones educativas; por una parte el fácil acceso a la tecnología de los estudiantes desafía los tradicionales planteamientos didácticos que hacen los profesores. Este primer diagnóstico describe la exigencia de la noosfera (Chevallard, 1991) para mantener las prácticas educativas acordes con la evolución de la sociedad y sus prácticas., en particular de ámbito tecnológico.

Lejos de ser presiones externas las que modifiquen la actual dinámica de las instituciones educativas, la investigación educativa ha reportado la viabilidad en el uso de la tecnología, Laborde (2001) explica que las tecnologías, como por ejemplo las computadoras, favorecen los procesos de abstracción al permitir múltiples experimentos en el estudio de las ideas matemáticas. Sin embargo tal como lo explica Chevallard, (1992), al intentar introducir las nuevas tecnologías a los escenarios escolares se provocan reacciones debido a que alteran la armonía del Sistema Didáctico. La interacción de las tres componentes, se modifican debido a que existe un instrumento mediador que participa transformando las prácticas. Por ejemplo en Artigue, (2002) se reporta que *...cuando los estudiantes usan la función “graficar” en un ambiente computacional (o en calculadoras gráficas) ellos observan el hecho de que la gráfica de una función es windows-dependent... (ventana-dependiente)*. Este hecho expresa que se ha construido una noción de *función* a partir de la representación en la pantalla, mostrando las limitaciones de representación que tiene el instrumento.

El proceso de integración de la tecnología al ámbito educativo es lento, porque hay que establecer las condiciones de equilibrio del Sistema Didáctico, al replantear el dominio del conocimiento, al caracterizar la interacción entre los estudiantes y el profesor, al ubicar el

papel de la tecnología en el currículo, Laborde, (2001) y desde la perspectiva socioepistemológica, (Cantoral, 2004; Castañeda, 2004) explicar cómo se modifican las prácticas y cómo se construyen nuevos escenarios para el estudio de las matemáticas. Respecto al dominio del conocimiento, identificar cómo afecta la tecnología a los objetos matemáticos y sus relaciones así como identificar los aspectos que se conservan y los que cambian. En cuanto a la interacción de los estudiantes y profesor determinar las condiciones de la interacción a partir de caracterizar el uso del instrumento, es decir, definir los propósitos de su uso. En lo que se refiere al papel de la tecnología dentro del currículo, explicar cómo y para qué se usa la tecnología dentro de un programa de estudio. Finalmente como cuarta componente, analizar las prácticas que se derivan de la integración de la tecnología con el fin de identificar y caracterizar el funcionamiento de la tecnología cuando se ponen en juego para el estudio de la matemática.

### **Exploración en un ambiente computacional**

Ubicados en esta última línea de estudio, este trabajo de investigación propone describir las prácticas asociadas al estudio de la *derivada* en un ambiente tecnológico en las que se ponen en juego diversas situaciones interrelacionadas utilizando *objetos java*. Estos objetos, cuyo escenario natural de aplicación es en la red de Internet, se caracterizan por la disponibilidad de manipulación. Todo objeto *java* tiene un propósito específico pues su creación responde a un objetivo específico. Con el fin de caracterizar los objetos *applets java* en un escenario didáctico, los denominamos “objetos virtuales de aprendizaje”. Esta nomenclatura responde a su propia estructura funcional pues permiten la manipulación del evento. Estos objetos no poseen perfil educativo ni responden a orientaciones pedagógicas específicas, se trata de representaciones funcionales de ideas matemáticas por lo que poseen una lógica de funcionamiento que se apega a la misma coherencia del concepto matemático que ejemplifica. En la red Internet existen varios tipos de objetos virtuales de aprendizaje, su origen depende del programa que permite su construcción y compilación. Describimos brevemente tres tipos de objetos virtuales de aprendizaje.

#### **El caso del proyecto Descartes.** <http://descartes.cnice.mecd.es/index.html>

Descartes es un entorno de aplicación de objetos virtuales de aprendizaje desarrollada por el Programa de Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (PNTIC) del Ministerio de Educación y Cultura de España. Este proyecto educativo se encuentra en una plataforma web cuyo contenido está organizado en unidades didácticas, cada una de ellas contiene lecciones de matemáticas en las que se hace uso de los objetos java (Cfr. Fig. 1).

**Applets Java de contenido matemático.** <http://www.ies.co.jp/math/java/> En la red existen varios sitios que tienen publicados *applets java* con contenido matemático, los cuales en su mayoría están organizados por áreas generales de estudio, pero de forma aislada (Cfr. Fig. 2).

**El proyecto Cabri Java.** <http://www.cabrijava.net/> Cabri Géomètre II es un programa que permite la construcción de objetos geométricos euclidianos a través de la manipulación de varios tipos de herramientas. El programa permite hacer experimentaciones, analizar situaciones geométricas, comprobar resultados, inferir, refutar y demostrar ciertos teoremas de la geometría clásica. Recientemente se le ha agregado una nueva herramienta al programa, se trata de la utilidad de *Cabri Java*. Este es un compilador de las animaciones

de Cabri y las transformándolos en objetos *java*, esto permite su publicación en internet (Cfr. Fig. 3).

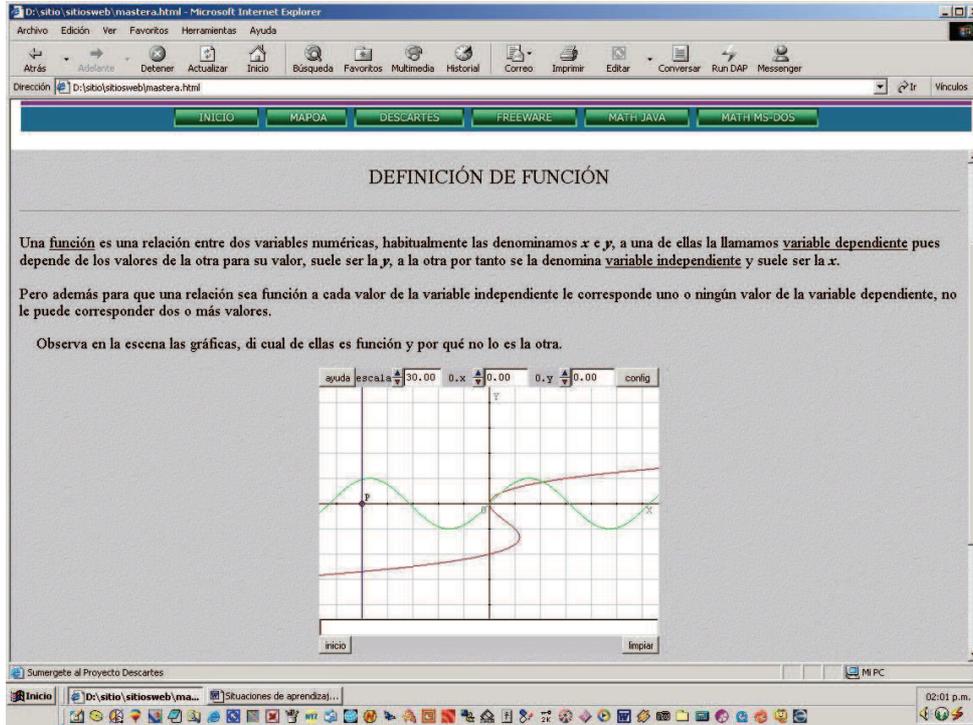


Figura 1: Página del proyecto Descartes, en el que se estudia el tema de “Función”

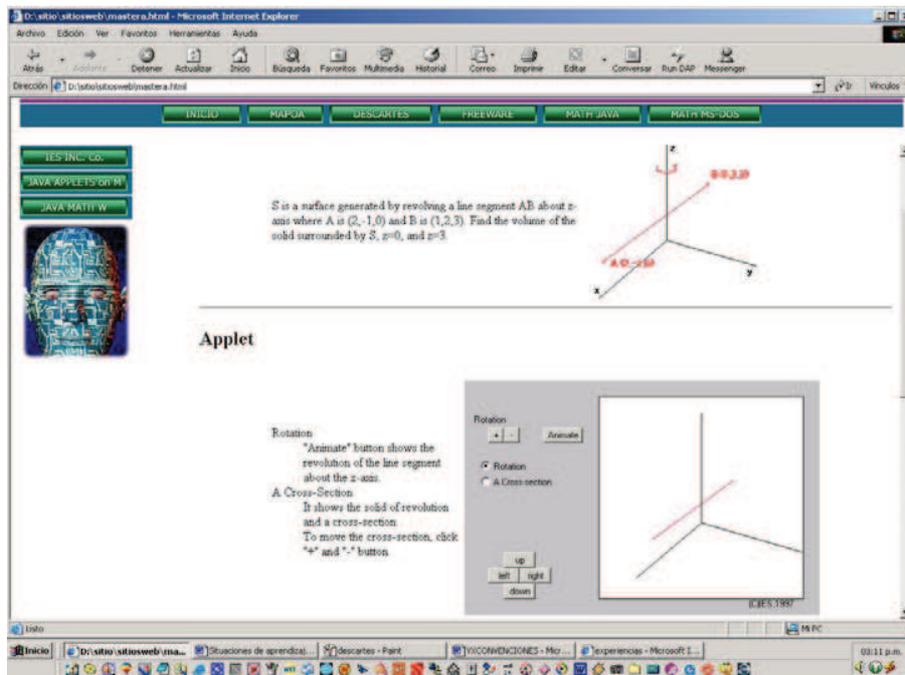


Figura 2: IES Web Site. The site has over 50 applets, and is updated once a week. Product information will be included at the site.

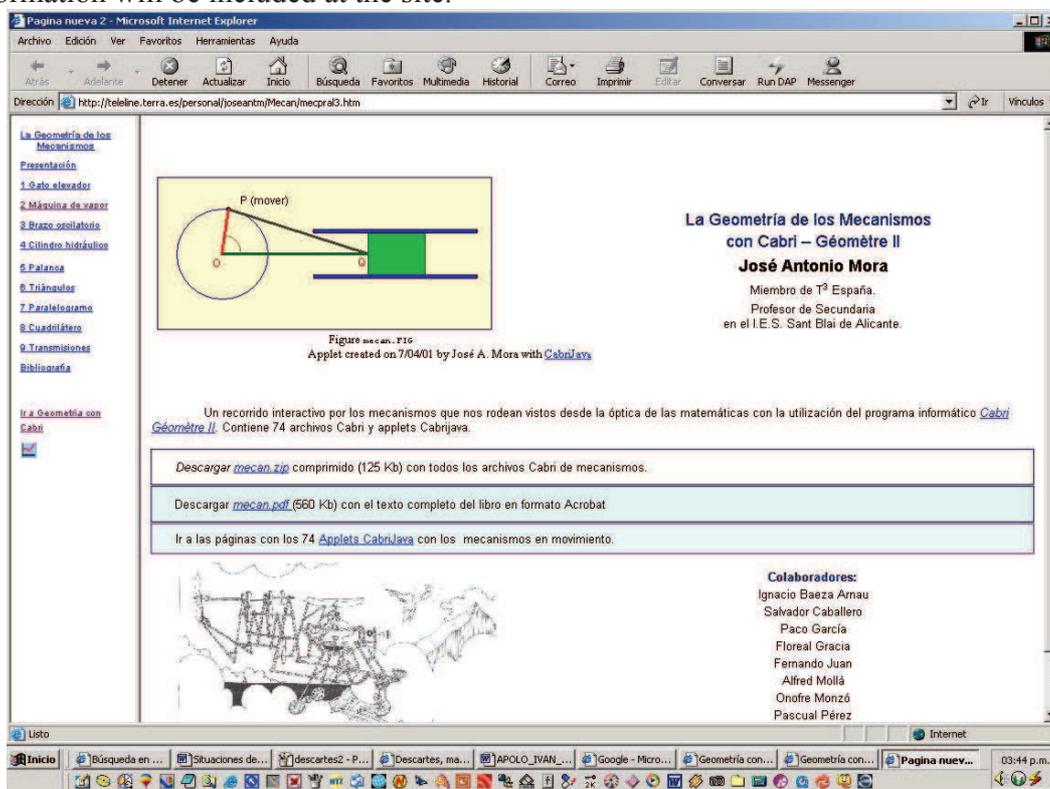


Figura 3 La Geometría de los Mecanismos con Cabri – Géomètre II (publicado en internet con Cabri Web. Página de José Antonio Mora, disponible en <http://teleline.terra.es/personal/joseantm/home.htm>

### La secuencia

Para el diseño de la actividad se incorporaron las recomendaciones de Valero, (2000) para el estudio de la noción de derivada, aunque se hicieron adaptaciones de su diseño al escenario computacional, agregando nuevas preguntas que se plantearon a partir de la *movilidad* que tiene los objetos virtuales, por ejemplo, en cuanto a la sincronía que muestran los objetos al representar las gráficas de su primer derivada y su primitiva: ¿qué relación guarda la  $f$  respecto a  $f'$  cuando se desplaza la tangente de  $f$ ? La actividad fue construída en formato *html* con *frames*<sup>8</sup>, para cargar las páginas de Internet que tiene objetos java publicados. Se pide al usuario que ajuste el contenido de cada *frame* para contestar las preguntas planteadas. Se pide que las respuestas sean enviadas por correo electrónico cumpliéndose la primera fase de la actividad. La actividad (en formato *html*) se publica en Internet para que los usuarios puedan acceder a la información de las páginas insertadas con contenido java, sin necesidad de descargar archivos *class* o *jar* en su computadora.

<sup>8</sup> Estos “marcos” (en español) son áreas en las que se cargan nuevas páginas con formato html dentro de una principal. De este modo una página puede contener otra sin necesidad de abrir nuevamente el explorador.

### **El modelo didáctico**

El elemento característico que subyace en las secuencias es la *acción*, entendida como la capacidad de manipulación que tiene el usuario sobre las construcciones *java*. Los objetos responden a voluntad de quien los utiliza, por lo que es factible identificar regularidades, características que les definen, comportamientos. Ya que el control lo tiene el usuario, entonces es posible analizar la situación que se muestra en el objeto *java*. Sin embargo la disponibilidad que ofrecen no es suficiente, porque estas representaciones no tienen, necesariamente, estados contradictorios o de reflexión que permitan el tránsito de un desequilibrio a un nuevo estado de equilibrio (Ruíz, 2001). En la perspectiva epistemológica que asumimos, de Bachelard, (1981), los aprendizajes previos deben ser tomados en cuenta para construir los nuevos conocimientos y para superar los obstáculos, es decir, se conoce en contra de conocimientos anteriores.

Los objetos *java*, son animaciones de ideas matemáticas, sin embargo no pueden concebirse como explicaciones o ejemplificaciones, pues cada objeto cuenta con un complejo mecanismo de operación, por ejemplo, el trazo de la derivada a partir de una función necesita la coordinación entre el grado de inclinación de la tangente y el eje donde se dibujará la derivada, así como la ordenada obtenida a partir de un cálculo matemático entre el grado de inclinación y la ordenada en cuestión. La secuencia de actividades propone aprovechar la capacidad de manipulación de los eventos para observar las regularidades e invariantes para formular explicaciones de los comportamientos. Existe en el diseño una clara intención de hacer transitar al estudiante por varios momentos, los cuales se controlan a través de variables que los mismos objetos *java* ofrecen.

### **Un primer acercamiento; elementos para la creación de las actividades**

Las actividades diseñadas no tienen como objetivo facilitarle al alumno un contenido matemático, sino, enfrentarlo a una situación en la que se conflictúa con sus conocimientos anteriores pero que a la vez proporcionarle herramientas que le permitan abordar el problema y construir un nuevo conocimiento. Como explica Ferrari, (2001) “... si bien la intuición y la experiencia de un docente son importantes, no bastan para realizar el diseño de una situación” pues requiere de un acercamiento sistémico que “permita discernir y delimitar la problemática que deseamos abordar y decidir la manera en la que gestionaremos el tratamiento de la misma, es decir, el camino que deseamos que los estudiantes transiten”. El diseño debe comprometer un “saber escolar” y por tanto cobra sentido si está respaldada por un análisis preliminar<sup>9</sup> en el cual se contemplen los cuatro polos involucrados en la construcción del conocimiento, a saber: su naturaleza epistemológica; su dimensión sociocultural, los planos cognitivos que involucra y su difusión vía la enseñanza (Cantoral y Farfán, 1998).

### **Planteamiento de un escenario**

Este novedoso diseño de *secuencia de actividades*, incorpora nuevas herramientas que ofrecen un múltiple acercamiento a los conceptos matemáticos desde varios enfoques; tales como secuencias interactivas, fenómenos modelados en sistemas, simuladores, analizadores en tiempo real, entre otros, los cuales emplean a la visualización como un medio para

---

<sup>9</sup> El trabajo de Valero, (2000) aporta un amplio referente epistemológico sobre la noción de derivada

lograr aprendizajes (Cfr. Figs. 4 y 5). Una versión corta de la secuencia didáctica se encuentra disponible en la dirección electrónica: <http://geocities.com/apcastane/demo.htm>

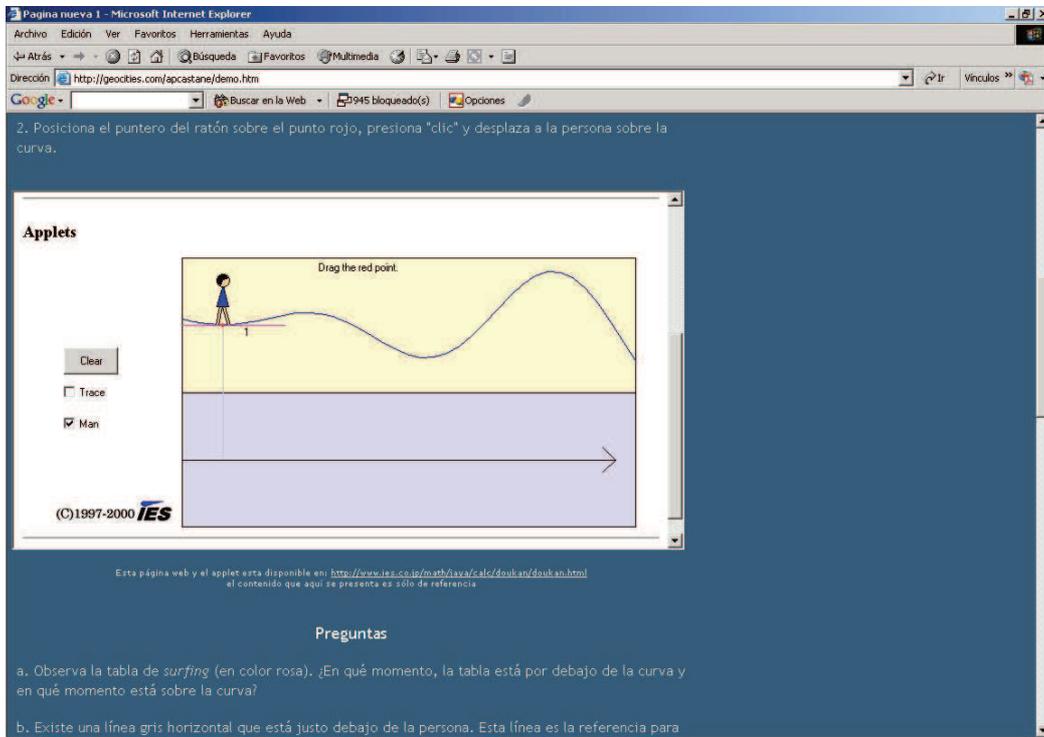


FIGURA 4 Primer frame en el que se estudia la relación entre la tangente y la curva y su derivada

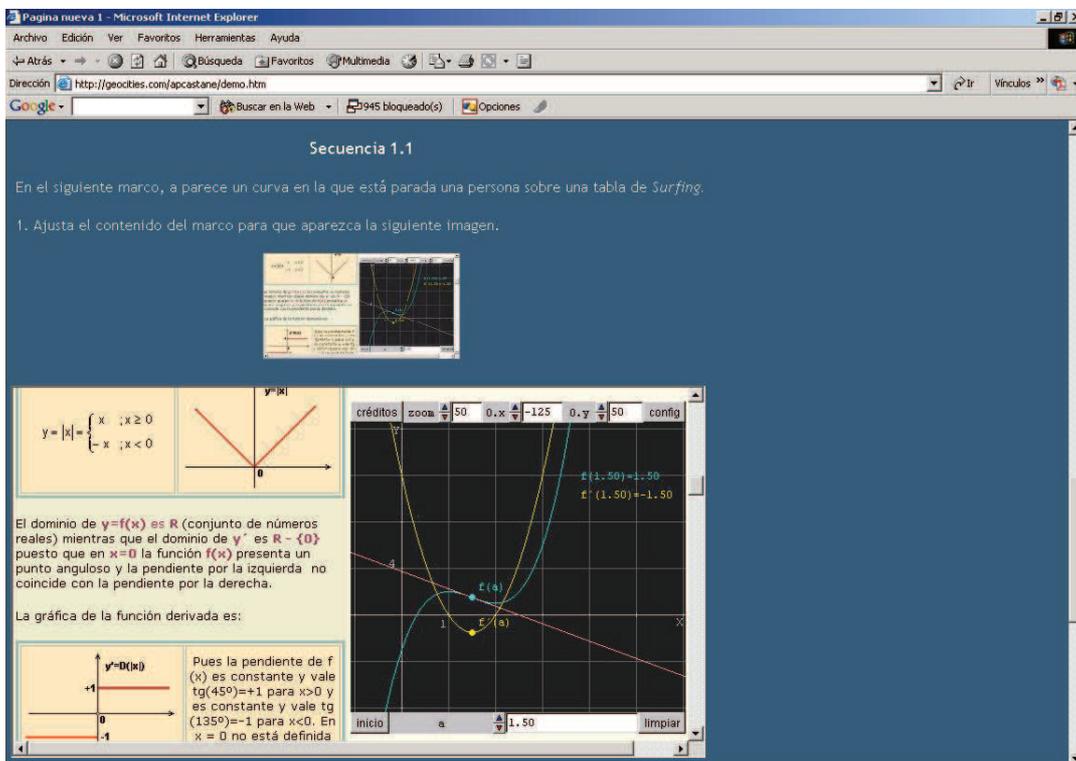


FIGURA 5: Segundo frame de la primer secuencia en la que se estudia la relación de la primer derivada y su primitiva

### Primeros resultados: a manera de conclusión

El grupo que trabajó la secuencia estuvo compuesto por 10 estudiantes que cursan la maestría en Matemática Educativa en la modalidad a Distancia a través de internet. Dadas las características del grupo, no hubo problemas en el manejo de la computadora ni en el manejo de los objetos *java*. Las fases de desarrollo fueron las siguientes; en primer lugar, los estudiantes accedieron a la página web en donde está la actividad, siguieron la secuencia de actividades, contestaron las preguntas y las enviaron por correo electrónico. En segundo término, se pidió discutir en un foro las dificultades y dudas en los que interactuaron todos los estudiantes y el profesor. La Secuencia Didáctica para el estudio de la derivada estuvo compuesta de 8 secciones, cada una de ellas con el tratamiento de una idea específica. La primera de ellas fue el estudio de la relación entre la primitiva y su primer derivada en la que emplearon dos frames con páginas de contenido *java*. La primer actividad contiene un ejercicio que tiene por objetivo identificar el valor de la ordenada en la derivada a partir de estimar el grado de inclinación de la recta tangente de su primitiva. De hecho, la movilidad en los objetos *java* favoreció la identificación de segmentos que varían (se muestran en el primer *frame*), lo que permitió desarrollar la habilidad de relacionar las gráficas de la derivada y de la función son sólo inspeccionar su forma.

### Bibliografía

- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computer for mathematical Learning*, 7: 245-274, 2002. Netherlands: Kluwer Academia Publishers.
- Bachelard, G. (1981). *La formación del espíritu científico* (9a, edición). México: Siglo XXI Editores.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 4 (2), 165-198.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 12(1) : 77-111
- Chevallard, Y. (1992). Intégration et viabilité des objets informatiques dans l'enseignement des mathématiques. In B. Cornu (Ed.), *L'ordinateur pour enseigner les Mathématiques, Nouvelle Encyclopédie Diderot* (pp. 183-203). Paris : Presses Universitaires de France
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires, Argentina: Aique Grupo Editor SA.
- Cantoral R., et al (2000). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas.
- Cantoral, R. & Farfán, R. (2004). *Desarrollo conceptual del cálculo*. México: Edit. Thomson
- Castañeda, A. (2004). *Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión: una aproximación socioepistemológica*. Tesis Doctoral. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. México
- Castañeda, A. et al (2001). Educación a distancia: una experiencia en Matemática Educativa. En Cordero, F. (Coord. Edit), *Antología de los CIMATES, Número 1* (pp. 293-317). México: programa editorial de la Red de Cimates.
- Cantoral, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Épsilon* 42, 353-369.
- Cantoral, R. y Montiel G. (2001). *Visualización, estudio de la funciones*. Prentice Hall, Mexico
- Ferrari, M. (2001). *Estudio socioepistemológico de la función logaritmo*. Tesis de Maestría, Cinvestav-IPN, México.
- IES. (2004). *Manipula Math Applets Collection*. Consultado el día 10 de abril de 2004 desde <http://www.ies.co.jp/math/products/>

- Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of Geometry Tasks with Cabri-Geometry. *Internacional Journal of Computer for mathematical Learning*. 6: 283 – 317, 2001. Netherlands: Kluwer Academia Publishers.
- Proyecto Descartes. (2004). *Unidades Didácticas con Applet Descartes*. Consultado el día 10 de Abril de 2004 desde <http://descartes.cnice.mecd.es/>
- Ruiz, L. (2001). Ingeniería Didáctica. Construcción y análisis de situaciones de enseñanza - aprendizaje. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Relme-14, Panamá, República de Panamá*. (volumen 14, pp. 122-130). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Valero S. (2000). *La derivada como organización de las derivadas sucesivas*. Tesis de Maestría, Universidad Virtual del ITESM, México.