

ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA PARA LA FUNCION CUADRÁTICA

Rey Genicio, María ; Lazarte, Graciela ; Forcinito, Silvia ; Hernández, Clarisa
Facultad de Ingeniería- Universidad Nacional de Jujuy- Argentina
tresm@imagine.com.ar

Resumen

Intentar cambios en los modelos tradicionales de la enseñanza, en este caso específico en la enseñanza de la matemática, es una tarea compleja. Si estamos dispuestos a construir una didáctica transformadora de tradiciones pedagógicas rutinarias, necesariamente hay que tener en cuenta que el docente debe reflexionar sobre sus prácticas, interiorizarse sobre los resultados de las nuevas investigaciones educativas, analizar y debatir sus resultados, cotejar lo viejo y lo nuevo para hacer las rupturas necesarias y obtener nuevas conclusiones, rescatando lo positivo de cada una de ellas. Pero este es un camino que no es fácil de andar, por eso se justifica crear modalidades que nos posibiliten *acompañarnos*, como es la intención de este taller.

Este taller está dirigido al docente de matemática que cotidianamente está en la búsqueda de actividades y estrategias nuevas, o bien diferentes, para que los alumnos se sitúen frente a los problemas de la matemática, pongan en juego sus estrategias personales y discutan, analicen, comparen, etc, actividades mentales que los ayudarán a construir nuevos conceptos, aprehenderlos, y finalmente aplicarlos

El taller comienza con la presentación de un problema que se complejiza a través de la variable didáctica, con el objetivo de construir el concepto de Función Cuadrática, continuará con el análisis comparativo de distintas estrategias para el estudio de las transformaciones (traslación, compresión, estiramiento) de la parábola y finalizará con una secuencia de actividades, debidamente graduadas, que apuntan a la resolución de la ecuación de segundo grado. Todas estas instancias están acompañadas por el debate y la reflexión crítica de las mismas.

Objetivos

En el desarrollo del taller se espera que las y los participantes

- a. Analicen estrategias innovadoras elaboradas para la enseñanza de función cuadrática y ecuación cuadrática, en el marco de una "Ingeniería didáctica"
- b. Analicen críticamente las prácticas docentes habituales mediante la reflexión y el debate constructivo

Al finalizar el taller se espera que, las y los participantes

- a. Tomen contacto con una " Ingeniería Didáctica" para la construcción de un concepto matemático por parte de los alumnos.
- b. Consideren la necesidad de superar las metodologías rutinarias tradicionales
- c. Adquieran conceptos básicos sobre "Ingeniería Didáctica" y sobre "La Dialéctica instrumento-objeto".

El taller contribuye a procesos más generales, como favorecer un cambio positivo sobre la forma de enseñar matemática con respecto a las viejas metodologías.

Metodología de trabajo

Se utilizan estrategias participativas a nivel áulico, derivadas de la concepción del trabajo grupal como una forma de resolver problemas. Además Se fomentará también en distintos momentos, el trabajo individual, con el propósito de provocar procesos inferenciales, donde los participantes experimenten que el "HACER" es una tarea intelectual personal.

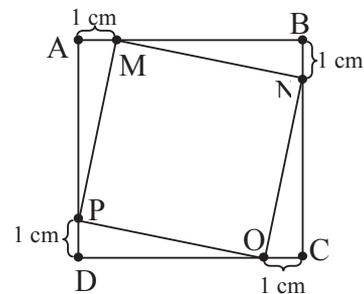
Los temas

1. Propuesta didáctica para la construcción del concepto de función cuadrática

2. Actividades propuestas para el análisis gráfico de la función. Distintas estrategias para el estudio de las transformaciones de traslación, compresión, estiramiento de la parábola
3. Análisis de los logros y dificultades de la puesta en marcha del ensayo áulico.
4. Propuesta didáctica para la construcción del concepto de ecuación cuadrática.
5. Fundamentos básicos de la "Ingeniería didáctica". La "Dialéctica Instrumento-objeto. Juego de marcos" de Regine Douady

Las actividades

1. Lea en forma individual las actividades propuestas en el "Trabajo práctico N° 1"
2. En forma grupal, realicen un análisis didáctico del "Trabajo práctico N° 1" (las siguientes consignas pueden orientar la tarea, respondan primero las que le resulten más sencillas, las que no les sean accesibles serán tratadas en la puesta en común por algún otro grupo o, en su defecto, por el equipo coordinador)
 - a) *Anticipen los procedimientos que podrían realizar los alumnos para resolver la secuencia de problemas, incluyendo los erróneos y los acertados.*
 - b) *Enuncien, para cada uno de los procedimientos, los conocimientos previos que los alumnos deben poseer para resolver la secuencia de problemas.*
 - c) *Identifiquen él o los conocimientos a los que apunta la secuencia de problemas.*
 - d) *¿En qué marcos aparece el concepto?*
 - e) *Analice la variable didáctica puesta en juego.*
 - f) *¿En qué curso aplicarían la propuesta? ¿Cómo organizarían el grupo de alumnos? ¿Cómo sería la gestión de la clase? ¿Qué podría hacer peligrar la propuesta y qué acciones permitirían superar el inconveniente? ¿Cuál sería la intervención del docente? ¿Cómo se realizarían las validaciones de las actividades desarrolladas por los alumnos?.*
3. Puesta en común de la actividad anterior.
4. Lea en forma individual el texto: "Función polinómica de segundo grado" tomado del libro de matemática para 4° año del Bachillerato escrito por Nelly Vásquez de Tapia, Alicia Tapia de Bibiloni y Carlos Alberto Tapia.
5. Lea en forma individual el "Trabajo práctico N° 2".
6. Realicen en forma grupal un análisis comparativo de las dos propuestas anteriores.; para ello puede tener en cuenta: el rol del alumno; el rol del docente; rol del problema; teoría de aprendizaje involucrada, modelo didáctico; conocimientos previos requeridos, recursos didácticos necesarios, otros...
7. Puesta en común de la actividad anterior.
8. Lea en forma individual las actividades propuestas en el "Trabajo práctico N° 3"
9. Realicen en forma grupal el análisis didáctico del "Trabajo práctico N° 3".
10. Puesta en común de la actividad anterior.
11. Consideraciones generales de la propuesta a cargo de los coordinadores del taller.



TRABAJO PRÁCTICO N° 1

Situación 1

- 1 – Dado el cuadrado ABCD de 10 cm de lado y cuatro puntos M, N, O y P ubicados según los datos del gráfico; encontrar el área del cuadrado MNOP.
- 2 – Repetir la actividad anterior considerando que las medidas de las distancias de los puntos M, N, O y P a los respectivos vértices sean: 4 cm; 6 cm; 9 cm; 2,4 cm y 7,6 cm.
- 3 – Investigue cuál será la distancia de los puntos M, N, O y P a los respectivos vértices para que el área sea mínima.
- 4 – Encontrar una fórmula que permita calcular el área del cuadrado MNOP cuando la distancia a los vértices es x.

Situación 2

- 1 – Con los resultados obtenidos anteriormente armar una tabla de valores. Presentar los valores de la variable independiente en orden creciente.
- 2 – Volcar los datos en un sistema de coordenadas cartesianas.
- 3 – Teniendo en cuenta lo trabajado hasta el momento.
 - a) ¿Cuáles son los valores que puede tomar la variable independiente?
 - b) ¿Cuáles son los valores que puede tomar la variable dependiente?
 - c) ¿Se pueden unir los puntos del gráfico con una curva? ¿Por qué?
 - d) Redactar un mensaje de manera que el lector pueda realizar este gráfico sin conocerlo.

Trabajo Práctico N° 2

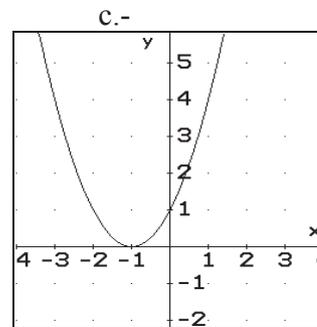
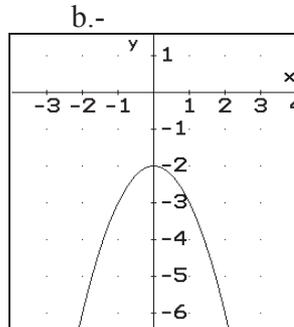
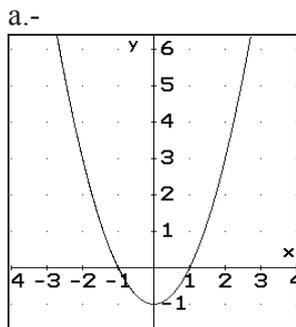
- 1 – Realizar una tabla de valores y representar gráficamente en un sistema de coordenadas cartesianas la función: $y = x^2$
 - 2 – Del gráfico obtenido en el punto anterior escribir lo que se observa en cuanto a:
 - i) Eje de simetría.
 - ii) Coordenadas del vértice
 - iii) Abertura de la curva
 - 3 – Detallar las similitudes y diferencias que se observan al comparar los gráficos de:

$$y = x^2 \quad \text{con} \quad \text{Area}(x) = 2x^2 - 20x + 100$$
 - 4 – Modificar la fórmula de la función $y = x^2$ para que la parábola:

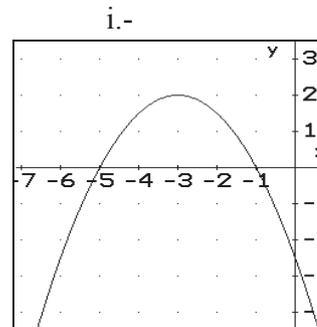
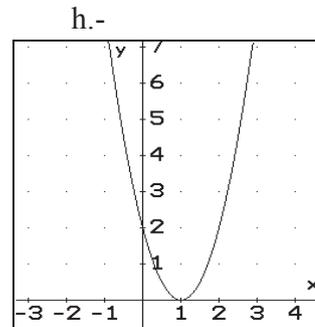
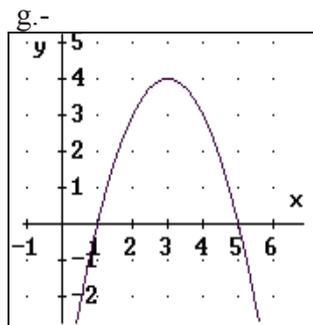
a) Quede abierta hacia abajo.	e) Se desplace 3 unidades hacia abajo.
b) La curva sea más cerrada	f) Se desplace 1 unidad hacia la izquierda.
c) La curva sea más abierta.	g) Se desplace 2 unidades hacia la derecha.
d) Se desplace 2 unidades hacia arriba.	
- En cada caso, realice la gráfica correspondiente
- 5 – Para cada uno de los siguientes gráficos
 - i) Escribe las coordenadas del vértice.
 - ii) Indica si su apertura es: “*más abierta*”, “*más cerrada*” o “*igual*” a la de la parábola base.
 - iii) Escribe la fórmula de la función $y = f(x)$ que corresponde a cada uno de los

gráficos.

iv) Halla, en los casos en que exista, el o los valores x_1 y/o x_2 donde el gráfico corta al



eje de las x.



6 - ¿Qué relación existe entre los ceros de las funciones y el valor de la abscisa del vértice?

7.- Completa el siguiente cuadro:

Parábola	Abierta hacia	Coordenadas del Vértice	Abertura según la parábola base	Desplazamientos en unidades numéricas			
	(arriba / abajo)		(más abierta, cerrada o igual)	arriba	abajo	derecha	Izquierda
$y = \left(x - \frac{1}{3}\right)^2$							
$y = -\left(x + \frac{5}{2}\right)^2$							
$y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{7}$							
$y = -x^2 - 2$							

$y = 3(x - 4)^2 + 3$							
$y = (x + 2)^2 - 5$							
$y = -2(x + 1)^2$							
$y = -(x - 1)^2 - 1$							
$y = \frac{1}{3}x^2 - 4$							
$y = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 + 2$							

8 - Grafique y luego escriba la fórmula de una función cuadrática sabiendo que:

- El vértice está en el punto $V(-4, 0)$, es abierta hacia arriba y pasa por el punto $P(-3, 1)$
- El punto de menor ordenada es $P(2, -3)$ y pasa por $P(1, 2)$
- El punto de mayor ordenada es $P(-2, 4)$ y $|a| = 1/2$
- Corta al eje x en -1 y 3 , el menor valor de y es -4

Trabajo Práctico N° 3

1. - En cada caso encuentra la fórmula polinómica correspondiente a la fórmula canónica dada:

a) $y = (x + 3)^2 - 9$ b) $y = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{9}$ c) $y = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$ d) $y = (x + 1)^2 + 3$ e) $y = (x - 3)^2 - 1$ f) $y = \left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}$

2.- ¿Podrías decir cuáles de los gráficos correspondientes a las funciones cuadráticas dadas en el ejercicio anterior pasan por el origen? (no confecciones el gráfico)

3. - En las fórmulas de las funciones cuyos gráficos pasan por el origen

- Indica qué característica tiene la fórmula cuadrática polinómica
- Indica qué característica tiene la fórmula cuadrática canónica.
- Establece una vinculación entre las fórmulas cuadrática canónica y polinómica

4.- a) En cada caso, encuentra la fórmula canónica correspondiente a la fórmula polinómica dada.

i) $y = x^2 + 4x$ iv) $y = x^2 + 8x$
 ii) $y = x^2 - 6x$ v) $y = x^2 - 5x$
 iii) $y = x^2 - 9x$

b) Cuáles serán en cada caso las coordenadas del vértice de la parábola.

5.- a) Encuentra el valor de h y k de forma que $y = x^2 + bx$ se pueda expresar como $y = (x + h)^2 + k$.

b) Cuál será la abscisa del vértice de la parábola ?

c) Cuál será la ordenada del vértice de la parábola?.

d) De qué otra forma podrías haber encontrado la ordenada del vértice?

6.- Escribe cada una de las siguientes funciones de segundo grado en la forma canónica.

- a) $y = x^2 + 2x - 1$ b) $y = x^2 + 2x + 5$ c) $y = x^2 - 8x + \frac{3}{2}$
- 7.- a) Encuentra el valor de h y k de forma que $y = x^2 + bx + c$ se pueda expresar como $y = (x + h)^2 + k$.
 b) Expresa $y = x^2 + bx + c$ en la forma canónica.
- 8.- Escribe cada una de las siguientes funciones de segundo grado en la forma canónica.
 a) $y = 3x^2 + 6x - 3$ b) $y = 2x^2 - 5x + 3$
- 9.- a) Encuentra el valor de h y k de forma que $y = ax^2 + bx + c$ se pueda expresar como $y = a(x + h)^2 + k$.
 b) Expresa $y = ax^2 + bx + c$ en la forma canónica.
 c) Escribe las coordenadas del vértice de la parábola
 d) Indica la concavidad de la curva
- 10.- Dada la siguiente función de segundo grado $y = 2x^2 - 10x + 8$
 a) Exprésala en forma canónica.
 b) Escribe las coordenadas del vértice.
 c) Encuentra los ceros de la función
 d) Graficala en coordenadas cartesianas ortogonales.
- 11.- Recordando el problema del área del cuadrado dado $\text{Área}(x) = 2x^2 - 20x + 100$
 ¿Cuánto tiene que valer x para que el área sea 50?
- 12.- Encuentra una fórmula que te permita resolver la ecuación:
 $ax^2 + bx + c = 0$

Bibliografía

- Artigue, m. (1995) *ingeniería didáctica en educación matemática*. G.e.i.. México.
- Azcárate, carmen. Deulofeur, jordi.(1996) *funciones y gráficas*. Síntesis. Madrid. 1996
- Bixio, cecilia (1998) *enseñar y aprender*. Homo sapiens. Bs. As
- Brousseau, G. (1994) los roles del maestro cap. De parra, c, saiz, i, otros. *Didáctica de la matemática*.
 Compilación. Paidós . Bs. As. 1994
- Douady, R. dialéctica instrumento–objeto. Juego de encuadres. *Cuaderno de didáctica de la matemática n°3*.
 Edición mecanografiada.
- Charnay, roland. (1994) *aprender (por medio de) la resolución de problemas*. Cap. De parra, c, saiz, i, otros.
Didáctica de la matemática. Compilación. Paidós . Bs. As..
- De tapia, nelly vásquez; tapia de bibiloni, alicia; tapia, carlos.(1984) *matemática 4*. Ed. Estrada. Argentina