

## DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESTOCASTICO

Eddy Herrera Daza  
Pontificia Universidad Javeriana. Colombia.  
[. eherrera@javeriana.edu.co](mailto:eherrera@javeriana.edu.co)

### **Resumen:**

En este trabajo se presenta un recorrido rápido de la evolución del pensamiento estocástico a través del desarrollo de las matemáticas y la física principalmente, posteriormente se analizan algunas de las investigaciones sobre razonamiento estocástico, la de los psicólogos preocupados principalmente por observar y describir lo que pasa cuando un sujeto se enfrenta a razonamientos inferenciales, para estudiar así la estructura de pensamiento ligada a éste tipo de razonamiento y el punto de vista de los matemáticos y estadísticos, que mayoritariamente persiguen modificar las concepciones sobre probabilidad y estadística. Finalmente se plantean algunas sugerencias para propiciar un pensamiento estocástico en los estudiantes, producto de las dificultades encontradas en los cursos de probabilidad, para estudiantes de las Ingeniería

### **El Desarrollo en la Matemática**

Los conceptos de azar e incertidumbre son tan viejos como la civilización misma. Aproximadamente por el año 3500 a.c, los juegos de azar eran practicados con objetos de hueso, considerados como los precursores de los dados y fueron ampliamente desarrollados en Egipto y otros lugares. Así la estadística descriptiva tiene su origen mil o dos mil de años antes de Cristo, en Egipto, China y Mesopotamia, donde se hacían censos para la administración de los imperios. Los egipcios tuvieron el barómetro económico más antiguo: un instrumento llamado "nilometro", que medía el caudal del Nilo y servía para definir un índice de fertilidad, a partir del cual se fijaba el monto de los impuestos. En las ideas de Aristóteles (384-322 AC) se encuentran tres tipos de nociones de probabilidad, que definen más bien actitudes frente al azar y la fortuna, que siguen vigentes hoy en día: (1) el azar no existe y refleja nuestra ignorancia; (2) el azar proviene de causas múltiples y (3) el azar es divino y sobrenatural. Sin embargo, pasó mucho tiempo antes de que alguien intentara cuantificar el azar y sus efectos. En la sociedad francesa, el juego era uno de los entretenimientos más frecuentes. Los juegos cada vez más complicados y las apuestas muy elevadas hicieron sentir la necesidad de calcular las probabilidades de los juegos de manera racional. El caballero de Méré, planteó algunas preguntas que permitieron, en particular, iniciar una discusión entre Blaise Pascal y Pierre Fermat (1601-1665) y así el desarrollo de la teoría de las probabilidades. El caballero De Méré, que jugaba con frecuencia, había acumulado muchas observaciones en diversos juegos y constató una cierta regularidad en los resultados. Esta regularidad, a pesar de tener como base un hecho empírico, permitió relacionar la frecuencia relativa de la ocurrencia de un suceso y su probabilidad. Las reglas de cálculo desarrolladas hasta entonces para los juegos de azar vieron sus aplicaciones en otras disciplinas. Los censos demográficos, que se hacían desde la antigüedad, requieren recolectar muchos datos. Si bien la extensión de los juegos de azar a la demografía o a la matemática actuarial fue extremadamente importante, su planteamiento tiene grandes limitaciones debido a que considera todos los resultados posibles simétricos. Durante los siglos XVIII y XIX la estadística se expandió sin interrupción mientras la teoría de las probabilidades no mostró progreso. Una de las aplicaciones importante fue desarrollada al mismo tiempo por Gauss (1777-1855), Legendre (1752-1833) y Laplace: el análisis numérico de los errores de mediciones en física y astronomía. Aparte de la demografía y la matemática actuarial, otras disciplinas introdujeron la teoría de las probabilidades.

La estadística se empezó a usar de una manera u otra en todas las disciplinas, a pesar de un estancamiento de la teoría de las probabilidades. Para concluir, si bien la historia de la estadística no se puede separar de la historia del cálculo de las probabilidades, la estadística no puede considerarse como una simple aplicación del cálculo de las probabilidades. El cálculo de las probabilidades es una teoría matemática y la estadística es una ciencia aplicada donde hay que dar un contenido concreto a la noción de probabilidad.

### **El desarrollo en la Física**

A lo largo de la historia la Física se ha enfrentado a la dificultad de explicar los procesos físicos naturales, un ejemplo de esto es el caso de Maxwell, que dio forma definitiva a las ecuaciones de los campos electromagnéticos y que son un claro exponente de determinismo. Si embargo, Maxwell fue el primero en afirmar que el segundo principio de la termodinámica es de naturaleza estadística y con esto lo llevó a afirmar “ la verdadera lógica de este mundo es el cálculo de probabilidades”

En general, el comportamiento no determinista de los sistemas se debe a su naturaleza no lineal de las leyes que lo controlan, como por ejemplo las ecuaciones de la dinámica de fluidos conocidas con el nombre de Navier-Stokes ya que basta observar un torrente para apreciar el movimiento imprevisible de las moléculas. Lo verdaderamente significativo, es que a pesar de las evidencias en algunos fenómenos la ciencia ha seguido principios de causalidad y determinismo como principio fundamental y de esta manera el no determinismo de los procesos naturales ha quedado oculto a la ciencia.

A mediados del siglo XIX, Boltzmann, estableció las bases teóricas de la física estadística. Para ello definió el concepto de probabilidad termodinámica, en el que por primera vez, se describe un sistema por la probabilidad de encontrarse en un determinado estado en cada instante, en contraposición con el concepto clásico, en la que se define de forma determinística. Con el nacimiento de este siglo, Planck realizó un postulado cuántico, que supone que la energía total radiada por los osciladores está formada por elementos finitos. esto choca frontalmente con el concepto de procesos deterministas.

Sin embargo a medida que la teoría cuántica avanzó, el hecho estocástico se fue haciendo más patente, lo que conduce a un cambio de mentalidad. Un ejemplo de este cambio fue Einstein determinista profundo

### **La perspectiva psicológica sobre el razonamiento estocástico**

Los investigadores en psicología del desarrollo, educativa y cognitiva han estado interesados por el razonamiento estocástico y en cómo se desarrolla y algunos psicólogos notables (e.g., Piaget y Inhelder, 1951; Fischbein, 1975; Kahneman, Slovic y Tversky, 1982) continúan proporcionando una base importante a la investigación en este campo. Sin embargo Lecoutre muestra que las concepciones erróneas sobre la probabilidad, han inducido respuestas estereotípicas en las personas y han reflejado más el conocimiento teórico de los sujetos sobre la probabilidad que sus opiniones o sus formas de razonar. En consecuencia, estos retractores sugieren que se debería estudiar el origen de las concepciones estadísticas erróneas con mayor profundidad. En consecuencia un objetivo primario de cualquier investigación en educación estadística sería proporcionar una descripción analítica de los procesos cognitivos subyacentes en estas concepciones erróneas con el fin de encontrar si hay alguna coherencia interna en los juicios y razonamientos espontáneos.

### **La Intuición del Azar**

El primer paso para comenzar a estudiar el pensamiento estocástico y el desarrollo de un tipo de pensamiento diferente en nuestros estudiantes al determinístico, desarrollado en los cursos de Cálculo, es asegurarnos que nuestros estudiantes sean capaces de diferenciar las situaciones aleatorias, de las determinísticas, es decir que puedan distinguir algunas de las características básicas de la aleatoriedad. Una característica particular de los experimentos aleatorios es su carácter irreversible, destacado ya desde los trabajos de Piaget e Inhelder (1951), para quienes la aleatoriedad se produce por la interferencia de una serie de cadenas causales actuando independientemente, que llevan a un resultado impredecible. Una vez producido un resultado aleatorio, no es posible volver al estado inicial con seguridad. Por lo tanto hasta que no se comprenda la idea de causa y se realice un razonamiento combinatorio, para poder concebir las distintas posibilidades existentes en estas situaciones, no se tendrá un marco de referencia para identificar los fenómenos aleatorios.

Con la adquisición de esquemas operacionales espacio –tiempo y lógico-matemático, el niño ya comienza a distinguir entre lo aleatorio y determinístico ya que comienza a comprender la interacción de cadenas causales que conducen a sucesos impredecibles y la irreversibilidad de los fenómenos aleatorios. La idea de Probabilidad surge solo cuando se comprende que mediante un razonamiento combinatorio se pueden determinar el conjunto de posibilidades asociadas a un fenómeno aleatorio. Por lo tanto para Piaget la idea de aleatorio y de probabilidad, no son totalmente adquiridas hasta que se desarrolle el razonamiento combinatorio, en la etapa de las operaciones formales.

### **Empleo de Heurísticas**

El término heurística puede definirse como un proceso cognitivo que se utiliza para reducir la complejidad de un problema durante el proceso de resolución. Las investigaciones de los psicólogos Daniel Kahneman y Amos Tversky indican que los sujetos emplean un número limitado de heurísticas para realizar inferencias inductivas, esto contribuye a un cambio en la forma de concebir el razonamiento no determinístico. Kahneman (1982) define tres tipos de heurísticas atendiendo al proceso cognitivo empleado: representatividad, disponibilidad y ajuste y anclaje.

La heurística de la representatividad consiste en calcular la probabilidad de un suceso sobre la base de la representatividad del mismo respecto a la población de la que proviene. Esta heurística aparece asociada a la creencia de que una muestra debería reflejar la distribución de la población de la que se obtiene, sin embargo esta heurística no tiene en cuenta el tamaño de la muestra en el momento de realizar las inferencias inductivas. La Heurística de la disponibilidad, se usa al juzgar la frecuencia de una muestra.

Las heurísticas estadísticas se consideran reglas generales, intuitivas, y procesos inferenciales. No obstante las personas no aplican siempre mecanismos de pensamiento estadístico, ya sea por:

- La claridad en la construcción del espacio muestral
- Reconocimiento del papel del azar en una situación particular.
- Prescripciones culturales para razonar estadísticamente sobre eventos de un determinado tipo.

### **PROPUESTA DE APRENDIZAJE**

Dentro de la perspectiva del aprendizaje activo, las mejores situaciones son aquellas donde los sujetos son llevados a construir por sí mismo las representaciones adecuadas. Tal construcción activa parece ser un factor de estabilización de dichas representaciones. Esto concuerda con el marco de muchos programas de investigaciones recientes en educación estadística, en los que se enfatiza que es importante que los estudiantes construyan su propio conocimiento y desarrollen conceptos probabilísticos y estadísticos a través del uso del aprendizaje activo. Este enfoque parece tener implicaciones didácticas significativas para la enseñanza de conceptos estadísticos. Dentro de este enfoque se debe tener en cuenta las áreas donde podemos propiciar un pensamiento estadístico en los estudiantes universitarios

### **Investigación empírica**

En la investigación empírica, los procesos de pensamiento estadístico son operacionalizados cuando se plantean problemas durante la definición de un problema y el estudio del diseño y cuando los datos se recogen y analizan para hacer un juicio informado sobre una situación. Esta área está ya siendo investigada (e.g., Hancock et al., 1992; Konold et al., 1997, Ben-Zvi y Friedlander, 1997) quizás porque los proyectos usando la estadística son ahora relativamente comunes en los planes de estudio actual. Sin embargo, se necesita mucha más investigación sobre:

- cómo hacer que los estudiantes desarrollen una forma de pensamiento estadístico durante la investigación empírica
- Los modos particulares de pensamiento hacia los cuales debiera enfocarse la atención de los estudiantes mientras conducen una investigación.
- Los tipos de preguntas que los estudiantes debieran investigar para promover el desarrollo del pensamiento estadístico.

### **Evaluación de investigaciones**

La segunda área en la que opera el pensamiento estadístico es cuando una investigación empírica se describe en un artículo de investigación, en los medios de difusión, en un informe de recomendación para una compañía, etc. Esta área requiere diferentes tipos de procesos de pensamiento estadístico, no sólo sobre cómo leer el informe, sino también sobre cómo reaccionar a lo que está presente y no está presente en el informe. La interpretación y juicio de los informes estadísticamente fundamentados debería ser mirados como una prioridad para la investigación. Y encontrar métodos efectivos de enseñanza para la lectura y juicio de informes estadísticamente fundamentados

### **La vida cotidiana**

La tercera área en que se requiere el pensamiento estadístico es en la vida cotidiana, donde la información que no se recoge formalmente como dato se usa para operar y comprender el propio medio, para comprender las propias reacciones y racionalizar los sucesos. De acuerdo con Snee (1999, p. 257): “podemos usar el pensamiento estadístico sin datos”.

### **Conclusión**

Las situaciones de tipo aleatorio tienen una fuerte presencia en nuestro entorno. Si queremos que un estudiante valore el papel de la probabilidad y la estadística, es importante

que los ejemplos y aplicaciones que mostramos en la clase hagan ver de la forma más amplia posible esta fenomenología

La estadística y la educación estadística son disciplinas nuevas, que necesitan nuevas formas de conceptualizar el método intelectual y el razonamiento de la disciplina estadística y que deben evolucionar con la investigación en educación estadística que busca comprender el pensamiento, aprendizaje y enseñanza de la estadística. Plantear las tres áreas de investigación sobre investigación empírica, evaluación de la investigación y vida cotidiana promovería el desarrollo del pensamiento estadístico. conceptos teóricos y métodos.

La interdisciplinariedad es también visible al enseñar estadística bajo la perspectiva del análisis exploratorio de datos. En este enfoque, los estudiantes pueden llegar a trabajar en tareas y proyectos en los que necesitan planear un problema y recoger datos. Estos proyectos podrían surgir desde otras disciplinas como biología, geografía o ciencias sociales. Si queremos que un estudiante valore el papel de la probabilidad y la estadística, es importante que los ejemplos y aplicaciones que mostramos en la clase hagan ver de la forma más amplia la importancia y su carácter intersdisciplinario

## DISCUSIÓN

Las siguientes temas podrían considerarse para estudios posteriores:

- ¿Qué modelos psicopedagógicos pueden ayudarnos a comprender el desarrollo de razonamiento estocástico y como se pueden usar estos modelos para facilitar su desarrollo?
- ¿Qué teorías de enseñanza y aprendizaje nos pueden ayudar a comprender y a explicar la enseñanza de la estadística?
- ¿Cuáles son las metas de desarrollo de los estudiantes de estos tipos de procesos cognitivos y cómo evaluarlos?

## Bibliografía

- Ausubel, D. P., Novak, J. D. y Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Batanero, C. y Serrano, L.(1995). Aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas. *UNO*, 5, 15-28.
- Batanero, C. (1998). Recursos para la educación estadística en Internet. *UNO*, 15,13-25.
- Cañizares, M. J. (1997). *Influencia del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*.