

## GEOMETRIA ARTE Y TECNOLOGIA

Lilian Vargas  
Liceo B-67 Huépil Octava Región Chile  
lilivv@starmedia.com

### Resumen

¿Aprender a aprender? ¿Trabajo en equipo? ¿Ritmos distintos de aprendizajes? ¿Aprendizajes significativos? ¿Uso de tecnología? Estas y tantas otras interrogantes comenzaron a inquietar nuestra labor docente, comenzamos a preguntarnos como enfrentar el futuro con alumnos distintos a los que ya no motivan nuestra forma de enseñanza donde ellos tienen un rol pasivo y los primeros actores somos los profesores. Aparece en los docentes la **incertidumbre** ¿Cómo la manejamos? ¿Qué hacemos? ¿Cómo enfrentamos los cambios tecnológicos? La Reforma nos entregó algunas herramientas como los PPF (Programas de Perfeccionamiento fundamental<sup>2</sup>), los GPT(Grupos Profesionales de Trabajo) al interior de las Unidades Educativas. Reflexionamos sobre nuestras prácticas pedagógicas, nos familiarizamos con el uso de la tecnología, la llevamos a la sala de clases, asumimos un rol distinto, damos mayor importancia al trabajo en equipo, relacionamos los aprendizajes con el medio natural y cultural. Cambia la infraestructura de nuestros Liceos y Colegios, se implementan laboratorios de computación, profesores asisten a pasantías en extranjero conociendo nuevas alternativas de enseñanza aplicando tecnologías, se establecen redes de profesores y el grado de incertidumbre disminuye, comienza para nosotros una nueva era como formadores preocupados de desarrollar en nuestros alumnos aspectos cognitivos, habilidades y valores. En la búsqueda de estrategias metodológicas he implementado a mis prácticas pedagógicas el uso de material didáctico construido en clases, el uso de la calculadora y programas como CABRI II para la enseñanza de la Geometría. Las fotos muestran el material construido en cartulinas para el posterior estudio de ellas.



Los resultados de este cambio se apreciaron a través de la respuesta y la motivación que muestran los alumnos por aprender.

### Experiencias de Aula en las que confluyen geometría, arte y tecnología

La Reforma Educacional que se está llevando a cabo en mi país ha llevado al docente a reflexionar y buscar nuevas formas de enfrentar las prácticas Pedagógicas utilizando nuevos recursos como el uso de la tecnología, el uso de material didáctico, la aplicación de programas de Álgebra y Geometría. En este marco presento experiencias realizadas en el aula que han logrado reencantar a los alumnos en el estudio de las matemáticas motivándolos en la investigación y en la comprensión del medio natural. El uso de la calculadora y del programa de geometría CABRI II han sido apoyos fundamentales en esta

---

<sup>2</sup> Programa Ministerial de Actualización y apropiación por parte de los docentes de los nuevos planes y programas en el marco de la reforma educativa Chilena.

experiencia. Con la aplicación de ellas en clases hay un cambio radical, los alumnos observan en la sala figuras geométricas que pueden manipular y analizar como ellos estimen conveniente. La construcción de material de apoyo como cuerpos geométricos diseñados utilizando CABRI los lleva a internalizar las propiedades de los polígonos que forman estos cuerpos, observando de manera más crítica y desarrollando su creatividad. Presentare tres experiencias: Abejas geométricas; Confección de maquetas geométricas y Representación de cuerpos con superficies curvas. Con la aplicación de ellas en clases hay un cambio radical, los alumnos cuentan en la sala con figuras geométricas que se pueden manipular y analizar como ellos estimen conveniente. La construcción de material de apoyo como cuerpos geométricos diseñados utilizando CABRI los lleva a internalizar las propiedades de los polígonos que forman estos cuerpos y los invita a observar de manera más crítica, permite también desarrollar la creatividad. Las desarrollé en un Liceo cuya población es rural y donde las metas de los alumnos son prepararse para el mundo del trabajo o continuar estudios en Institutos de Formación Técnica además de visualizar algunos continuar estudios en la Universidad.

### Experiencia 1

La zona donde se ubica el Liceo en el cual trabajo es en parte productora de miel, la gran mayoría de los alumnos conoce la forma y disposición de las celdas que las abejas utilizan en la construcción de sus panales. Teniendo en cuenta esto como uno de los conocimientos previos comenzamos a construir sobre esta base Aprendizajes sobre Transformaciones Isométricas.

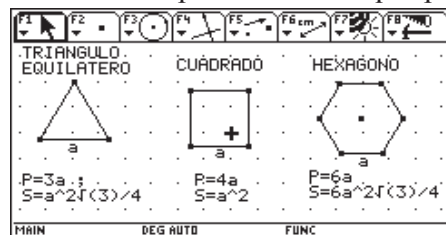
La fabricación del pastel de cera. Un trabajo en cadena

Las “pequeñas albañiles” se unen las unas a las otras de manera de formar varias cadenas colgantes, pues ellas se pasan de pata en pata las pequeñas bolitas de cera, amasada y translúcida, que sirven para construir las paredes de cada sección del panal. Las abejas depositan su miel en las alvéolas de forma geométrica regular, sus secciones representan una teselación del plano superficial del pastel de cera con polígonos regulares. Estos polígonos son siempre hexágonos. Desde mucho tiempo los hombres han buscado el por qué de ésta forma tan particular. He aquí la respuesta más comúnmente aceptada.

- Verificar (por ejemplo realizando ensayo de construcción) que estos insectos no tienen más elección que tres tipos de polígonos regulares para completar el plano: El triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono regular.

Nuestras queridas amigas himenópteras tienen mucho interés por un volumen que les lleve a reducir sus esfuerzos de construcción al mínimo.

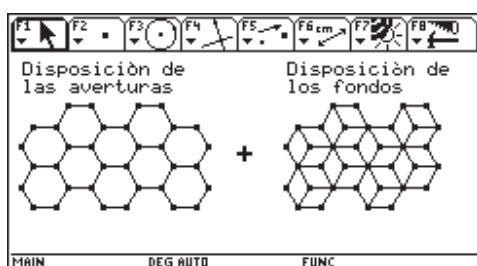
- Primero con ayuda de la calculadora TI 92 o CABRI II experimentamos que pasa cuando tratamos de cubrir el plano con polígonos distintos de los nombrados anteriormente, para luego concluir que el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono son los polígonos que al trasladarlos o rotarlos cubren completamente el plano sin dejar superficies libres.



- Luego nos encontramos con un problema de optimización, nuestras abejas tienen mucho interés por un volumen que les lleve a reducir sus esfuerzos de construcción al mínimo. El problema es entonces el siguiente: Teniendo una sección de área  $S$ , ¿cuál forma elegir entre las tres posibilidades encontradas para obtener el más pequeño perímetro. Con apoyo de la TI podemos demostrar rápidamente que el Hexágono es el indicado.

Forma y disposición.

Al examinar un panal de cera construido por las abejas para depositar la miel, constatamos que está constituida por dos alvéolos yuxtapuesta por el eje horizontal y la abertura con la forma de un hexágono regular. Existen dos series de celdas de cera que se juntan por los fondos.



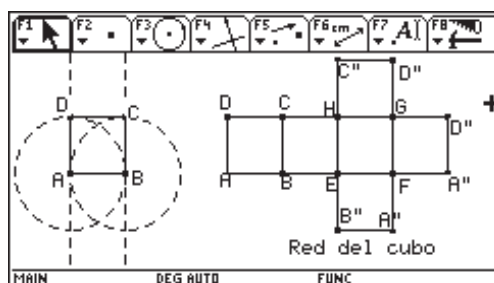
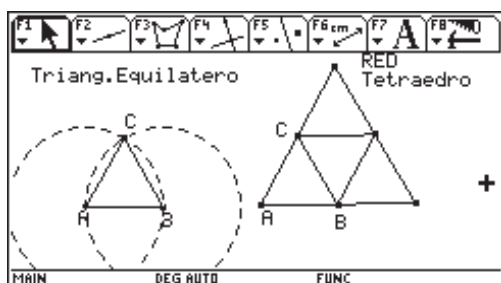
## Experiencia 2

Para estudiar las propiedades de las figuras planas y de los cuerpos geométricos la práctica de las construcciones geométricas y la manipulación de cuerpos geométricos por parte de los alumnos adquiere especial relevancia y les permite desarrollar otras habilidades como la observación más crítica despertando la curiosidad de investigar más allá de lo que hacemos en la clase. Con ayuda de CABRI II y la TI 92 diseñamos redes para construir los sólidos Platónicos y luego analizamos que ocurren con estos cuando realizamos intersecciones con algunos planos. Diseñamos también otros cuerpos como intersección de un cubo con un octaedro, cuerpos estrellados, celdas de las abejas etc.

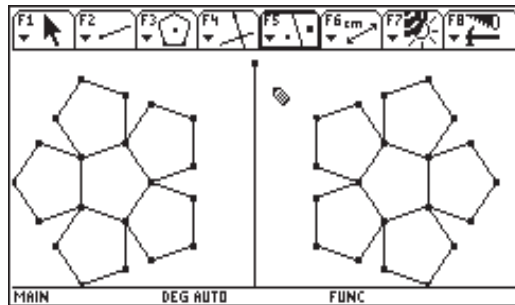
Para construir las redes de los sólidos Platónicos necesitamos saber construir un triángulo equilátero, un cuadrado y un pentágono.

Construcción del Triángulo equilátero  
Y red del tetraedro regular

Construcción del cuadrado  
y red del cubo

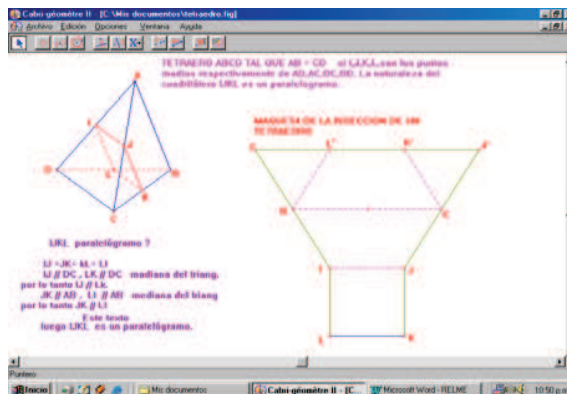


\* Para construir un Pentágono lo podemos hacer a partir de la división de un segmento áureo y luego obtenemos la red del dodecaedro regular

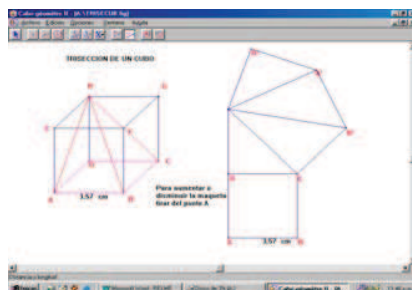


### Experiencia 3

Una vez construido el tetraedro podemos estudiar que ocurre cuando lo intersectamos con un plano que pase por sus medianas. Para estudiar esto podemos dibujar en perspectiva, CABRI nos permite manipular lo que hemos dibujado y observar que tipo de polígono que se forma. Podemos además dibujar la red de los nuevos cuerpos de modo que con la manipulación de ellos el alumno logre aprendizajes que sean más significativos. Esta división nos apoya en el estudio de volúmenes, en éste caso podemos demostrar que se forman dos nuevos cuerpos de igual volumen.

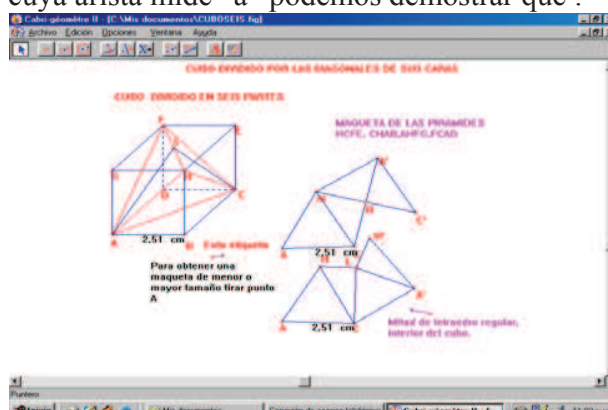


De la manera anterior podemos tomar un cubo y buscar la forma de trisectarlo



Podemos también trazar en cada cara una diagonal y descubrir que cuerpos se obtienen al interceptar según los planos determinados por las diagonales.

En este caso para un cubo cuya arista mide “a” podemos demostrar que :

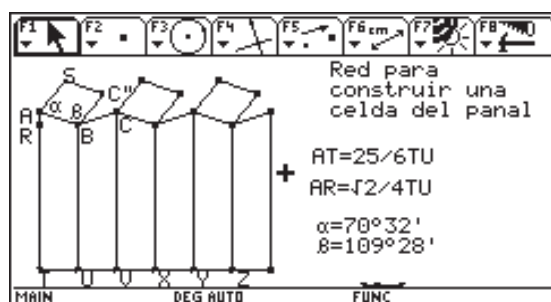


- a) el volumen del tetraedro ACFH es  $\frac{1}{3} a^3$
- b) El cuerpo ABCH es una pirámide recta.
- c) El volumen del tetraedro ABCH es la sexta parte del volumen del cubo
- d) La altura del tetraedro ACFH es  $\frac{2}{3} a \sqrt{3}$

Este tipo de problema lo podemos resolver trabajando primero con medidas concretas como las obtenidas al medir las maquetas y luego podemos llegar a la generalización.

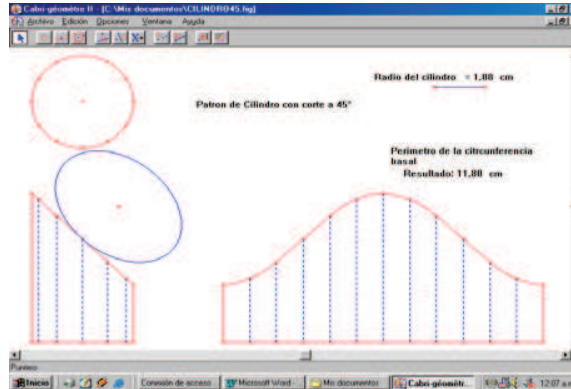
**Construcción de la red para reproducir a escala las celdas que forman el panel.**

Primero un poco de Historia respecto de las medidas de los ángulos que forman los rombos del fondo de las celdas. Cassini, Miraldi, Astrónomo del observatorio de París determina experimentalmente con precisión los ángulos del rombo (1712). Koenig trata el problema con cálculo diferencial y prueba que los ángulos de las celdas mínimo miden entre  $109^{\circ}26'$  y  $70^{\circ}34'$  (1739). Mac Laurin prueba en (1743) que Koenig había cometido un error y sus cálculos resuelven el problema de forma idéntica a Miraldi, es decir  $109^{\circ}28'$  y  $70^{\circ}32'$ . Basados en estos datos y con ayuda de CABRI esta construida la red que se presenta a continuación además utilizando trigonometría podemos llevar a los alumnos a demostrar la veracidad de estas medidas.



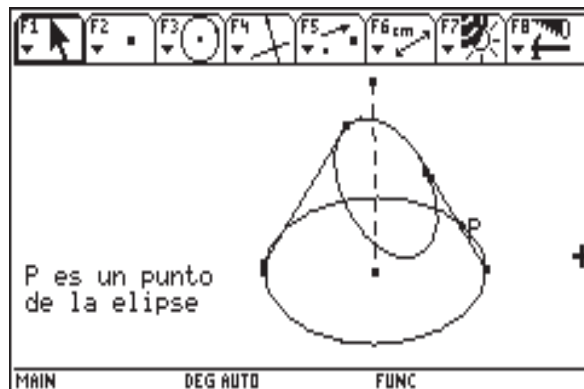
También utilizando CABRI podemos estudiar las cónicas y diseñar redes para construir cilindros, conos, conos truncados y cilindros con cortes que nos ayuden a visualizar el origen de una elipse, de una parábola etc. Para estudiar este tipo de cuerpos es muy importante que los dibujos que presentemos a nuestros alumnos sean muy bien hechos para que ellos puedan comprender lo que queremos que ellos vean, un dibujo mal hecho lleva a

conclusiones erróneas. Para dibujar con CABRI un cuerpo de éste tipo lo hacemos en perspectiva.



Red para construir un cilindro con corte a  $45^\circ$

Representación de un cono truncado



### Bibliografía

- Arriero, C. (2000) *Descubrir la Geometría del entorno*. Narcea,S.A.ediciones, Madrid.  
 Audebert, G. (1990). *La Perspective Cavalière*, Publication de l'A.P.M.E.P., Lyon.  
 Carral, M. (1995). *Géométrie*. Ed. Ellipses. Paris.