

# MÁSTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN COLOMBIA

Pedro Gómez<sup>1,2</sup>, Isabel Romero<sup>3</sup>, María C. Cañadas<sup>1</sup>, Marta Molina<sup>1</sup>, María J. González<sup>4</sup>, Ángela M. Restrepo<sup>2</sup>, Pablo Flores<sup>1</sup>, José L. Lupiáñez<sup>1</sup> y Antonio Marín<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidad de Granada, <sup>2</sup>Universidad de los Andes,  
<sup>3</sup>Universidad de Almería, <sup>4</sup>Universidad de Cantabria

*En este documento describimos un programa de máster en Educación Matemática que venimos realizando desde enero de 2010 en la Universidad de los Andes, en Bogotá, Colombia. Este es un programa de formación de carácter semi-presencial en el que participan profesores de varias universidades españolas. Pretende contribuir al desarrollo del conocimiento didáctico de los profesores en formación y, de esta manera, abordar la problemática del diseño y desarrollo curricular en los centros educativos colombianos en el área de matemáticas. El programa se basa en el modelo del análisis didáctico, se organiza alrededor de la interacción esencialmente virtual entre profesores en formación, formadores y tutores, y da un énfasis a los procesos de evaluación formativa.*

MAD<sup>1</sup> es un programa de maestría de profundización, en el contexto de la maestría en educación de la Universidad de los Andes (Bogotá, Colombia). En él participan formadores de la Universidad de los Andes y de las universidades españolas de Almería, Cantabria y Granada. Está enfocado a profesores de matemáticas de secundaria en ejercicio y tiene una duración de dos años. MAD es la respuesta a una necesidad de formación que algunos de los autores de este documento percibimos en 2007, con motivo de un evento académico que realizamos en la Universidad de los Andes.

En lo que sigue, justificamos el programa partiendo de una visión del papel del profesor en el aprendizaje de los escolares y en la descripción de la realidad curricular colombiana en el área de matemáticas. Despues presentamos el marco conceptual del programa con base en cuatro ideas: (a) un modelo funcional de la formación de profesores, (b) una visión de la construcción social del conocimiento en programas de formación, (c) el análisis didáctico y (d) una posición sobre el aprendizaje de los profesores en formación en programas de este tipo. Posteriormente describimos el diseño curricular del programa. Finalmente, presentamos las estrategias que estamos desarrollando para su evaluación.

## Justificación

En este apartado justificamos la necesidad de programas de formación de profesores de matemáticas que contribuyan al desarrollo del conocimiento didáctico de los profesores en formación, de tal forma que ellos puedan abordar de manera sistemática y fundamentada el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas. Inicialmente establecemos el papel del profesor en el aprendizaje de los escolares. Despues presentamos el contexto normativo co-

---

<sup>1</sup> “Máster en Análisis Didáctico”. Utilizamos esta abreviatura para referirnos a la “concentración en Educación Matemática de la maestría en Educación del Centro de investigación y Formación en Educación de la Universidad de los Andes”.

lombiano desde su perspectiva curricular. Finalmente, describimos una primera aproximación a la realidad curricular colombiana en el área de matemáticas. Estas reflexiones nos permiten justificar el programa que presentamos en este documento.

#### *Papel del Profesor en el Aprendizaje de los Escolares*

Qué matemáticas aprenden los escolares y cómo las aprenden depende de la instrucción que ellos reciben en la escuela (Ball, Lubienski y Mewborn, 2001, p. 435; Wood, 2002, p. 202). El profesor de matemáticas es el principal responsable de esta instrucción. Él es quien, con sus conocimientos y sus creencias y dentro de unos contextos culturales, sociales, políticos, curriculares e institucionales, decide qué tipos de experiencias matemáticas viven sus estudiantes en el aula (Kilpatrick, Swafford y Findell, 2001, pp. 314-315). Se hace necesario contribuir de manera permanente al progreso y desarrollo de las competencias del profesor, adaptando su práctica a los requerimientos del entorno, en particular a las condiciones y los cambios curriculares.

Las matemáticas escolares son complejas, porque cada concepto matemático admite una multiplicidad de significados (Cooney, 2004, p. 511; Rico, Castro, Castro, Coriat, Marín, Puig *et al.*, 1997). Las actuaciones del profesor dentro y fuera del aula deben tener en cuenta esta complejidad. Para ello, el proceso de planificar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas debe ser sistemático (Gómez, 2002; Rico *et al.*, 1997). Esta aproximación sistemática se promueve y desarrolla en la práctica, con base en herramientas conceptuales y metodológicas sólidas y estructuradas, y a partir de procesos de colaboración entre los profesores.

El contexto en el que trabaja el profesor es cambiante. El profesor debe tener capacidad, no solamente de implementar un currículo, sino de adaptarse a los cambios del currículo teniendo en cuenta las características de su entorno. En otras palabras, los avances en la investigación, los cambios disciplinares y tecnológicos, y las variaciones en los contextos educativo, social y político imponen permanentemente nuevas demandas a los profesores. Ellos deben estar en capacidad de interpretar, adaptarse y responder a esas demandas.

#### *El Contexto Normativo en Colombia*

La Ley General de Educación 115 de 1994 (Ministerio de Educación Nacional (MEN), 1994) establece la autonomía curricular de los centros educativos que se responsabilizan de la formulación y registro de un Proyecto Educativo Institucional (PEI). El PEI debe incluir un plan de estudios en el que se debe concretar el diseño curricular de las áreas. El Ministerio de Educación Nacional asume la responsabilidad de formular y difundir lineamientos curriculares para guiar el proceso de formulación del PEI. En un primer documento, de logros (MEN, 1998a), se pretende guiar a los centros en su responsabilidad de formular logros por grados e indicadores de logros específicos. En un segundo documento, de lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 1998b), se pretende dar orientaciones para la formulación del currículo de matemáticas. Este documento introduce tres ideas claves: los procesos generales, los cinco tipos de pensamiento matemático y las situaciones problemáticas. El tercer documento, el de los estándares (MEN, 2006), se basa en el anterior para formular estándares para ciclos de dos grados. Los estándares se organizan por tipos de pensamiento matemático y pretenden contribuir a la competencia matemática de los escolares. El ser competente en matemáticas se define en términos de los procesos generales propuestos en el documento de lineamientos<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> Formular, plantear, transformar y resolver problemas; utilizar diferentes registros de representación; argumentación y justificación; y dominar procedimientos y algoritmos matemáticos.

El Ministerio de Educación Nacional de Colombia espera que sean los centros escolares y particularmente los profesores quienes diseñen el currículo basándose en las normas legales<sup>3</sup> y en los lineamientos curriculares —i.e., los documentos sobre logros e indicadores de logros, lineamientos curriculares en matemáticas y estándares básicos de competencias en matemáticas—. Desde una perspectiva curricular, las principales características de las orientaciones del Ministerio de Educación Nacional son las siguientes: (a) respeto a la autonomía del centro escolar; (b) el plan de estudios del centro educativo debe incluir un diseño curricular completo de cada grado para cada área —contenidos, objetivos, metodología y evaluación—; (c) el plan de estudios debe incluir logros e indicadores de logros; (d) los documentos específicos de matemáticas —lineamientos y estándares— solamente abordan los contenidos desde la perspectiva general de cinco tipos de pensamiento matemático; (e) la metodología se menciona ocasionalmente en términos de situaciones problemáticas; (f) las orientaciones se centran en ideas relacionadas con expectativas de aprendizaje: objetivos, logros e indicadores de logros, competencias y estándares; (g) las orientaciones específicas de matemáticas no mencionan los objetivos y no establecen competencias matemáticas; y (h) estas orientaciones definen “ser matemáticamente competente” en términos de cuatro procesos generales, afirman que los estándares involucran estos procesos generales y no aclaran la relación entre estándares, competencias y logros.

La autonomía de los centros educativos y la generalidad de los lineamientos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional implican que las áreas disciplinares y los profesores que las conforman deben asumir la mayor parte de la responsabilidad del diseño y del desarrollo curricular correspondiente.

#### *Realidad Curricular en Matemáticas en Colombia*

Un análisis preliminar de los procesos de diseño curricular en los centros de los participantes en la primera promoción de MAD nos ha llevado a las siguientes conclusiones y conjeturas (Cañadas, Lupiañez y Molina, 2010; Gómez y Restrepo, 2010): (a) hay una gran diversidad de aproximaciones a la planificación del área de matemáticas en los centros; (b) el plan de área está guiado por la dimensión cognitiva del currículo; (c) los profesores y los centros utilizan múltiples niveles de expectativas en su planificación, diversos términos para referirse a ellas y los significados de esos términos varían de un centro a otro; (d) la dimensión conceptual del currículo solamente aparece en términos de expectativas de aprendizaje —son los contenidos que “se desglosan de los estándares”, relacionados con los cinco tipos de pensamiento matemático—; (e) la evaluación se maneja de manera uniforme en términos de logros, indicadores de logros y criterios de evaluación; (f) la metodología aparece solamente en contadas ocasiones; y (g) esta variedad de aproximaciones a la planificación parece ser consecuencia de un proceso de adaptaciones sucesivas del plan de área a los varios documentos curriculares que el Ministerio de Educación Nacional ha propuesto en los últimos años —leyes, decretos y resoluciones de educación, lineamientos curriculares y estándares—.

Esta situación parece ser una consecuencia natural de la autonomía escolar establecida en la ley general de educación y de las características de los documentos con los que el Ministerio de Educación Nacional ha buscado establecer unos lineamientos curriculares generales —logros, lineamientos para matemáticas y estándares para matemáticas—. Como se menciona

---

<sup>3</sup> Ley de educación (Ministerio de Educación Nacional (MEN), 1994) junto con decretos (Ministerio de Educación Nacional (MEN), 1996a, 1997, 2002) y resoluciones (Ministerio de Educación Nacional (MEN), 1996b) que la reglamentan.

en Gómez (2010), estos documentos enfatizan la dimensión cognitiva, ignoran la dimensión conceptual y mencionan superficialmente la metodología. Además, son densos, pretenden ser eruditos, no sugieren estrategias prácticas para abordar el problema del diseño curricular y hacen supuestos muy importantes con respecto al conocimiento, experiencia y capacidad de los profesores: la planificación del área se podrá resolver gracias a “la creatividad de los docentes, sus conocimientos de la realidad de los estudiantes [y] su experiencia en el diseño de estrategias pedagógicas” (MEN, 2006, p. 7). Los resultados que hemos obtenido sugieren que los profesores y centros han hecho un esfuerzo por comprender estas orientaciones curriculares y las han interpretado dentro de sus circunstancias, con resultados muy variados.

#### *Contribución a las Competencias de los Profesores*

Las reflexiones anteriores ponen en evidencia la necesidad de programas de formación de profesores de matemáticas que contribuyan al desarrollo del conocimiento didáctico de los profesores en formación, de tal forma que ellos puedan abordar de manera sistemática y fundamentada el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas. Este es el objetivo central de MAD.

#### **Marco Conceptual**

El marco conceptual del programa se fundamenta en un modelo funcional de la formación de profesores de matemáticas que se estructura mediante el análisis didáctico. El programa aborda el aprendizaje de los profesores en formación desde una perspectiva social, con énfasis en los procesos de aprendizaje de las nociones (organizadores del currículo) que configuran el análisis didáctico. A continuación describimos brevemente estas cuatro ideas.

#### *Modelo Funcional*

Nosotros hemos abordado el problema del diseño de MAD desde una perspectiva funcional (Gómez y González, 2008). En lugar de partir de lo que pensamos que debería saber el profesor, nos preguntamos qué es lo que el profesor debería ser capaz de hacer y cómo puede llevárselo a cabo desde una caracterización de la profesión basada en el desarrollo de competencias (González-López, Gil, Moreno, Romero, Gómez, Lupiáñez *et al.*, 2004). Estas perspectivas son coherentes con planteamientos en los que se integran el saber, el saber hacer y el saber ser (e.g., Abrantes, 2001; González y Wagenaar, 2003).

#### *Construcción Social del Conocimiento*

El diseño y desarrollo de MAD se fundamenta en una visión social del aprendizaje de los profesores en formación, como lo vienen sugiriendo diversos investigadores (e.g., Borko, 2004; Krainer y Llinares, 2010, pp. 702-703; Lerman, 2001; Llinares, 1998; Llinares y Krainer, 2006, p. 439; Peressini, Borko, Romagnano, Knuth y Willis, 2004). Esta aproximación permite atender a la complejidad del fenómeno sobre el que se trabaja (Adler, 1998; Lerman, 2001, p. 45) y permite abordar aspectos del proceso de cambio del profesor en formación que las perspectivas tradicionales psicológicas no permiten, puesto que estas últimas tienden a centrar su atención en el proceso de desarrollo de profesores individuales en contextos altamente estructurados (Stein y Brown, 1997, p. 155).

En este sentido, nuestro foco de atención son los grupos de profesores en formación. Siguiendo a Stein (1997), “en cambio de centrar la atención en los procesos de aprendizaje de profesores individuales que viven una transformación, el aprendizaje de los profesores se puede conceptualizar como un proceso de ‘transformación de la participación’ en las prácti-

cas de una comunidad” (p. 155). Por lo tanto, nuestra visión centra su atención en un punto medio entre el aprendizaje del profesor individual y el aprendizaje de la comunidad de práctica del aula. “Los diferentes grupos desarrollan frecuentemente perspectivas de consenso que no coinciden necesariamente con el consenso que se desarrolla en la comunidad global de la clase... y el pensamiento colectivo de un grupo no es necesariamente compartido por sus miembros como individuos” (Lesh y Yoon, 2004, p. 208). En el caso de programas de formación basados en el análisis didáctico, los profesores en formación aprenden cuando (a) trabajan en grupo, sobre un tema matemático concreto, (b) negocian significados y llegan a acuerdos para presentar el resultado de su trabajo a los compañeros periódicamente, (c) interpretan y reaccionan a los comentarios de los tutores y formadores, y (d) comparan su trabajo con el de los demás grupos, negocian significados con ellos y comentan y critican esos trabajos (Gómez y Rico, 2007).

### *Análisis Didáctico*

El programa de formación se estructura alrededor del análisis didáctico, como conceptualización de las actividades que el profesor realiza para planificar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas (Gómez, 2002, 2007). El análisis didáctico se configura alrededor de cuatro análisis que conforman un ciclo: de contenido, cognitivo, de instrucción y de actuación. Cada uno de estos análisis pone en juego unas nociones, los organizadores del currículo (Rico, 1997), a partir de las cuales es posible identificar y organizar los múltiples significados de un tema matemático concreto —análisis de contenido—, seleccionar los significados relevantes para la instrucción y prever la actuación de los escolares al abordar tareas —análisis cognitivo—, seleccionar las tareas que pueden contribuir al logro de los objetivos de aprendizaje —análisis de instrucción— y evaluar la planificación con el propósito de producir información que sea relevante para ciclos posteriores —análisis de actuación—.

En el análisis de contenido se abordan los organizadores del currículo de estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología, con el propósito de identificar y organizar los diversos significados de un tema de las matemáticas escolares. Los aspectos cognitivos de la planificación se estudian por medio de tres organizadores del currículo: (a) expectativas de aprendizaje —competencias, estándares, objetivos, capacidades—, (b) limitaciones de aprendizaje —errores y dificultades— y (c) oportunidades de aprendizaje —demandas cognitivas de una tarea—. El análisis de instrucción se fundamenta en cuatro procedimientos: (a) el análisis y selección de tareas —caminos de aprendizaje, complejidad, funcionalidad—; (b) el análisis de secuenciaciones de tareas —demandas cognitivas, temporalización—; (c) la modificación de tareas —materiales y recursos, resolución de problemas, gestión de clase—; y (d) la evaluación y mejora de secuenciaciones. Finalmente, en el análisis de actuación se busca finalizar el diseño de una unidad didáctica y utilizar la información que surge de la puesta en práctica de las actividades de enseñanza y aprendizaje para producir información que permita determinar la comprensión de los escolares en ese momento, los contenidos a tratar en el aula y los objetivos de aprendizaje que se deben buscar en un nuevo ciclo de planificación.

Un ciclo del análisis didáctico sigue la secuencia propuesta en la Figura 1.

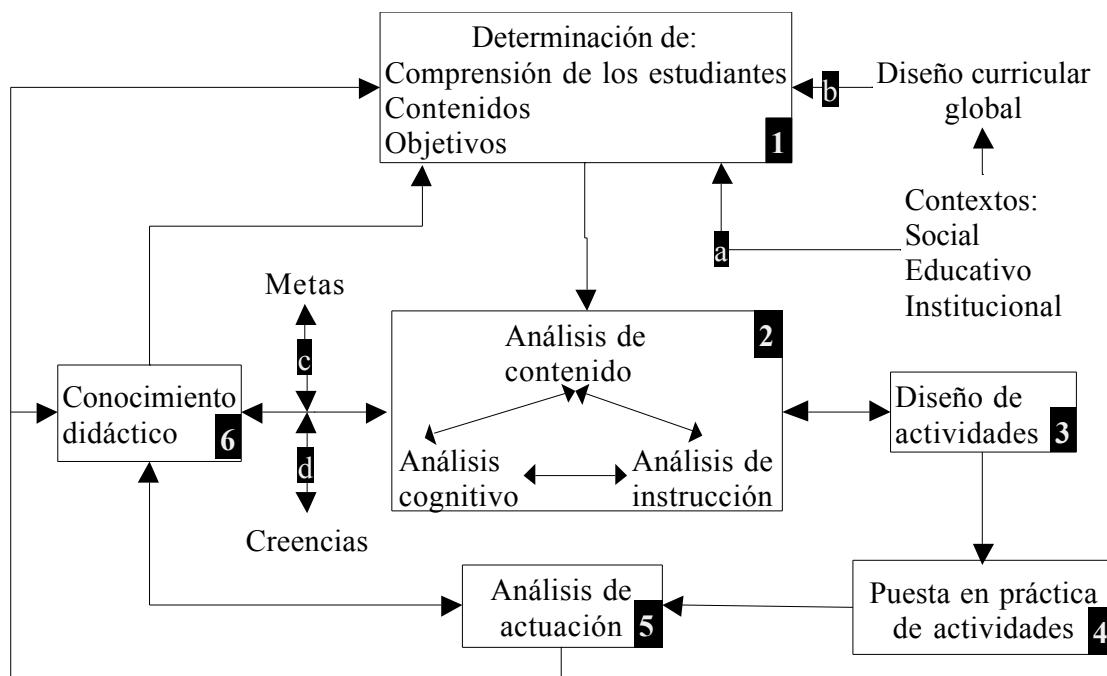


Figura 1. Ciclo de análisis didáctico

El análisis didáctico se inicia con la determinación del contenido que se va a tratar y de los objetivos generales de aprendizaje que se quieren lograr, a partir de la percepción que el profesor tiene de la comprensión de los escolares con motivo de los resultados del análisis de actuación del ciclo anterior y teniendo en cuenta los contextos social, educativo e institucional en los que se enmarca la instrucción —cuadro 1 de la Figura 1—. A partir de esta información, el profesor inicia la planificación con el análisis de contenido. La información que surge del análisis de contenido sustenta el análisis cognitivo. A su vez, la realización del análisis cognitivo puede dar lugar a la revisión del análisis de contenido. Esta relación entre los análisis también se establece con el análisis de instrucción. Su formulación depende de y debe ser compatible con los resultados de los análisis de contenido y cognitivo, pero, a su vez, su realización puede generar la necesidad de corregir las versiones previas de estos análisis —cuadro 2—. La selección de tareas que componen las actividades debe ser coherente con los resultados de los tres análisis y la evaluación de esas tareas a la luz de los análisis puede llevar al profesor a realizar un nuevo ciclo, antes de seleccionar definitivamente las tareas que componen las actividades de enseñanza y aprendizaje —relación entre cuadros 2 y 3—. El profesor pone en práctica estas actividades —cuadro 4— y, al hacerlo, analiza las actuaciones de los escolares para obtener información que sirve como punto de inicio de un nuevo ciclo —cuadro 5—. El conocimiento didáctico —cuadro 6— es el conocimiento que el profesor pone en juego durante este proceso.

#### *Aprendizaje de los Futuros Profesores*

Desde el punto de vista del aprendizaje, entendemos que un profesor desarrolla su conocimiento como producto de la acción, a través de la integración, puesta a punto y reestructuración de su conocimiento para satisfacer los requisitos que le imponen las situaciones prácticas (Bromme y Tillema, 1995, p. 262). Cuando el profesor en formación toma en cuenta nociones didácticas con el propósito de usarlas en la práctica, desarrolla una comprensión particu-

lar de esas nociones que depende de las acciones que realiza para resolver una actividad específica. Al mismo tiempo, la solución que proponga y sus acciones se ven afectadas por la comprensión que ha desarrollado de las nociones (Gómez, 2007, pp. 431-434). Esta visión del aprendizaje se fundamenta en las propuestas de Vygotsky y su consideración de los instrumentos como mediadores de la actividad psicológica individual (Vygotsky, 1982) y en uno de sus desarrollos posteriores, la teoría de la génesis instrumental (e.g., Rabardel, 2003; Trouche, 2005b; Verillon y Rabardel, 1995).

Desde nuestra perspectiva funcional de la formación de profesores, un profesor en formación o un grupo de profesores aprenden al poner en juego un conjunto de nociones —en nuestro caso, los organizadores del currículo— para analizar un tema matemático con propósitos didácticos. Por lo tanto, la actividad del profesor en formación y del grupo se centra en el uso de estas herramientas conceptuales y metodológicas para realizar dos tipos de tareas: (a) analizar el tema matemático y (b) usar la información que resulta de ese análisis, ya sea en otros análisis o en la planificación de una clase o unidad didáctica. La comprensión de la herramienta es un proceso que tiene lugar mientras que se usa. Las acciones de los profesores en formación cuando realizan la tarea promueven su comprensión de la herramienta. Este progreso en su comprensión contribuye a realizar apropiadamente la tarea. Vemos los organizadores del currículo como instrumentos que median entre la actuación de los profesores en formación y la actividad de realizar la tarea.

Nuestro interés se centra en las funciones epistémica, heurística y pragmática de los organizadores del currículo (Trouche, 2005a p. 155). Estas tres funciones caracterizan los tres aspectos del uso de un organizador del currículo por un profesor en formación o un grupo de profesores, que denominamos significado, uso técnico y uso práctico: los profesores en formación (a) necesitan comprender en alguna medida el organizador del currículo —significado— para (b) usarlo en el análisis de un tema matemático —uso técnico—, produciendo información (c) que se pueda usar, en conjunción con información producida con la ayuda de otros organizadores del currículo, con un propósito didáctico concreto —uso práctico— (González y Gómez, En preparación). La Figura 2 presenta una representación esquemática de estas ideas.

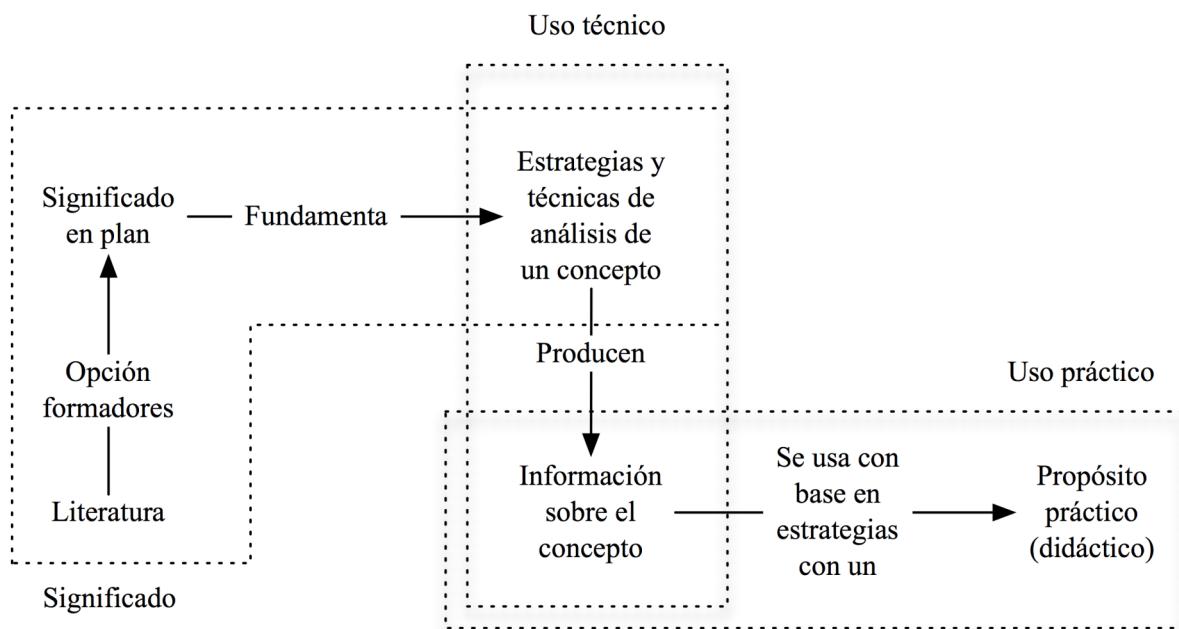


Figura 2. Significado y usos de un organizador del currículo

Los resultados de investigaciones previas (e.g., Gómez, 2007; González y Gómez, 2007, En preparación) han puesto de manifiesto una relación dinámica entre el significado, el uso técnico y el uso práctico de un organizador del currículo en los procesos de aprendizaje de los profesores en formación. Estos tres aspectos del aprendizaje de un organizador del currículo se desarrollan simultáneamente y se informan unos a otros. No es cuestión de aprender la teoría para después usarla en la práctica. La teoría —el significado de un organizador del currículo— se aprende y adquiere sentido en la práctica y la práctica progresiva —el uso técnico y el uso práctico de un organizador del currículo— en la medida en que se comprende la teoría.

### Diseño Curricular

MAD es un programa de maestría de profundización, en el contexto de la maestría en educación de la Universidad de los Andes. Tiene una duración de dos años y está enfocado a profesores de matemáticas de secundaria en ejercicio. El programa se organiza en torno a la realización de un ciclo del análisis didáctico.

#### Objetivos

Al ejercitarse en la realización del análisis didáctico de un tema concreto de las matemáticas escolares, los participantes pondrán en juego los organizadores del currículo y tendrán la oportunidad de

- ◆ avanzar en la constatación y la comprensión de la complejidad inherente a las matemáticas escolares,
- ◆ identificar y organizar los múltiples significados del tema,
- ◆ hacer una previsión de las actuaciones de los escolares al abordar tareas,
- ◆ seleccionar y secuenciar las tareas que pueden contribuir al logro de los objetivos de aprendizaje y
- ◆ evaluar la relevancia y eficacia de la planificación realizada.

Con base en esta ejercitación, los profesores tendrán la oportunidad de

- ◆ complementar y profundizar en el conocimiento didáctico necesario para la planificación, puesta en práctica y evaluación de unidades didácticas.

*Contenido*

El programa consta de ocho módulos distribuidos en cuatro semestres, cuyo contenido se describe en la Tabla 1.

Tabla 1

Contenido del programa

---

Módulo	Contenido
Semestre 1	
1. Noción de currículo en matemáticas	Introducción al programa Introducción al análisis didáctico La noción de currículo en matemáticas, teorías e innovaciones curriculares El currículo de las matemáticas de secundaria en Colombia Realidad curricular del profesor de matemáticas
2. Análisis de contenido	La noción de contenido en las matemáticas escolares Estructura conceptual Sistemas de representación Fenomenología Identificación y organización de los significados de un tema matemático
Semestre 2	
3. Análisis cognitivo	Teorías del aprendizaje en matemáticas Expectativas de aprendizaje (competencias, estándares, objetivos, capacidades) Limitaciones de aprendizaje (errores y dificultades) Oportunidades de aprendizaje (demandas cognitivas de una tarea)
4. Análisis de instrucción	Análisis y selección de tareas (caminos de aprendizaje, complejidad, funcionalidad) Análisis de secuenciaciones de tareas (demandas cognitivas, temporalización) Transformación de tareas (materiales y recursos, resolución de problemas, gestión) Evaluación y mejora de secuenciaciones

---

Semestre 3	
5. Planificación y análisis de actuación	Evaluación Diseño de una unidad didáctica Diseño del análisis de actuación Diseño de la puesta en práctica de la planificación
6. Diseño de análisis de datos	Diseño de la evaluación de la experiencia en el aula Instrumentos y procedimientos para la recolección y codificación de la información Instrumentos y procedimientos para el análisis de datos
Semestre 4	
7. Evaluación de la planificación	Caminos de aprendizaje y logro de los objetivos de aprendizaje Resultados del análisis de la puesta en práctica Revisión de la planificación
8. Presentación final	Presentación trabajo final Perspectivas Conclusiones

---

### *Metodología*

Las reflexiones que hemos presentado sobre el aprendizaje de los profesores en formación y el contexto de MAD dan lugar a unas directrices para la organización del aprendizaje en el programa, que tienen como propósito promover el aprendizaje de los organizadores del currículo y el desarrollo de la competencia de planificación de los profesores en formación. En programas de formación de tipo funcional, los profesores aprenden en la práctica, trabajando en grupo, interactuando virtualmente con formadores y tutores, y comparando y discutiendo su trabajo con el de los demás grupos. Es decir, los profesores que participan en MAD aprenden

1. al poner en práctica los organizadores del currículo para analizar un tema matemático concreto;
2. al tener que contribuir individualmente al trabajo del grupo;
3. al trabajar en grupo y tener que llegar a acuerdos, con motivo de la obligación de presentar los resultados de su trabajo a sus compañeros;
4. al reaccionar sistemática y periódicamente a los comentarios de los tutores y los formadores a los borradores y las versiones finales de sus trabajos; y
5. al observar el trabajo de otros grupos sobre temas matemáticos diferentes, pero usando el mismo organizador del currículo; y al tener que comentar y criticar el trabajo de otros grupos.

Estas directrices guían el diseño metodológico del programa. MAD es un programa de formación combinada<sup>4</sup>. Los estudiantes de MAD son profesores en ejercicio que, por sus ocupaciones

---

<sup>4</sup> En inglés, “blended learning”.

ciones y su ubicación geográfica, no se pueden reunir en persona por fuera de las sesiones que tienen lugar en la Universidad de los Andes. Por otro lado, los formadores de MAD son profesores españoles que trabajan presencialmente con los estudiantes durante una semana, cada dos meses. Una profesora colombiana, la coordinadora local del programa, acompaña a los estudiantes en sus reuniones presenciales semanales en la universidad. Esto implica que una proporción importante de la interacción entre estudiantes, grupos, formadores y tutores es de carácter virtual.

La interacción se realiza utilizando cuatro herramientas: el correo electrónico, Skype y dos portales de Internet. La mayor parte de la comunicación tiene lugar por correo electrónico. No obstante, en la medida que se requiere, formadores, tutores y profesores en formación también se comunican por Skype. El diseño y desarrollo curricular de cada módulo se organiza alrededor de una plataforma tipo Moodle (Blackboard) en la que los estudiantes tienen acceso al calendario de actividades, a los documentos específicos del módulo y los foros de discusión relacionados con el módulo y sus actividades. Por otra parte, formadores, tutores y estudiantes tienen acceso a un portal de Internet (Madua) en el que se recoge toda la información que no se relaciona directamente con un módulo específico.

Los estudiantes se organizan en grupos de 4 o 5 personas. Cada grupo trabaja en un tema matemático concreto<sup>5</sup>. Los temas son seleccionados en función de los cursos que los profesores esperan dictar en el segundo año, con el fin de llevar a la práctica su propuesta de unidad didáctica. Cada grupo realiza un ciclo de análisis didáctico sobre su tema a lo largo de los dos años del programa. Al final de los primeros cinco módulos, los grupos producen un diseño de la unidad didáctica. Los tres últimos módulos se centran en la implementación de la unidad didáctica, la recolección y análisis de la información con motivo de esta implementación y la producción del informe de la experiencia global.

En la primera semana de cada módulo, los estudiantes tienen clases presenciales todos los días. En estas sesiones, el formador español presenta las ideas claves y establece las actividades que los grupos deberán realizar en el resto del módulo. Durante las siguientes ocho semanas, los estudiantes se reúnen presencialmente, viernes en la tarde y sábado en la mañana.

Cada módulo se configura alrededor de cuatro actividades —dos semanas por actividad—. A lo largo de las dos semanas de una actividad, los grupos interactúan con formadores y tutores en la realización de su trabajo. Por ejemplo, en la segunda actividad del módulo sobre análisis cognitivo, cada grupo analiza su tema matemático desde la perspectiva de las limitaciones de aprendizaje. El trabajo de los estudiantes y los grupos en las dos semanas de una actividad se organiza como se muestra en la Tabla 2.

---

<sup>5</sup> En la promoción 2010-2011 los temas fueron números enteros, introducción al lenguaje algebraico, sistemas de ecuaciones lineales y funciones trigonométricas.

Tabla 2  
*Dos semanas de una actividad*

Sem. anterior	Semana 1			Semana 2			
	Sábado	Lunes a jueves	Viernes	Sábado	Lunes a jueves	Viernes	Sábado
		Envío comentario individual en foro actividad i-1		Trabajo en grupo	Envío actividad i a tutor y formador		
	Trabajo individual				Trabajo individual	Trabajo en grupo	Presentación y discusión
Organización trabajo actividad i		Trabajo en grupo		Envío borrador a tutor		Organización trabajo actividad i+1	

Cada grupo tiene asignado un formador español como su tutor que lo acompaña a lo largo de todo el programa. Su función es comentar el trabajo del grupo guiándolo en cada una de las actividades. Además, el tutor produce, para cada actividad, un comentario de evaluación del borrador y la presentación de su grupo. Cada grupo recibe, al final de la actividad, estos comentarios, junto con los comentarios de la coordinadora local, y los comentarios y la nota asignada por el formador encargado del módulo. A cada estudiante se le ha asignado un grupo, que trabaja sobre un tema matemático diferente al suyo, al cual debe reaccionar sistemática y periódicamente al observar su trabajo final. El estudiante registra estos comentarios y críticas en un foro virtual.

Al final de la sesión del sábado de la semana anterior, los grupos organizan su trabajo para la actividad. Del lunes al jueves de la primera semana, los grupos trabajan individualmente y algunos grupos se reúnen virtualmente. Al comienzo de la sesión del viernes de la primera semana, cada estudiante introduce en un foro virtual sus comentarios y críticas a la presentación de la actividad anterior del grupo que le fue asignado. Durante el resto de esta sesión y la mayor parte de la sesión del sábado, los grupos preparan su borrador de la actividad, que envían a su tutor y al formador encargado del módulo. Al comienzo de la semana siguiente, cada grupo recibe los comentarios de su tutor al borrador enviado. Los estudiantes trabajan individualmente de lunes a jueves a partir de estos comentarios y el viernes se reúnen para preparar su presentación. El sábado cada grupo hace una presentación de diez minutos a todos sus compañeros y a la coordinadora local. Los formadores españoles pueden asistir virtualmente a estas presentaciones o ver posteriormente el video de las mismas.

#### *Evaluación de los Grupos y los Estudiantes*

Para finalizar con éxito el programa, los estudiantes deben aprobar cada uno de los ocho módulos que lo conforman. Cada formador es autónomo en el diseño de la evaluación sumativa

de su módulo, teniendo en cuenta las normas de la Universidad de los Andes, las producciones de los grupos para cada una de las cuatro actividades del módulo y la participación de los estudiantes en los foros de discusión.

Dadas las características de MAD, una proporción importante de la interacción entre estudiantes, grupos, formadores y tutores es de carácter virtual. Por esta razón, la evaluación formativa es trascendental en el diseño del programa. Como se ha puesto de manifiesto en el apartado anterior, los estudiantes y grupos aprenden gracias a las actividades que se proponen y a la interacción que estas actividades promueven entre ellos, con los tutores y con el formador del módulo. En este sentido, el tutor juega un papel esencial. En cada una de las actividades, cada grupo recibe los comentarios de su tutor al borrador de su trabajo y a la presentación final de ese trabajo. Los grupos pueden interactuar esporádicamente por correo electrónico o por Skype con su tutor. Ellos también interactúan con el formador del módulo en los foros de discusión sobre una actividad particular o sobre el módulo en general. Adicionalmente, cada grupo recibe, al final de cada actividad, la nota para su trabajo y los comentarios del formador encargado del módulo y de la coordinadora local, junto con las reflexiones generales del formador del módulo al trabajo de todos los grupos. Finalmente, los estudiantes y grupos tienen la oportunidad de reflexionar y discutir sobre su rendimiento con motivo de las encuestas sobre trabajo colaborativo y sobre la organización y el trabajo del grupo que se describen en el siguiente apartado.

### **Evaluación del Programa**

Los diferentes proyectos que describimos en este apartado en relación con la evaluación del programa tienen como principal objetivo generar información que nos permita mejorar el programa a medida que lo vamos desarrollando y proponer nuevas versiones del programa global. Por otra parte, también nos interesa “mostrar” las fortalezas —y debilidades— del programa a las instituciones que lo financian o apoyan, a los rectores de los colegios, a futuros estudiantes, a políticos y a la comunidad científica.

Aunque existen muchos marcos conceptuales para abordar la evaluación de programas de formación de profesores, consideramos que la propuesta de Guskey (2002) es adecuada y suficiente. Guskey afirma que la evaluación de un programa de desarrollo profesional no se debe basar únicamente en las opiniones de los profesores en formación, sino que debe tener en cuenta cinco niveles:

1. las reacciones de los participantes,
2. el aprendizaje de los participantes,
3. los cambios en el contexto (centro educativo),
4. los efectos en la práctica de los participantes y
5. los efectos en el rendimiento de los escolares.

A continuación describimos nuestra aproximación a cada uno de estos niveles.

#### *Reacciones de los Participantes*

Los participantes tienen permanentemente la posibilidad de transmitir sus inquietudes a la coordinadora local, al formador del módulo y a su tutor. Adicionalmente, al final de algunos módulos se realizan encuestas voluntarias en las que los participantes pueden expresar sus opiniones sobre la realización del módulo. Finalmente, como se describe a continuación, se

han diseñado dos encuestas sobre trabajo colaborativo y la organización y el trabajo del grupo. Estas encuestas dan la oportunidad a los estudiantes y a los grupos de describir su trabajo y expresar sus opiniones sobre su proceso de aprendizaje.

La encuesta sobre trabajo colaborativo tiene como propósito que estudiantes, grupos, formadores y tutores conozcan y reflexionen sobre el funcionamiento y trabajo de los grupos, con el propósito de contribuir a la eficiencia del trabajo colaborativo y a los procesos de aprendizaje interdependiente entre los miembros de cada grupo. En ella, cada estudiante valora la medida en que él y cada uno de los demás miembros de su grupo ha contribuido al trabajo colaborativo de su grupo. En la encuesta sobre la organización y el trabajo del grupo se espera que el grupo reflexione sobre su funcionamiento y comparta con los formadores y los demás grupos sus estrategias de trabajo, sus dificultades —y la forma cómo las han superado—, sus fortalezas y sus debilidades. De esta forma, esperamos que todos los grupos puedan enriquecerse con esta información y progresar en su trabajo y aprendizaje.

#### *Aprendizaje de los Participantes*

Nos aproximamos a la exploración y caracterización del aprendizaje de los participantes desde dos perspectivas: una exploración continua y sobre la marcha, y una evaluación global cuyos resultados se conocerán después de finalizado el programa.

En la primera aproximación, el formador encargado del módulo y el coordinador del programa realizan un análisis de las producciones de los grupos y de los comentarios de los tutores en cada una de las cuatro actividades para establecer los principales logros y dificultades de los grupos. Esta información se comunica a los tutores y a los grupos, con el propósito de institucionalizar los conocimientos logrados durante la actividad. Esta información también se utiliza para reformular el diseño de las actividades posteriores y establecer los cambios que será necesario realizar en versiones futuras del programa.

La segunda aproximación es un proyecto de investigación. Con base en las producciones de los grupos —borradores y presentaciones finales—, los comentarios de tutores, formador y coordinadora local de cada una de las actividades de los módulos de análisis didáctico y las grabaciones en audio del trabajo en clase de dos de los grupos, este proyecto tiene, desde la perspectiva de MAD, como objetivos generales (a) desarrollar y concretar un marco conceptual y unas estrategias e instrumentos de indagación, basados en las ideas de significado, uso técnico y uso práctico de un organizador del currículo, que permitan explorar y caracterizar los procesos de aprendizaje de los profesores en formación; (b) caracterizar, en términos de ese marco conceptual y con base en esas estrategias e instrumentos de indagación, los procesos de aprendizaje de los grupos de profesores y (c) establecer, con base en la caracterización anterior, directrices para el diseño y desarrollo de futuras versiones del programa.

#### *Cambios en el Contexto (Centro Educativo)*

Aunque no forma parte de los objetivos del programa, esperamos que el programa tenga algún impacto en las prácticas curriculares del área de matemáticas en los centros educativos a los que pertenecen los participantes. Para establecer este impacto hemos establecido dos estrategias. En primer lugar, hemos diseñado un proyecto que permite establecer las principales características del proceso de diseño curricular del área de matemáticas del centro, para el que se ha recogido y analizado información al comienzo del programa. Esta información se comparará con los resultados de un nuevo análisis, una vez se haya finalizado el programa. En segundo lugar, se han realizado y realizarán encuestas periódicas con los rectores de los

centros educativos correspondientes en las que se explorará sus impresiones sobre el impacto del programa en los procesos de diseño y desarrollo curricular en cada centro.

#### *Efectos en la Práctica de los Profesores*

Los tres últimos módulos del programa se refieren a este aspecto del programa. En ellos, los grupos de profesores llevarán a la práctica el diseño de su unidad didáctica, recogerán información sobre su implementación, analizarán esta información y producirán una reflexión con base en los resultados de este análisis. En segundo lugar, y a mediano y largo plazo, esperamos hacer un seguimiento de los efectos del programa en la práctica de los profesores. En tercer lugar, buscaremos establecer el impacto del programa en la competencia de planificación de los participantes a través de la comparación de sus planificaciones de aula al comienzo y final del programa. Para estos efectos, se han diseñado instrumentos de codificación y análisis de las propuestas de planificación de los participantes.

#### *Efectos en el Rendimiento de los Estudiantes*

Vemos dos cuestiones relacionadas, pero diferentes en este tema:

1. el rendimiento de los escolares de aquellos profesores que implementen el tema para el que hicieron la planificación en MAD y
2. el rendimiento futuro de los escolares de los estudiantes de MAD.

En el módulo de análisis de actuación se desarrollarán los esquemas conceptuales y metodológicos para abordar la primera cuestión. Esperamos abordar la segunda cuestión —como parte del seguimiento a mediano y largo plazo del programa— con dos aproximaciones diferentes: la puesta en práctica de los instrumentos utilizados en el programa provenientes del análisis de actuación y el uso de los resultados de las pruebas de estado (ICFES).

### **Discusión**

Consideramos que MAD se sustenta en un marco conceptual estructurado y fundamentado, acorde con las necesidades actuales de la realidad curricular colombiana. Este marco conceptual se complementa con un diseño metodológico innovador que promueve eficientemente el aprendizaje de grupos e individuos. MAD cuenta con un equipo de nueve doctores en Educación Matemática de muy alta calificación académica y firmemente comprometidos con el éxito del programa. En la primera promoción de MAD nos hemos encontrado con un grupo de profesores en formación deseosos de aprender y dispuestos a realizar las actividades que les permitan lograrlo. MAD se desarrolla en la Universidad de los Andes, el mejor contexto académico e institucional posible en Colombia. A pesar de las fortalezas anteriores, percibimos algunas debilidades del programa. En particular, su diseño implica unos costos altos, debido a la necesidad de que los formadores viajen de España a Colombia una vez por módulo. Por otro lado, el diseño del programa es complejo y requiere de gran cantidad de tiempo por parte de los formadores y tutores.

Los altos costos del programa y el propósito de contribuir a la mejora de la Educación Matemática en la educación pública colombiana generan la principal amenaza de MAD: las dificultades de financiación. Para desarrollar exitosamente el programa, es necesario lograr la financiación parcial de las matrículas de los profesores en formación pertenecientes a colegios públicos. Esta no es una tarea fácil y la hemos logrado parcialmente hasta ahora. La supervivencia del programa en el mediano y largo plazo depende del éxito de estas gestiones.

Estamos confiados y comprometidos con el éxito de MAD. Consideramos que, a través de este programa, estamos contribuyendo a uno de los principales problemas de la realidad curricular colombiana en el área de matemáticas.

## Referencias

Abrantes, P. (2001). Mathematical competence for all: options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 125-143.

Adler, J. (1998). Lights and limits: Recontextualising Lave and Wenger to theorise knowledge of teaching and of learning school mathematics. En Watson y A (Eds.), *Situated cognition and the learning of mathematics* (pp. 161-177). Oxford: Centre for Mathematics Education Research University of Oxford Department of Educational Studies.

Ball, D. L., Lubienski, S. T. y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4 ed., pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.

Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. *Educational Researcher*, 33(8), 3-15.

Bromme, R. y Tillema, H. (1995). Fusing experience and theory: The structure of professional knowledge. *Learning and Instruction*, 5(4), 261-267.

Cañadas, M. C., Lupiáñez, J. L. y Molina, M. (2010). *Concreción del Plan de Área de los Estudiantes de MAD*. Documento no publicado. Granada: Universidad de Granada.

Cooney, T. J. (2004). Pluralism and the teaching of mathematics. En B. Clarke, D. M. Clarke, G. Emanuelsson, B. Johansson, D. V. Lambdin, F. K. Lester, A. Wallby y K. Wallby (Eds.), *International perspectives on learning and teaching mathematics* (pp. 503-517). Göteborg: National Center for Mathematics Education.

Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7(3), 251-293. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/375/>

Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/444/>

Gómez, P. (2010). *Diseño curricular en Colombia: el caso de las matemáticas*. Documento no publicado. Granada: Universidad de Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/651/>

Gómez, P. y González, M. J. (2008). *Mathematics knowledge for teaching within a functional perspective of preservice teacher training*. Trabajo presentado en ICME 11 Topic Study Group 27, Monterrey. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/418/>

Gómez, P. y Restrepo, A. (2010). *Realidad curricular: plan de área*. Documento no publicado. Granada: Universidad de Granada.

Gómez, P. y Rico, L. (2007). Learning within communities of practice in preservice secondary school teachers education. *PNA*, 2(1), 17-28. Disponible en <http://www.pna.es>

González, J. y Wagenaar, R. (Eds.). (2003). *Tuning educational structures in Europe. Informe final. Fase uno*. Bilbao: Universidad de Deusto y Universidad de Groningen.

González, M. J. y Gómez, P. (2007). *Conceptualizing and exploring mathematics future teachers' learning of didactic notions*. Trabajo presentado en VIII Seminario de Investigación Pensamiento Numérico y Algebraico, Madrid.

González, M. J. y Gómez, P. (En preparación). Meaning and uses in initial teacher training.

González-López, M. J., Gil, F., Moreno, M. F., Romero, I., Gómez, P., Lupiáñez, J. L., et al. (2004). *Generic and specific competences as a framework to evaluate the relevance of prospective Mathematics teachers training syllabuses*. Trabajo presentado en Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen.

Guskey, T. (2002). Does It Make a Difference? Evaluating Professional Development. *Educational Leadership*, 59(6), 45-51.

Kilpatrick, J., Swafford, J. O. y Findell, B. (2001). *ADDING IT UP: Helping Children Learn Mathematics*. Washington: National Academy Press.

Krainer, K. y Llinares, S. (2010). Mathematics Teacher Education. En Peterson, P. Baker, E. McGaw y B (Eds.), *International Encyclopedia of Education* (pp. 702-705). Oxford: Elsevier.

Lerman, S. (2001). A review of research perspectives on mathematics teacher education. En F. L. Lin y T. J. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 33-52). Dordrecht: Kluwer.

Lesh, R. y Yoon, C. (2004). Evolving communities of mind –In which development involves several interacting and simultaneously developing strands. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 205-226.

Llinares, S. (1998). La investigación sobre el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional. *Aula. Revista de Enseñanza e Investigación Educativa*, 10, 153-179.

Llinares, S. y Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future* (pp. 429-459). Rotterdam: Sense Publishers.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1994). *Ley 115 de Febrero 8 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1996a). *Decreto 1860 DE 1994 por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994 en los aspectos pedagógicos y organizativos generales* (Vol. Ley 115). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1996b). *Resolución 2343 de 1996 por la cual se adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo y se establecen los indicadores de logros curriculares para la educación formal*. Bogotá: Autor.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1997). *Decreto 180 de 1997. Por el cual se modifica el Decreto 1860 de 1994 que reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales* (Vol. Ley 115). Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998a). *Indicadores de logros curriculares*. Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998b). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogotá: Autor.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2002). *Decreto 230 de 2002. Por el cual se dictan normas en materia de currículo, evaluación y promoción de los educandos y evaluación institucional*. Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Autor.

Peressini, D., Borko, H., Romagnano, L., Knuth, E. y Willis, C. (2004). A Conceptual Framework for Learning to Teach Secondary Mathematics: A Situative Perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 56(1), 67-96.

Rabardel, P. (2003). From artefact to instrument. *Interacting with Computers*, 15(5), 641-645.

Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Ed.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Barcelona: ice - Horsori.

Rico, L., Castro, E., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., et al. (1997). *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ice - Horsori.

Stein, M. K. y Brown, C. A. (1997). Teacher learning in a social context: Integrating collaborative and institutional processes with the study of teacher change. En E. Fennema y B. S. Nelson (Eds.), *Mathematics teachers in transition* (pp. 155-191). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Trouche, L. (2005a). An instrumental approach to mathematics learning in symbolic calculator environments. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds.), *The didactical challenge of symbolic calculators* (pp. 137-162). Dordrecht: Springer.

Trouche, L. (2005b). Instrumental genesis, individual and social aspects. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds.), *The didactical challenge of symbolic calculators* (pp. 197-230). Dordrecht: Springer.

Verillon, P. y Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrument activity. *European Journal of Psychology of Education*, 9(3), 77-101.

Vygotsky, L. S. (1982). El método instrumental en psicología. En L. S. Vygotsky (Ed.), *Obras escogidas* (Vol. 1, pp. 65-70). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

Wood, T. (2002). Demand for Complexity and Sophistication: Generating and Sharing Knowledge About Teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(3), 201-203.