

¿Saberes en la escuela infantil? Sí, pero ¿cuáles?

Claire Margolinas

Universidad Blaise Pascal, claire.margolinas@univ-bpclermont.fr

Trabajo solicitado a la autora^{1,2}
Fecha de publicación: 30-11-2014

RESUMEN

Nadie duda que la escuela infantil sea un eslabón esencial en la escolarización de los alumnos, ni que sea un verdadero lugar de aprendizaje, particularmente de las matemáticas. Sin embargo, no está tan claro que los saberes que deben enseñarse, y los conocimientos que hay que transmitir en la escuela infantil, estén descritos por las diferentes didácticas de forma suficiente para cubrir las necesidades de los maestros que enseñan en ella. El caso de la enumeración, estudiada por Brousseau (1984) y después por Briand (1993), resulta emblemático por los esfuerzos necesarios para comprender los conocimientos implicados en las situaciones que afrontan los alumnos. Veremos que la enumeración permite analizar las dificultades de los alumnos en muchos casos, y no solo en "matemáticas". A la luz de estos análisis, las acciones de los maestros en las situaciones mencionadas muestran lo difícil que es gestionar el necesario proceso de institucionalización de los conocimientos, por la ausencia de saberes disponibles en la institución escolar.

Palabras clave: Educación infantil, conocimiento, enumeración, institucionalización, matemáticas, saber.

Savoirs in Early Childhood Education? Yes but, which ones?

ABSTRACT

Nobody doubts that early childhood education is an essential step in the education of children, and that is a real place of learning, particularly in mathematics. However, it is not so sure that the *savoirs* to be taught, and knowledge to be transmitted in the early childhood settings, have been sufficiently described by different theoretical approaches to satisfy the needs of their teachers.

The case of enumeration, studied by Brousseau (1984) and later by Briand (1993), is emblematic of the effort required to understand the knowledge involved in situations that students face. We will see that enumeration allows analyzing the difficulties of students in many cases, and not only in "mathematics". In light of these analyzes, teachers' actions in these situations show how difficult it is to enter the necessary process of institutionalization of knowledge, by the lack of *savoirs* available in the school institution.

Keywords: Early childhood education, knowledge, enumeration, institutionalization, mathematics, *savoir*.

¹ Margolinas, C. (2012). Des savoirs à la maternelle. Oui, mais lesquels ? XXXIX COLLOQUE COPIRELEM. Quimper, France. Disponible en: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00744279/document> (Traducción de Carlos de Castro Hernández, revisada por Alicia Ruiz Olarría y por Tomás Ángel Sierra Delgado).

² Nota del traductor: La *ecole maternelle* (escuela infantil) en Francia equivale al segundo ciclo de educación infantil (3-6 años) en España. Está formada por tres cursos: *Petite Section* (PS, 3 años), *Moyenne Section* (MS, 4 años) y *Grande Section* (GS, 5 años). A lo largo de la traducción, hemos añadido las iniciales de los cursos (PS, MS o GS) o las edades correspondientes, para facilitar la lectura del texto.

1. Los saberes y los conocimientos

En el título de este artículo, he utilizado a propósito el término "saber". En efecto, en el marco de la teoría de las situaciones, la distinción entre conocimientos y saber es absolutamente esencial. Aunque no voy a hacer una revisión de los antecedentes de esta distinción, debe tenerse en cuenta que algo se ha transformado en el curso de los trabajos que han contribuido al desarrollo de este campo teórico.

En el artículo fundacional de la teoría de las situaciones (Brousseau, 1972), el término "saber" no aparece, y rara vez el de "conocimiento". Sin embargo, desde 1977 (ver Perrin-Glorian, 1994, p. 107), el "saber constituido o en vías de constitución" se convierte en el punto de partida del proyecto social de enseñanza, mientras que "los conocimientos existen y tienen sentido para un sujeto sólo cuando representan una solución óptima en un sistema de restricciones" (Brousseau, 1978; p. 2 en la versión depositada en HAL). Vemos aquí delinearse los dos sentidos diferentes, estables a partir de entonces en la obra de Guy Brousseau: el saber constituido (o en vías de constitución) y los conocimientos descubiertos en una situación. Lo que le interesa a Brousseau, tanto en el trabajo teórico, como en los trabajos de ingeniería, son sobre todo los conocimientos: ¿En qué/cuales situación/es se descubren los conocimientos como soluciones óptimas? En una situación de acción, los conocimientos aparecen primero de forma implícita; sin embargo, en otros tipos de situaciones (formulación, validación), los conocimientos se formulan y se validan.

Conne (1992) adopta un punto de vista diferente: su trabajo se basa en la resolución de:

El espinoso problema de las relaciones que ligan el proyecto de la didáctica de las matemáticas con los de la epistemología genética y la psicología piagetiana del conocimiento. (p. 224)

La caracterización a la que llega en la distinción entre saber y conocimiento es la siguiente:

Cuando el sujeto reconoce el papel activo de un conocimiento sobre una situación, para él, la relación inductora de la situación sobre este conocimiento se vuelve invertible: él sabe. Un conocimiento así identificado es un saber, es un conocimiento útil, utilizable, en el sentido de que permite a un sujeto actuar sobre su representación. (Conne, 1992, p. 225)

Según este punto de vista, la diferencia entre saber y conocimiento se desplaza en cierto modo hacia el sujeto en situación, ya que el reconocimiento de la utilidad de un conocimiento por un sujeto lo cualifica para él como saber.

En ambos casos, no se trata de delimitaciones estrictas: uno u otro concepto no son "en sí" un conocimiento o un saber; en particular, para Brousseau, un conocimiento adquiere una función de saber, en el curso del proceso de institucionalización.

Desde hace algún tiempo (Laparra y Margolinas, 2010), me he implicado en la reelaboración de la distinción entre conocimiento y saber, especialmente en el marco de una colaboración con Marceline Laparra (didáctica del francés). El punto de vista que adopté, contrariamente a François Conne, no surge del interés por la relación entre la psicología y la didáctica, sino de la necesidad de una concepción antropológica y sociológica de los saberes y de los conocimientos. Para aclarar el resto del texto, voy a dar a continuación las definiciones que he adoptado; después, las justificaré.

Un conocimiento es lo que establece el equilibrio entre el sujeto y el medio, lo que el sujeto pone en juego cuando se enfrenta a una situación. Se trata de un concepto muy amplio, que incluye tanto los conocimientos del cuerpo, los conocimientos en la acción, conocimientos en la interacción, conocimientos memorizados, etc.

Un saber es de otra naturaleza; se trata de una construcción social y cultural, que vive en una institución (Douglas, 2004) y que es por naturaleza un texto (lo que no quiere decir que siempre esté materializado en un escrito). El saber está despersonalizado, descontextualizado, destemporalizado. Es formulado, formalizado, validado y memorizado. Puede ser linealizado, como corresponde a su naturaleza textual.

Lo que se puede retener esquemáticamente de estas distinciones, es que el conocimiento vive en una situación, mientras que el saber vive en una institución. Para definir un conocimiento dado, es necesario describir las situaciones fundamentales de este conocimiento. Para definir un saber particular, es necesario decir cuál es la institución que produce y legitima ese saber, lo que conduce a veces a considerar distintas instituciones y sus eventuales conflictos³.

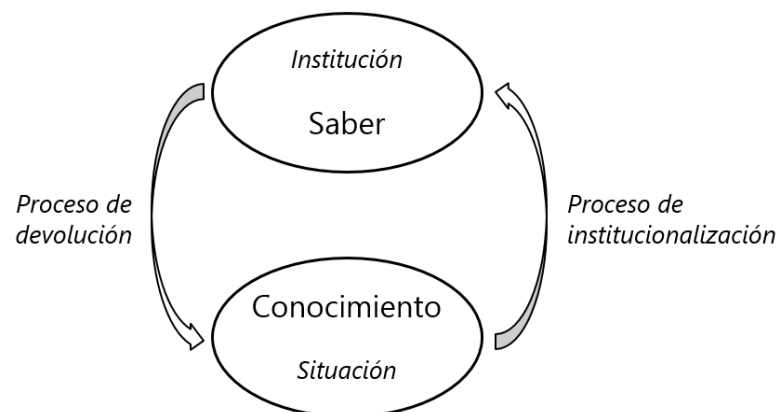


Figura 1. Saber y conocimiento

¿Por qué estas distinciones son esenciales para la didáctica de las matemáticas? El saber matemático, cuya institución productora está constituida por "matemáticos", se define así de antemano como aquello que debe ser estudiado (en instituciones especializadas como la Escuela o no), mientras que el conocimiento es lo que va a emerger de "la actividad matemática" en situación. El proceso de devolución, tomado en un sentido muy amplio, parte de un saber dado que hay que transmitir; este proceso pasa por la construcción de las situaciones de encuentro del conocimiento, está basado, implícita o explícitamente, en el cuestionamiento de las *razones de ser* de un saber. Observemos que no hago aquí ninguna hipótesis particular sobre el método empleado para dicha construcción: cada profesor, particularmente, tiene una cierta epistemología del saber que debe enseñar, que interviene (junto con otras consideraciones) en la construcción y la selección de las situaciones de enseñanza.

A la inversa, todo alumno, y más en general, todo sujeto, se enfrenta a las situaciones que encuentra, y busca hallar un equilibrio: encuentra conocimientos. Sin embargo, si estos conocimientos permanecen como modelos implícitos de acción, no podrán servir de referencia, resultando frágiles y fugaces. Es por lo que el proceso de institucionalización (de nuevo en el sentido más general), que establece un vínculo desde los conocimientos hacia los saberes, pasa por las siguientes etapas esenciales: reconocimiento de la utilidad del conocimiento, formulación, formalización, memorización, puesta a prueba (validación), generalización, y reconocimiento de un valor cultural y social. El estudio de lo didáctico se sitúa pues en esta circulación entre conocimiento y saber.

Este desarrollo teórico sobre los saberes y los conocimientos no nace de una voluntad de desarrollar la teoría de situaciones sobre este punto, sino de una necesidad que surge en el marco de nuestras investigaciones sobre la enumeración (Margolinas, 2010; Margolinas y Rivière, 2008; Margolinas y Wozniak, 2012; Margolinas, Wozniak, Canivenc, De Redon, y Rivière, 2007), que prolongan las de Briand (1993) y Brousseau (1984); así que ahora pasamos a hablar de la enumeración.

³ El caso es poco usual en matemáticas, pero es sin duda más frecuente en otras disciplinas.

2. La enumeración: ¿Qué conocimientos requiere? ¿Qué saberes?

2.1. Los orígenes del concepto de enumeración

En 1984 Brousseau publica un primer texto que reagrupa una categoría de conocimientos bajo el término de enumeración. Toma como punto de partida las siguientes observaciones de situaciones de cardinación⁴, que denotan un desequilibrio y, por tanto, ausencia de conocimientos o conocimientos erróneos en determinadas situaciones:

- 1) En la Universidad es frecuente ver a los estudiantes esperar la corrección de un ejercicio de combinatoria para estar seguros de que su respuesta es correcta.
- 2) En la enseñanza secundaria las cardinaciones plantean también problemas difíciles a los alumnos: escribir todos los términos de un producto de polinomios en 3º de ESO o elaborar en primero de bachillerato la lista de todos los elementos de un conjunto que poseen una determinada propiedad, se consigue no sin dificultad incluso a veces para los buenos alumnos.
- 3) En la escuela primaria algunos alumnos no consiguen saber qué operación hay que hacer en los problemas incluso cuando las manipulaciones evocadas les resultan familiares y se sabe que las dominan perfectamente.
- 4) En primero de primaria podemos observar niños que 'saben contar' pero que no ponen en práctica este saber para resolver tareas que comprenden bien y que, sin embargo, requieren el conteo. Solo cuentan como respuesta a una demanda social muy precisa y no tienen idea alguna de para qué sirve el conteo y lo que permite realizar. (Brousseau, 1984, pp. 2-3).

Después procede a una comparación de dichas dificultades:

Aunque son bastante diferentes, esta diversidad de problemas pueden ser abordados intuitivamente; se trata en todos los casos de cardinar mentalmente un conjunto que, o bien no está presente de forma concreta, o no está constituido. (p. 3)

También indica el método que le permite establecer estas comparaciones: "Para precisar estas semejanzas y analizarlas hay que hacer corresponder a cada ejemplo, a cada conocimiento, su situación fundamental." (p. 3). Este estudio de las situaciones fundamentales le permite dar una definición matemática de lo que él denomina enumeración:

Una enumeración de un conjunto es una inyección de este conjunto sobre una sección inicial de N . Sería, por tanto, la posibilidad de producir y de controlar la producción efectiva de tales enumeraciones lo que les faltaría a los alumnos con dificultades en las cuestiones antes mencionadas. (p. 4)

A continuación, formula las siguientes hipótesis:

- i) Los alumnos deben pasar de forma abrupta de un control perceptivo de la enumeración de pequeñas colecciones de objetos pequeños, desplazables pero inmóviles⁵, a un control completamente mental y verbal de conjuntos cualesquiera.
- ii) Los profesores no disponen de situaciones de enseñanza que permitan que sus alumnos desarrollen las maneras de hacer, las anticipaciones, y las estrategias en sus relaciones de experimentación con el medio. No disponen, tampoco, de medios para negociar con los alumnos los contratos didácticos razonables a propósito de estas cuestiones, ni incluso para hablar con ellos de este tipo de dificultades.
- iii) Estas condiciones estarían entre las causas principales de las dificultades observadas. (p. 5)

Basándose en estas hipótesis, Briand (1993) elabora su tesis doctoral, extiende la enumeración desde

⁴ *Nota de traducción:* La cardinación (traducción de la palabra *dénombrement*) es la actividad que permite atribuir a una colección el nombre o la escritura de su cardinal (el número de sus elementos), por cualquier procedimiento. De este modo, el conteo se considera un procedimiento de cardinación que utiliza la cantinela "uno, dos, tres,..." para determinar el cardinal de una colección determinada.

⁵ *Nota del Traductor:* Objetos desplazables pero inmóviles se refiere a objetos que el niño puede cambiar de posición para realizar la actividad (alinear, pasar de un montón a otro), pero que no están en movimiento.

la cardinación propiamente dicha a la "medición de colecciones", desarrolla y observa las situaciones con ordenador de las que Brousseau daba las grandes líneas al final del texto de 1984, incluido en la formación de profesores. Da otras definiciones matemáticas de la enumeración, que hacen intervenir la noción de "camino" (pp. 23-25).

2.2. La enumeración en situaciones de cardinación de colecciones finitas representadas

Nos basamos en la caracterización que Briand (1999) da de la enumeración en una situación muy sencilla de cardinación, en la que se trata de contar árboles idénticos, representados en una hoja y distribuidos aleatoriamente.

He mostrado (Briand, 1993) que para controlar una situación de conteo, el niño debe poner en funcionamiento un conocimiento (la enumeración) referido a la exploración de la colección, y que condiciona completamente el desarrollo adecuado de la actividad.

[Briand observa a un alumno que falla en el conteo]. Se trata, entonces, de una ausencia de conocimiento (la enumeración) que se pone de manifiesto por una ausencia de sincronización efectiva entre un conocimiento numérico y una organización global de la colección y que impide realizar el inventario de la misma.

Examinemos la actividad con detalle: para contar el número de elementos de una colección finita que se muestra, el alumno necesariamente debe:

1. *Tener capacidad de distinguir dos elementos diferentes de un conjunto dado.*
2. *Elegir un elemento de una colección.*
3. Enunciar una palabra número ("uno" o la siguiente de la anterior dentro de una secuencia de palabras número).
4. *Recordar la colección de los elementos ya elegidos.*
5. *Controlar la colección de los objetos todavía no elegidos.*
6. *Comenzar de nuevo (con la colección de los objetos todavía no elegidos) los pasos 2-3-4-5 mientras la colección de los objetos que hay que elegir no esté vacía.*
7. *Saber que se ha elegido el último elemento.*
8. Enunciar la última palabra número

En esta lista de acciones necesarias, solo las etapas 3 y 8 hacen referencia a la secuencia numérica. Todas las etapas en cursiva (1, 2, 4, 5, 6, 7, 8) suponen recorrer la colección de modo que se pase revista a cada objeto una vez y solo una. La enumeración es el nombre que se da al conocimiento que permite controlar este recorrido en situación.

Mientras Brousseau situaba las principales dificultades de la enumeración en la cardinación mental de un conjunto que no estaba presente de forma concreta o que no se había formado, Briand mostró que también existían dificultades de enumeración cuando el conjunto estaba representado e incluso cuando al alumno se le permitía trazar un camino dibujándolo sobre la colección representada. Así, la enumeración de colecciones representadas resulta más difícil de lo que se esperaba.

2.3. Situaciones de enumeración

Briand (1993) ha desarrollado varias situaciones de enumeración sin cardinación, no sólo para el ordenador (creación del software "*À nous les nombres*"⁶), sino también apoyándose en situaciones sencillas con uso de materiales (Briand, Lacave-Luciani, Harvouët, Bedere, y Goua de Baix, 2000; Briand, Loubet, y Salin, 2004). En el marco del grupo de desarrollo INRP Démathé (en la nota al pie 6, pueden verse detalles relativos a este grupo), hemos diseñado otras, en las que me apoyaré aquí no porque sean mejores que las de Briand (que no es el caso), sino porque dispongo de datos que recogimos con este fin. Veamos una de ellas (de la que me serviré a continuación), referida a una colección finita representada (sin cardinación). Las instrucciones de la situación que llamaré "los sombreros" son las siguientes⁷:

⁶ Una adaptación de este software está en: http://www.abuledu.org/leterrier/a_nous_les_nombres

Nota del traductor: Una versión en español está disponible en: <http://mosaic.uoc.edu/extras/tfc1/index.htm>

⁷ Son, más o menos, las palabras que dice Marie-Christine de Redon durante una experimentación en 2005.

En esta hoja grande hay unos puntos. Sobre cada punto vamos a poner un azucarillo [esta acción se realiza con la ayuda de los alumnos]. Mirad este bol junto a la hoja; para ganar tenéis que poner todos los azucarillos en este bol. ¡Pero eso es demasiado fácil! Para que sea un poco más interesante, vamos a esconder los azucarillos bajo sombreros [el experimentador⁸ y los alumnos ponen un sombrero sobre cada azucarillo]. Entonces esto es lo que va a pasar: tenéis que levantar el sombrero, coger el azucarillo, ponerlo en el tazón, y en seguida volver a poner el sombrero encima del punto [el experimentador muestra la acción utilizando una hoja pequeña en la cual solo hay un punto, un azucarillo y un sombrero; el azucarillo es depositado en el bol]. ¿Qué puede pasar? ¡Puede que cuando se levante un sombrero [el experimentador lo hace] no haya azucarillo! Y sí, ya está allí [muestra el tazón]. En este caso, el juego se acaba y hemos perdido. Cuando pienses que has acabado, debes decirlo. Entonces quitaremos todos los sombreros. Si habéis puesto todos los azucarillos en el bol, habréis ganado.

Al principio de nuestro trabajo, creamos estas situaciones solo con el fin de proporcionar vídeos para un documento, dado que nuestra ambición era modesta: partir de la investigación de Briand para producir un material destinado a los maestros.

2.4. La investigación, el desarrollo, y vuelta a la investigación

De hecho, cuando tuve la oportunidad de formar un grupo de desarrollo en el INRP, el Grupo de Desarrollo de las Matemáticas en la Escuela⁹, propuse trabajar para la elaboración de documentos (Neyret, 1995) para maestros de escuela. Elegimos como primer tema la enumeración, porque me parecía que el trabajo de Briand era suficientemente completo (además de ser bastante notable) y que nuestro trabajo solo afectaría, de alguna manera, a la forma. Así es como hemos pensado la forma de compartir las cuestiones acerca de la enumeración con el público de los maestros. Muy rápidamente nos dimos cuenta (Margolinas y Rivière, 2008) de que era necesario mostrar los gestos que acompañan a la enumeración, siempre difíciles de explicar por escrito. Hemos recogido un corpus grabado en vídeo para este propósito, primero grabando las manos de los alumnos en las situaciones que habíamos construido. Pero, al mismo tiempo, también observé las clases habituales de la escuela infantil (3-6 años) o del CP (Curso Preparatorio, 6-7 años) y decidimos reconstruir algunas de las observaciones que no podíamos enseñar por razones deontológicas (ver, por ejemplo, la observación de las pelotas, apartados 2.5 y 3.3), interpretando nosotros mismos el papel de profesores y alumnos.

Durante este viaje (que estaba previsto que durara seis meses, después de los cuales pensamos pasar a otro tema...), poco a poco nos dimos cuenta de que la cuestión de la enumeración era mucho más amplia y compleja de lo que habíamos supuesto inicialmente (Margolinas & De Redon, 2008; Margolinas, et al, 2007). En lugar de producir documentos, hemos producido investigaciones e incluso una nueva tesis (Olivier Rivière, en curso)...

2.5. Dificultades en la enumeración con colecciones pequeñas móviles

Observando clases de la escuela infantil, de manera informal primero, y después de forma más sistemática, siguiendo un grupo de alumnos del último curso (GS) hasta el curso preparatorio (CP, 6-7 años), nos dimos cuenta en primer lugar que la cardinación de colecciones cuyos elementos se podían desplazar no estaba siempre exenta de dificultad. Así, mientras que es fácil cardinar por conteo una pequeña colección de fichas sobre una mesa, haciendo pasar cada ficha ya contada de un lado al otro de la mesa, la situación puede ser mucho más compleja si se modifican ciertos parámetros de la situación.

⁸ Se trata de una situación observada y grabada en vídeo fuera del aula.

⁹ Este grupo de desarrollo (Demathé) ha funcionado de 2003 a 2010, bajo la dirección de Claire Margolinas, con Olivier Rivière et Floriane Wozniak et la colaboración técnica de Bruno Mastellone: de 2003 a 2007 con Bruno Canivenc y Marie-Christine de Redon; de 2005 a 2007 con Catherine Aurand; de 2003 a 2004 con Colette Andreucci y Alain Mercier. Este grupo ha sido creado en l'UMR ADEF (INRP – Université de Provence – IUFM d'Aix-Marseille) y luego subvencionado por el proyecto EducMath (INRP) y l'IUFM d'Auvergne.

Veamos, por ejemplo, una observación en una clase de último curso de la escuela infantil (5-6 años). Durante una actividad de motricidad, los alumnos se dividen en dos equipos que hacen una especie de carrera de relevos: un alumno corre hacia el fondo de la sala, coge una pelota, vuelve con su equipo, y deposita la pelota en un gran recipiente, después el siguiente comienza a correr y así sucesivamente hasta que la maestra pita el final de la carrera. El equipo ganador es el que ha recogido más pelotas en su recipiente. Se trata entonces de saber qué equipo ha ganado, contando las pelotas recogidas. Un alumno comienza a contar las pelotas de su equipo, bajo la atenta mirada de toda la clase. Saca una pelota del recipiente, dice: "uno", mantiene la pelota en sus brazos, toma otra pelota, dice "dos", y se queda con dos pelotas en sus brazos; en el momento de sacar otra pelota, uno de las pelotas que sujetaba en sus brazos cae al recipiente. El alumno continúa imperturbable diciendo "tres" y se dispone a tomar una nueva pelota sin que ningún alumno proteste (incluso del equipo contrario...), mientras es el profesor el que para: "esto no funciona".

¿Cuáles son las variables didácticas que intervienen y que hacen que sea más fácil contar fichas sobre una mesa que pelotas en los bidones? Intuitivamente, podemos ver claramente que las pelotas son demasiado grandes para caber en los brazos de un niño, y que además ruedan, mientras que las fichas son pequeñas y estables. Sin embargo, esta descripción de los hechos no nos permite en realidad llegar a comprender las estructuras que diferencian estas situaciones desde el punto de vista de la enumeración (siendo rigurosamente idénticas desde el punto de vista numérico: un pequeño número de objetos, que es posible contar de uno en uno).

Para comprender mejor las dificultades de enumeración en el caso de colecciones cuyos elementos pueden desplazarse, hemos diseñado la siguiente situación, que llamo "fichas marcadas".

El experimentador da una caja al alumno [la tapa de la caja y la caja en sí son prácticamente idénticas], le pide que la abra y que vierta con cuidado sobre la mesa todo el contenido [ambas partes de la caja el alumno las coloca donde quiere, sin que se haga ningún comentario al respecto]. El experimentador pide al alumno que diga lo que ve (Figura 2): "fichas en las que no hay nada y fichas que tienen una pegatina verde", dice Paulina. El experimentador utiliza la formulación de Paulina y le pide seleccionar las fichas que tienen una pegatina verde y las demás: "todas las fichas con pegatina verde deben estar juntas, y no debe quedar ninguna ficha con pegatina entre las fichas sin pegatina".



Figura 2. Fichas marcadas (Paulina, 3-4 años, tiempo 1)

2.6. Enumeración y organizaciones espaciales

Vamos a describir el trabajo de Pauline (3-4 años) con las fichas marcadas. Comienza por formar un montoncito con fichas cuya pegatina ha quedado a la vista al volcar la caja (Figura 3).

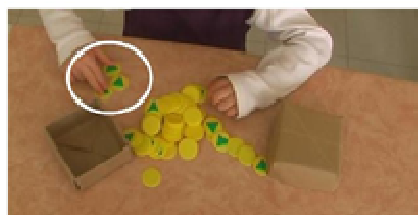


Figura 3. Formación de un montón de fichas marcadas

Al comienzo de su trabajo, cuando toma una ficha, le da la vuelta, y comprueba que ninguna de las dos caras está marcada, la devuelve al montón de partida. Al cabo de cierto tiempo, comienza a formar otro montón con estas fichas no marcadas (Figura 4).



Figura 4. Formación del montón de las fichas sin marcar

Lamentablemente, este segundo montón se encuentra muy cercano al montón de fichas que todavía no se han seleccionado y, durante el trabajo, estos dos montones acabarán por mezclarse, lo que conducirá a Pauline a cometer un error.

Debemos tener en cuenta que Pauline no utiliza las partes de la caja como recipientes, lo que sí hacen otros alumnos espontáneamente (como Brandon, 4-5 años, que utiliza inmediatamente una parte de la caja como el recipiente para las fichas marcadas).

Se trata de realizar particiones sucesivas de la colección de las fichas, la partición final está compuesta por el subconjunto de las fichas marcadas y por el subconjunto de las fichas no marcadas. En el curso de la actividad de selección, el conjunto es descompuesto en dos subconjuntos disjuntos: el de los objetos ya tratados y el de los objetos no tratados, incluso en tres (con el de los objetos en curso de tratamiento). En la Figura 4, distinguimos las fichas tratadas, que están cerca de Pauline, las fichas no tratadas, que están un poco más lejos sobre la mesa y, en sus manos, algunas fichas en curso de tratamiento. Esta partición se realiza en distintos espacios: el espacio de los objetos tratados, el espacio de los objetos no tratados, y el espacio de tratamiento. Además, el mismo conjunto de los objetos tratados está descompuesto en dos subconjuntos: el de los elementos que cumplen el criterio y el de los elementos que no cumplen el criterio.

Volvamos ahora al problema de las pelotas. Dado que se trata de una cardinación, basta con realizar particiones sucesivas en dos subconjuntos: el de las pelotas contadas y el de los que todavía quedan por contar. Al principio de la actividad, el alumno utiliza el brazo flexionado como espacio de los objetos tratados; su mano, como espacio de tratamiento; y el bidón, como espacio de los objetos no tratados. Pero en el curso de las particiones sucesivas, el espacio de su brazo flexionado no basta para abarcar todas las pelotas contadas, y algunos ya contados vuelven a caer en el espacio de las pelotas no tratadas, lo que conduce a un fracaso en el procedimiento, exactamente igual que en el caso del trabajo de Pauline.

Las condiciones materiales para la constitución estable de los diferentes espacios son, entonces, variables de las situaciones de enumeración de colecciones de objetos movibles (fichas, pelotas): las pelotas pueden rodar y pasar de un espacio al otro, mientras que una ficha, una vez colocada, no se mueve a menos que la toquemos; pero aun así, si disponemos de una mesa grande, en la que se pueden separar bien los espacios (este era el caso de Pauline, la foto muestra solo el espacio que utiliza), el problema no será el mismo que si el espacio es muy limitado, si disponemos de recipientes o no, etc.

En comparación con el trabajo de Brousseau y el posterior de Briand, este trabajo muestra que, incluso con pequeñas colecciones de objetos que pueden desplazarse, el problema de la enumeración no es tan simple como podría parecer.

2.7. Configuraciones modificables y no modificables

Las configuraciones desempeñan un papel de "macrovariables": A partir de la situación fundamental de la enumeración (designar una vez, y solo una vez, cada uno de los elementos de una colección), determinan dos categorías de situaciones muy diferentes.

Si puede modificarse la disposición espacial (por ejemplo, con las fichas), es posible desarrollar estrategias basadas en la diferenciación de particiones sucesivas a través de su ubicación en el espacio. Si no puede modificarse la disposición espacial (como por ejemplo, con los sombreros, las situaciones en las que los sombreros y los terrones de azúcar pueden moverse, pero la configuración impuesta por la posición de cada punto en la hoja no es modificable), entonces debe memorizarse un camino que permita distinguir los objetos tratados de los no tratados.

Estas dos situaciones son muy diferentes, aunque ambas requieren una enumeración, las variables que afectan a cada una de estas situaciones también son muy diferentes: el tamaño de la mesa no tiene importancia en la situación de los sombreros siempre que la hoja y el cuenco puedan ponerse encima, pero el tamaño sí importa en la situación de las fichas marcadas porque sirve como espacio de trabajo que puede más o menos ser reconfigurado.

2.8. Estrategias de constitución de caminos

Veamos ahora la situación de los sombreros, tal como se experimentó en 2006, con 15 puntos (Figura 5), con alumnos de GS a CE1¹⁰ (de 5 a 8 años).



Figura 5. Quince sombreros

Algunos alumnos, como Olivia (7-8 años), levantan los sombreros sin que podamos observar que utilicen una estrategia de formar un camino, ni una partición (comienza con un punto abajo a la izquierda, luego arriba a la derecha, luego en algún lugar en el medio, etc., lo que la conduce al fracaso - levanta un sombrero aunque ya se ha cogido el terrón de azúcar). Sin embargo otros, a veces mucho más pequeños, como Jena (4-5 años), lo consiguen.



Figura 6. Partición en dos A4

¹⁰ Nota del traductor: CE1 es equivalente a segundo curso de educación primaria (7-8 años) en España. El primer curso de primaria en Francia es el curso preparatorio (CP).

Todos los alumnos que lo lograron con 15 sombreros se dieron cuenta de que la hoja (que debería haber sido una hoja A3) estaba compuesta por dos hojas A4 pegadas con celo, lo que constituía una primera partición de la colección de los sombreros (Figura 6). Esta partición visual, facilitada por la configuración material, les permitió enumerar independientemente la colección de 5 sombreros situados a su derecha y la colección de 10 sombreros a su izquierda. Todos los alumnos que habían tenido esta idea enumeraron correctamente la pequeña colección de 5 objetos, para la cual basta con un control visual simple para tener éxito. Por el contrario, algunos lo consiguieron pero otros no acertaron a enumerar la colección de los 10 sombreros restantes, lo que trataremos a continuación.

Materialización del trabajo de Audrey (GS, Figura 7) y del de Alexandre (CP, Figura 8); ambos consiguen el objetivo.

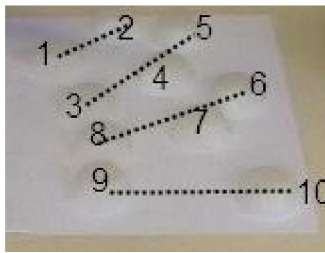


Figura 7. Audrey, de 5-6 años (correcto)

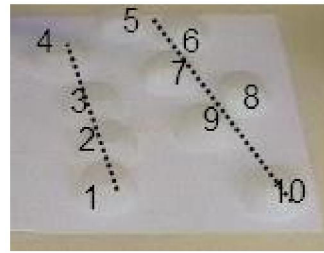


Figura 8. Alexandre, de 6-7 años (correcto)

Esta organización del espacio nos resulta familiar: la organización en filas (Audrey) y en columnas (Alexandre), es en efecto propia de la "razón gráfica" (Goody, 1979): organiza la escritura. Esta organización es eficaz porque se apoya en una red de cuasi-paralelas que hemos aprendido a distinguir y reproducir en relación con la escritura y más en general, con el alfabetismo (Joigneaux, Laparra, y Margolinas, 2012). Basándonos en la Figura 7, es fácil ver que pueden surgir algunos errores: el objeto 5, por ejemplo, bien podría estar en la línea 1-2-5, en vez de en la línea 3-4-5, el punto 8 se puede olvidar al confundirse con el punto 3 (ya tratado), etc. Esto es lo que constatamos en algunas observaciones de los alumnos que fracasan con los procedimientos de "líneas". De hecho, se trata solo de cuasi-paralelas, que no aparecen físicamente. Sin embargo, la enumeración en fila o en columna suele ser la clave del éxito en este tipo de situación. Este es el primer vínculo entre la enumeración y la entrada en la escritura, de entre otros vínculos que se establecerán ahora.

2.9. La enumeración en "francés"

Trabajando con Marceline Laparra en sesiones que el profesor consideraba de lengua francesa, nos dimos cuenta de que los conocimientos de enumeración, o dicho con mayor precisión, la ausencia de ellos, tenían una fuerte influencia en el éxito o el fracaso, al realizar tareas con los niños sin que el profesor participara.

Presentamos un ejemplo bastante típico, que además va a permitirnos valorar la complejidad de las enumeraciones, que muy a menudo aparecen implicadas. En el último curso de la escuela infantil (5-6 años), se pide a los alumnos que hagan la ficha de la Figura 9.

T R A M P O L I N E

Figura 9. Una ficha para niños de 5-6 años

Tienen a su disposición un alfabeto en letra script, una caja y unas tijeras (Figura 10) y un lápiz.



Figura 10. El material disponible

También pueden utilizar una regla con una correspondencia entre las grafías (Figura 11), de uso habitual en esta clase (estamos en abril). La palabra "trampolín", escrita en francés en la ficha, forma parte de un cuaderno que se usa en clase, los alumnos ya se la han encontrado (aunque debemos recordar que todavía no saben leer).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
À	á	â	ã	ä	å	æ	ç	è	é	ê	ë	ê	ë	î	ï	ï	ï	ï	ï	ï	ï	ï	ï	ï	ï

Figura 11. Regla con correspondencias entre las grafías en mayúscula, script y ligada.

Las instrucciones que da la maestra son las siguientes: "Debéis recortar las letras escritas en la cinta y ponerlas en la caja. Después hay que pegar las letras en los espacios para escribir la palabra que corresponde al modelo. Después debéis escribir la palabra a lápiz en minúscula sobre la línea¹¹".

Sigamos paso a paso lo que deben hacer los alumnos y las situaciones que se van produciendo. Primero deben recortar la banda de las letras para conseguir letras-etiquetas (Figura 12).



Figura 12. Las letras-etiquetas en la caja

Para conseguir colocar las etiquetas en el lugar adecuado, los alumnos deben realizar simultáneamente dos enumeraciones: la enumeración de la configuración fija (en línea) de la palabra TRAMPOLINE y la enumeración de la configuración modificable de las letras-etiquetas - además, si no se memorizan las correspondencias entre la escritura mayúscula y la escritura script, también deben enumerar la tabla de correspondencia entre las grafías (no voy a analizar esta enumeración aquí). Existen dos dificultades principales: encontrar un medio de recordar la letra que se está buscando de la palabra-modelo; organizar la enumeración de las letras-etiquetas que están en la caja. Con respecto a

¹¹ Esto no es una transcripción literal de las instrucciones tal como se dieron a los alumnos.

esta última tarea, la inmensa mayoría de los alumnos toma una etiqueta, la examina, probablemente comparándola con la letra que se busca en la palabra-modelo, a veces utilizando la tabla de correspondencias y, si la etiqueta no es la deseada, se devuelve a la caja. Así se mezclan las etiquetas no tratadas y la etiqueta tratada, lo que alarga muchísimo el tiempo de búsqueda de la etiqueta adecuada, porque acaban volviendo a elegir -sin darse cuenta- la misma letra-etiqueta. De hecho, muchos alumnos se equivocan y avanzan muy lentamente en la parte de la tarea en que se trabaja con las etiquetas.

En cambio, al contrario de lo que preveía la maestra que, desde el punto de vista de la grafía, considera que hay una jerarquía de dificultad entre la escritura mayúscula, la escritura script y la escritura cursiva (ligada), los alumnos consiguen mucho más fácilmente la transcripción en escritura cursiva. Desde el punto de vista de la enumeración, la dificultad disminuye, ya que sólo hay que hacer la enumeración de la palabra-modelo y, eventualmente, de la tabla de las grafías.

Desde luego, podría haber muchas otras causas para la lentitud de los alumnos con las etiquetas, pero ocurrió que una alumna, Angélica, que no escucha nunca bien las instrucciones de la actividad y que la comienza siempre con retraso, no se había dado cuenta de que había que recortar primero toda la banda en palabras-etiquetas (comienza el trabajo en el momento en el que los demás alumnos ya habían terminado de recortar las letras). Así, ella utiliza directamente la banda para reconstruir la palabra-modelo en escritura script (Figura 13).



Figura 13. El trabajo de Angélica

La dificultad de enumeración se ha reducido: al principio, Angélica tiene sólo que enumerar la banda en línea para determinar la letra adecuada que debe recortar. A medida que va recortando, la dificultad aumenta, pero menos (desde el punto de vista de la enumeración) que cuando se tratan 26 etiquetas (al final Angélica obtiene solamente 5 trozos de banda, sin contar las etiquetas a medida que las va pegando). Con gran sorpresa para la maestra (pero no para el observador), Angélica, por una vez, acaba antes que todos los demás y entrega una ficha impecable...

En la escuela primaria, las situaciones en las que la enumeración produce dificultades en los alumnos sin que el profesor sea consciente del origen de estas dificultades son muy frecuentes (Gilbert, 2012).

2.10. De vuelta a las "matemáticas"

Como ejemplo final, voy a describir una observación de clase de último curso de la escuela infantil (5-6 años), en el mes de mayo. Varios observadores¹² pudieron seguir a algunos alumnos y grabar en vídeo sus actuaciones durante la realización de la tarea. En la Figura 14, vemos la ficha que hizo un alumno.

En la clase que hemos observado (varias veces durante el curso 2004-2005, en el marco de la red RESEIDA, véase la nota 9), los estudiantes no se saben de memoria a que número corresponden las escrituras 14 y 12 (la mayoría saben que 9 corresponde a "nueve"), este reconocimiento no forma

¹² Catherine Aurand, Claire Margolinas, Bruno Mastellone, Las transcripciones de esta sesión han sido realizadas, alumno por alumno, por Judith Margolinas.

parte de los objetivos de la maestra¹³. Es por eso que la maestra dispone una banda numérica en la parte inferior de la ficha, banda que los alumnos pueden enumerar al recitar la secuencia numérica. Cuando enumeran bien los numerales escritos en la banda, de izquierda a derecha (que no es el caso de uno de ellos) y enumeran bien, una por una, las palabras que forman la secuencia numérica (que todo el mundo conoce perfectamente), los alumnos pueden saber que "14" corresponde a "catorce". Esto es lo que la mayoría de los alumnos hacen al principio.

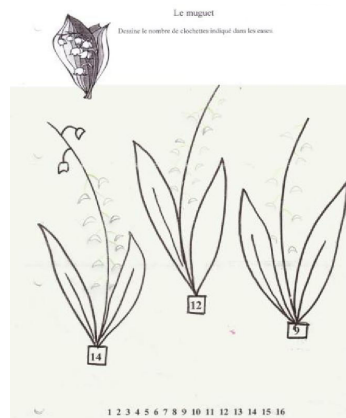


Figura 14. Lirios

Sabiendo pues que hay que dibujar catorce, los alumnos comienzan a dibujar flores, tratando de respetar lo mejor posible el modelo (de las dos flores que ya están dibujadas), pero les es imposible contar las flores a medida que las dibujan. A menudo dibujan unas pocas (entre dos y cuatro), luego se paran, esperan la intervención de un adulto (la maestra de aula, o la educadora de apoyo) o bien cuentan las flores ya dibujadas. Salvo que, entre tanto, hayan olvidado cuántas flores debían dibujar, y entonces deben enumerar de nuevo la banda numérica para encontrar el objetivo (catorce flores). A veces, algunos alumnos se dan cuenta de que podrían enumerar las dos colecciones (las flores en el tallo y la banda numérica) al mismo tiempo señalando con cada una de las manos en una colección (una flor / un número escrito en la banda numérica). El trabajo lleva mucho tiempo (entre diez y veinte minutos para las dos primeros lirios) y causa muchas dudas (muchas flores se borran y se vuelven a dibujar). Además, la enumeración de las flores en los tallos de los lirios es un poco complicada si tienen (como en la Figura 14) flores dibujadas en ambos lados de los tallos, como es el caso en las dos primeras flores representadas en la ficha - algunos alumnos encuentran una solución que muestra cómo tratan de abordar, entre otros, el problema de la enumeración (Figura 15).

Existe una estrategia de resolución de este problema, basada en darse cuenta de (a) la imposibilidad de memorizar las paradas sucesivas que se van haciendo en la secuencia oral (b) la importancia de la función burocrática de la escritura (Goody, 1986) en la organización de esta tarea. De hecho, sería posible para todos los alumnos dibujar primero rápidamente (a un ritmo compatible con el del recitado de la secuencia numérica) el número adecuado de trazos cortos correspondientes a las flores, que luego pueden ser dibujadas tranquilamente en un segundo momento. Si nadie piensa en ello (ni los alumnos, ni la educadora, ni la maestra), es sin duda porque los problemas de enumeración no son identificados, pero también porque la colección intermedia esquematizada no tiene estatus de conocimiento, y la numeración oral domina todas las actividades numéricas (Laparra y Margolinas, 2009).

¹³ En 2008, los programas de la escuela infantil (3-6 años) se modificaron y esta lectura aparece ahora entre las competencias a adquirir al final de la escuela infantil. Esto no ocurría en 2005, donde además, la maestra podría valorar que, para los alumnos de nivel más bajo de una clase de ZEP (Zona de Educación Prioritaria), esto no era prioritario. *Nota del traductor:* Las zonas de educación prioritaria, en el sistema educativo francés, son zonas en las que están situados establecimientos escolares (centros de primaria o secundaria) dotados de medios suplementarios y de una mayor autonomía para hacer frente a dificultades de orden escolar y social. Estas zonas suelen estar situadas en los barrios más deprimidos de las grandes ciudades.

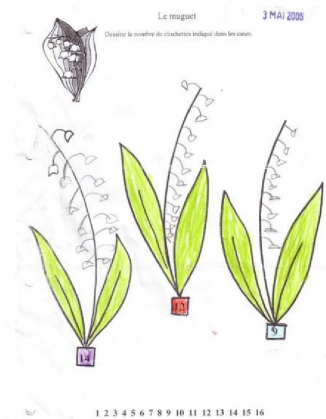


Figura 15. Evolución del dibujo de los lirios facilitada por la enumeración

2.11. Conclusión sobre la enumeración

La enumeración interviene en numerosas situaciones, que pueden considerarse o no como matemáticas. Los dos tipos de enumeración, correspondientes a las macrovariables (configuraciones modificables o no), a veces se encuentran de forma aislada y otras simultáneamente. En todos los casos, muchos alumnos experimentan dificultades en el momento que los conocimientos de enumeración entran en juego en una situación, mientras que los maestros no las identifican como dificultades que tienen algo en común.

De hecho, los conocimientos de enumeración con que los alumnos se encuentran en una situación y que pueden a veces evolucionar en interacción con el medio (como en la Figura 15) quedan implícitos: no son reconocidos como útiles, y menos aún formulados, validados, formalizados, memorizados, etc. No forman parte de un proceso de institucionalización. Estos conocimientos no instituidos son efímeros, personales y, en última instancia, muy diferentes (de unos alumnos a otros)

3. El trabajo de profesor

3.1. Planteamiento del problema

Brousseau (1984) ya había constatado que:

Los profesores no disponen de situaciones de enseñanza que les permitan ayudar a sus alumnos a desarrollar las destrezas, las anticipaciones, las estrategias en la relación experimental con el medio. No disponen tampoco de hecho de medios para negociar con ellos contratos didácticos razonables a propósito de estas cuestiones, ni siquiera para hablar con ellos de este tipo de dificultades. (p. 5)

Desde 1984, la situación descrita por Brousseau ha cambiado, de hecho, los trabajos de Briand y sus colaboradores, de 1993 a 2004 (ya citados), han permitido construir este tipo de situaciones de enseñanza.

3.2. La enumeración como saber

Volviendo al esquema de los saberes y de los conocimientos (Figura 1), podemos describir la historia del trabajo sobre la enumeración. Señalando a un conocimiento que reunía un conjunto de dificultades constatadas en el ámbito de la cardinación, Brousseau ha comenzado el proceso de institucionalización: el reconocimiento de un conocimiento útil, la formulación, la formalización (en particular, la definición), la puesta a prueba, el reconocimiento de un valor cultural y social. Por tanto, ha institucionalizado la enumeración como un saber en la institución "didáctica de las matemáticas".

Partiendo de este saber, Briand ha mostrado que existen situaciones adidácticas, surgidas de la situación fundamental de la enumeración y que, por tanto, los conocimientos de la enumeración pueden aprenderse. Él ha puesto en evidencia que, en ciertas situaciones, un proceso de devolución del saber "enumeración" resulta viable.

Sin embargo, aunque ciertos documentos ministeriales a disposición de todos los profesores (Emprin y Emprin, 2010, pp. 27-29) hacen referencia a situaciones inspiradas de los trabajos de Briand, no he encontrado en el aula ninguna situación inspirada en las de Briand, ni siquiera en los maestros formadores¹⁴, o incluso entre los que los que sé que utilizan algunas situaciones del CD-ROM (Briand y otros, 2004). Todo sucede como si este saber se mantuviera "transparente" para los profesores (Margolinas y Laparra, 2011), como si pasaran a su lado sin verlo, en cierto modo. Sin embargo, los propios profesores tienen conocimientos de enumeración, y conocen (en situación) las dificultades de la enumeración.

3.3. Una observación en el aula

Volvamos al problema de las pelotas, observado en la clase de último curso (GS, 5-6 años). La sesión se lleva a cabo en una sala de motricidad, de gran longitud. Los alumnos son divididos en dos equipos para contar las pelotas que están en un extremo de la habitación. La maestra detiene al alumno que cuenta las pelotas "esto no funciona" y después devuelve todas las pelotas al bidón original. Sin hablar, cruza la habitación y va a buscar un bidón vacío, luego regresa con dicho recipiente, y lo pone junto al bidón que contiene las pelotas. A continuación, ayuda al alumno a contar las pelotas, guiando su mano para que deposite cada pelota contada en el contenedor vacío. El alumno solo tiene que coger la pelota y contar.

La maestra sabe, desde luego, como cualquier adulto, que la cardinación fallará si las pelotas vuelven a caer en el bidón, y también sabe lo que se puede hacer en una situación así, porque va a buscar un contenedor, que es una buena solución, para que sirva de espacio para las pelotas ya tratados: ella pone de manifiesto conocimientos de la enumeración en situación.

Sin embargo, ella no produce ningún signo que permita a los alumnos interpretar lo que hace y reconocer su utilidad, en particular, no dice nada mientras va atravesando la sala y vuelve, y lo habría podido hacer sin perder tiempo de clase. Por ejemplo, habría podido decir "Voy a buscar un bidón para colocar en él las pelotas ya contadas". Habría podido también (casi al mismo tiempo), en lugar de decir "esto no funciona", decir "una pelota contada se ha caído en el bidón donde están las pelotas que quedan por contar, así que esto no marcha bien".

Por otro lado, cuando hace que el alumno comience de nuevo el conteo de las pelotas, ella se encarga de la enumeración mediante gestos, que es lo que planteaba un problema al alumno, dejándole a su cargo solamente la recitación, que es lo que el alumno ya sabía hacer. Imaginemos por un momento que el alumno comete un error en la recitación (diciendo cuatro, seis, cinco, por ejemplo), es probable que no hubiera hecho esto en lugar del alumno, porque habría tenido el sentimiento de hacer en lugar del alumno algo que es un objetivo legítimo de enseñanza (el recitado de la secuencia numérica para contar). Ella quizá le habría dicho (cuatro, cinco, seis), pero luego habría exigido al alumno que realizara por sí mismo el conteo.

Al no describir sus acciones y al actuar en el lugar del alumno, esta maestra nos muestra que la

¹⁴ *Nota del traductor:* En el sistema de enseñanza francés, los maestros formadores son maestros funcionarios con una antigüedad de al menos cinco años, cuya actividad docente semanal se reparte del siguiente modo: 18 horas de clase en la escuela primaria, en tanto que responsables de una clase, donde también ejercen como tutores de estudiantes de magisterio en prácticas, y 6 horas de formación a estudiantes de magisterio en la Escuela Superior de Formación del Profesorado.

enumeración como saber no es visible desde el lugar que ella ocupa en la institución escolar, aun cuando reconoce implícitamente la enumeración como conocimiento en situación.

3.4. La "manipulación": ¿una categoría profesional que supone un obstáculo para la enumeración?

La "manipulación" es en cambio una categoría disponible en la profesión: un saber sobre las situaciones, cuyo interés puede ser llamar la atención sobre diferentes situaciones, como "dame seis manzanas (reales)" y "dibuja seis manzanas".

El análisis de la situación de los lirios revela una gran diferencia entre estas dos situaciones, porque la enumeración de seis manzanas reales, como la que se habría podido hacer con catorce flores reales de lirio, se produce con colecciones con configuraciones que se pueden modificar, con objetos bastante fáciles de enumerar (aunque las manzanas puedan rodar a veces y, por lo tanto, complicar la enumeración). El recitado de la cantinela permite el conteo de estos objetos reales, porque puede hacerse simultáneamente con la enumeración, lo que no es el caso si se dibujan las manzanas (especialmente, si se hace con gran lujo de detalles y colores).

Lamentablemente, la "manipulación" no permite distinguir unas situaciones de las otras cuando hay bastantes objetos que tratar. Aunque la mayoría de las veces cuando "se manipula" se trata de colecciones con configuraciones modificables, no siempre es así: el alumno puede manipular bien los sombreros, mientras que en esta situación la configuración no es modificable. Uno puede preguntarse si la "manipulación" no ocupa ecológicamente el nicho que podría ocupar la enumeración (Artaud, 1997) entre los saberes de la institución "profesión docente".

3.5. La enumeración y las disciplinas escolares

He presentado ya un ejemplo (2.9) en el que la enumeración interviene en francés, pero también que ciertas funciones de la escritura permiten describir los procedimientos eficaces de enumeración (en el caso de los lirios). En otras palabras, he comenzado a desdibujar los límites de las disciplinas escolares.

En efecto, la enumeración, descubierta e institucionalizada en la didáctica de las matemáticas, aunque se puede definir matemáticamente, interviene tanto en los ejercicios escolares de lengua francesa como en los de matemáticas. Hay numerosos ejemplos; entre ellos, uno me parece particularmente clarificador para comprender por qué este tipo de descripción no es habitual. Presentamos una ficha observada en último curso de la escuela infantil (Figura 16: Ficha chocolate).

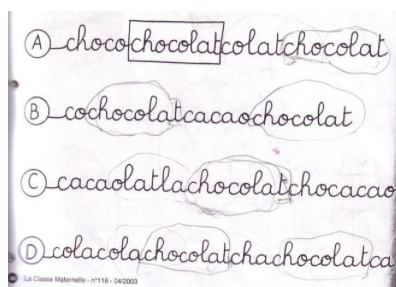


Figura 16. Ficha "chocolate" (5-6 años)

El observador adulto tiene dificultad en comprender que el reconocimiento de la palabra "chocolate" en esta ficha es un problema de enumeración, ya que sabe leer, y no sólo reconoce la palabra "chocolate", sino también palabras (primera y tercera líneas, "choco" "cola"; segunda y tercera, "cacao") y algunas "sílabas" que juegan el papel de distractor (segunda línea, "co"; en tercera línea, "lat"; y "la", en la cuarta línea, "cha" y "ca"). Nuestra capacidad de lectura es tal que tendremos incluso tendencia a aceptar más fácilmente "colat", como una palabra rara, más que considerarla una continuación de letra como "cola" y "t" (en la primera línea).

El alumno de último curso de la escuela infantil (5-6 años), aunque sepa reconocer letras e identificar algunas palabras que haya estudiado (que puede ser el caso de "chocolate" en el momento en que se hace esta ficha), no sabe leer. El alumno está en una situación que podemos tratar de evocar con la figura siguiente (Figura 17).

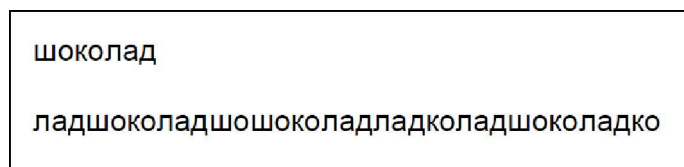


Figura 17. Ficha "chocolate" en ruso

Para hacer correctamente el ejercicio que plantea esta ficha, se hace visible al observador que hay varias estrategias posibles que, sin necesidad de hacer inteligibles los signos puestos en línea, permiten localizar la secuencia modelo: buscar la primera letra del modelo, si se encuentra, después la segunda, etc., o bien buscar la última letra y luego proceder de derecha a izquierda, etc.

¿Se trata de las "matemáticas" del "francés"? La enumeración, que se describe por vez primera como un conocimiento necesario para la cardinación, es también un conocimiento necesario para la lectura. Las fronteras habituales entre las disciplinas escolares deben reconfigurarse para que haya correspondencia con los conocimientos en juego en una situación.

3.6. ¿Enseñar la enumeración?

Si "enseñar" corresponde al doble proceso de devolución y de institucionalización, el profesor, para conseguir que estos procesos se completen, debe poder partir de un saber para desarrollar los conocimientos que tendrán después la función de saberes. Pero quien dice "saber" dice "institución", y la institución "didáctica de las matemáticas" en la que el saber "enumeración" ha sido producido e institucionalizado no resulta ni muy visible desde la posición del profesor ni muy legítima.

Incluso con profesores formados o informados (en formación inicial o continua) sobre la importancia de la enumeración para comprender mejor ciertas dificultades de los alumnos, y para resolverlas mejor, parece difícil desarrollar el largo y costoso proceso que exige una enseñanza completa de la enumeración por adaptación (Brousseau, 1998) a pesar de que, como Briand ha mostrado, es posible.

Es posible que haya otras soluciones accesibles para maestros con un buen conocimiento de la enumeración. En efecto, puesto que la enumeración interviene en gran número de situaciones escolares¹⁵, debe ser posible para un maestro dedicar el tiempo (a menudo escaso) necesario para establecer vínculos entre estas situaciones. Para ello, hay que reconocer la naturaleza de las situaciones de enumeración (configuraciones modificables y no modificables), e identificar las operaciones elementales que se deben realizar: utilizar la configuración espacial para hacer particiones, y recorrer las colecciones según una organización fija en línea o en columna.

Por ejemplo, en el caso de la tarea (muy habitual) de reproducción de un modelo, como en el apartado 2.9, es necesario distinguir (a) la enumeración de las letras de la palabra TRAMPOLINE, que requiere memorizar el trayecto de la palabra (b) la enumeración de las etiquetas-letras del alfabeto recortado.

¹⁵ Eva Gilbert (2012) hizo la "apuesta" de que sería capaz de encontrar dificultades de enumeración en cualquier situación de clase observada (en cualquier disciplina escolar) después de advertir a los profesores sobre estas dificultades, apuesta arriesgada, que siempre consiguió ganar (en 8 observaciones de clases de escuela infantil, 3-6 años).

En lo que toca a la primera enumeración, la palabra es, por naturaleza, una línea que se recorre de izquierda a derecha; esta enumeración es por tanto muy simple. La única dificultad consiste en localizar la letra que se está tratando. El uso del escrito (función burocrática) en esta localización forma parte de los procedimientos que es importante introducir de modo regular en la clase: separar adecuadamente las letras ya tratadas, hacer un punto bajo las letras ya tratadas, etc. En el caso de este ejercicio, si los alumnos reconocen fácilmente las diferentes grafías de cada letra, es posible que esto no sea necesario: estamos en la letra que aún no se ha puesto en una casilla justo debajo.

Con respecto a la segunda enumeración, se trata, como siempre con las configuraciones modificables, de hacer hincapié en las particiones realizadas. La caja puede utilizarse para guardar las etiquetas que no han sido tratadas, pero en este caso hay que depositar las etiquetas tratadas sobre la mesa. Este proceso se repite para cada nueva letra del modelo, hay que reunir de nuevo las etiquetas no pegadas en la caja una vez que se encuentra una etiqueta (y así se continúa). Sin duda, el último punto es el más delicado, pues se trata de los mismos objetos cuyo estatuto cambia. Si las particiones entre objetos tratados y no tratados son de uso habitual en el aula, este uso y un vocabulario estable pueden permitir a los alumnos comprender que la organización de las etiquetas no es una particularidad de esa situación sino que se inscribe en un marco más general.

Por supuesto, el profesor puede considerar que la partición objetos tratados/no tratados se aborde en una situación aparte, en la que este conocimiento intervendría de un modo razonablemente aislado (como en la situación de las fichas marcadas, por ejemplo), dicho de otra forma, puede saber que cuenta con situaciones, como herramientas a su disposición, aunque la enumeración no tenga un estatus oficial de saber.

En el caso de las situaciones en que la posición de los objetos no se puede modificar, el trabajo sistemático con filas y columnas es el principal recurso, estas configuraciones pueden ser reforzadas en numerosas situaciones. Veamos, por ejemplo, lo que pude observar con Annie Cariât, maestra formadora que trabaja desde hace varios años con Olivier Rivière y conmigo. Distribuye a sus alumnos un "cartón de huevos" (Figura 18) y les pide que vayan a buscar en una cesta alejada, justo los huevos necesarios para llenar por completo el cartón. Los alumnos (de último curso de infantil, 5-6 años), cuentan los huecos para saber cuántos huevos deben ir a buscar. Desde que ella es muy consciente de la importancia de la enumeración, con cada alumno emplea un tiempo insistiendo (en un taller dirigido) en la necesidad de organizar la enumeración de los huecos de la huevera, ya sea en líneas, o en columnas, lo que sin duda resulta potenciado por la forma del cartón de huevos. Cada nueva repetición de la situación incide en el refuerzo de este aprendizaje.



Figura 18. Caja de huevos

Para poder llevar a cabo este trabajo, el maestro debe:

- En las situaciones en que la posición de los objetos se puede modificar
 - Distinguir en cualquier momento los objetos que han sido tratados (contados, etc.) de los que no.
- En las situaciones en las que la posición no puede modificarse

Se debe intentar conocer las propiedades del espacio gráfico (filas, columnas), y su uso, para saber lo que ya se ha tratado y lo que todavía no.

En general, deben tenerse en cuenta las condiciones reales de trabajo del alumno: el medio de la situación del alumno.

4. Conclusión: La escuela infantil y los saberes

A modo de breve conclusión, volvamos a la cuestión planteada al principio: "¿saberes en la escuela infantil? Sí, pero ¿cuáles?" No he tratado de responder de manera general a esta cuestión, ya que solo he abordado el caso particular de la enumeración que, como saber, presenta la peculiaridad de no existir para la institución de producción y de institucionalización de las matemáticas de referencia: los matemáticos. Por lo tanto, lo primero que debía mostrar son los conocimientos de enumeración, cómo hablar de ellos, y cómo definirlos, lo que conduce a una primera institucionalización de un saber de enumeración. Para ello, he partido de dificultades muy fácilmente observables.

Después, me pregunté acerca de la existencia de situaciones de enumeración independientes (o suficientemente independientes) de otros conocimientos. No he tenido en cuenta tanto todas las situaciones nacidas de una ingeniería como las que directamente usa el profesor como herramientas en la transmisión de la enumeración. Después, busqué cuáles eran las categorías descriptivas que podían permitirle al profesor llegar a comprender las numerosas situaciones en las cuales intervienen conocimientos de enumeración. Tales categorías, asociadas al conocimiento de las situaciones que surgen de la ingeniería, me parece que permiten "negociar contratos didácticos razonables" (en referencia a la cita de Guy Brousseau, 1984, que se encuentra en el punto 2.1).

Me parece que estamos ante un caso típico conocimientos matemáticos específicos para la enseñanza (Ball, Thames, y Phelps, 2008; Clivaz, 2011), que constituyen una categoría de conocimientos del profesor, del que la enumeración es solo un ejemplo paradigmático, en la medida en que este conocimiento de la enumeración no puede confundirse con un "conocimiento matemático común" (Ball, Thames, y Phelps, 2008; Clivaz, 2011).

Hay otros saberes matemáticos, más o menos transparentes, coincidentes (o no) con saberes reconocidos en la institución de las matemáticas, y que indudablemente deben evidenciarse en la escuela infantil, el número como memoria de la posición (que, no obstante, está en los programas) es sin duda uno de ellos (ver Margolinas y Wozniak, 2012, capítulo 2, y la tesis en curso de Agnès Surjous-Malet).

Referencias

- Artaud, M. (1997). Introduction à l'approche écologique de la didactique. L'écologie des organisations mathématiques et didactiques. In M. Bailleul (Ed.), *IXe École d'été de didactique des mathématiques* (pp. 101-139). Houlgate : IUFM de Caen et ARDM.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Briand, J. (1993). *L'énumération dans le mesurage des collections*. Université de Bordeaux I, Bordeaux. <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00494623>.
- Briand, J. (1999). Contribution à la réorganisation des savoirs prénumériques et numériques. Étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine prénumérique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(1), 41-76.
- Briand, J., Lacave-Luciani, M.-J., Harvouët, M., Bedere, D., & Goua de Baix, V. (2000). Enseigner l'énumération en moyenne section. *Grand N, Numéro spécial maternelle, approche du nombre*, T1, 123-138.

- Briand, J., Loubet, M., & Salin, M.-H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle*. Paris Hatier.
- Brousseau, G. (1972). Processus de mathématisation. *La mathématique à l'Ecole Élémentaire* (pp. 428-442). Paris APMEP. http://guy-brousseau.com/wpcontent/uploads/2010/09/Processus_de_mathematisationVO.pdf.
- Brousseau, G. (1978). L'observation des activités didactiques. *Revue Française de Pédagogie*, 45, 130-140, <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00515106>.
- Brousseau, G. (1984). *L'enseignement de l'énumération*. Paper presented at the International Congress on Mathematical Education.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Clivaz, S. (2011). *Analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire*. Thèse de doctorat en sciences de l'éducation, Faculté des sciences de l'éducation, Genève, <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel00626935>.
- Conne, F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(2-3), 221-270.
- Douglas, M. (2004). *Comment pensent les institutions* (A. Abeillé, Trans.). Paris : La découverte. Emprin, F., & Emprin, F. (2010). Premières compétences pour accéder au dénombrement. In J.-L. Durpaire & M. Mégard (Eds.), *Le nombre au cycle 2* (pp. 23-34). Poitiers : Scérén.
- Gilbert, E. (2012). *L'impact des entretiens de conseil pédagogique sur les modifications de pratique des maitres dans un domaine particulier : l'énumération*. Master International Francophone des Métiers de la Formation, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand.
- Goody, J. (1979). *La raison graphique* (J. Bazin & A. Bensa, Trans. 1977 ed.). Paris : Les éditions de minuit.
- Goody, J. (1986). *La logique de l'écriture. Aux origines des sociétés humaines*. Paris : Armand Colin.
- Joigneaux, C., Laparra, M., & Margolinas, C. (2012). *Une dimension cachée du curriculum réel de l'école maternelle : la littératie émergente ?* Actes de Colloque sociologie et didactiques, Lausanne, <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00738656>.
- Laparra, M., & Margolinas, C. (2009). Le schéma : un écrit de savoir ? *Pratiques*, 143-144, 51-82 Laparra, M., & Margolinas, C. (2010). Milieu, connaissance, savoir. Des concepts pour l'analyse de situations d'enseignement. *Pratiques*, 145-146, 141-160, http://www.pratiques-cresef.com/p145_la1.pdf.
- Margolinas, C. (2010). Recherches en didactiques des mathématiques et du français : par-delà les différences. Table ronde - Recherches et didactique. *Pratiques*, 145-146, 21-36.
- Margolinas, C., & De Redon, M.-C. (2008). Connaissances naturalisées dans le champ du numérique à l'articulation école maternelle / école primaire. In A. Rouchier & I. Bloch (Eds.), *Perspectives en didactique des mathématiques* (pp. cédérom). Grenoble : La pensée sauvage.
- Margolinas, C., & Laparra, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. In J.-Y. Rochex & J. Crinon (Eds.), *La construction des inégalités scolaires* (pp. 19- 32). Rennes : Presses universitaires de Rennes.
- Margolinas, C., & Rivière, O. (2008). Les dessous du numérique. Actes de XXXVème colloque national des formateurs de professeurs des écoles en mathématiques, Bombannes.
- Margolinas, C., & Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle. Une approche didactique*. Bruxelles : De Boeck.
- Margolinas, C., Wozniak, F., Canivenc, B., De Redon, M.-C., & Rivière, O. (2007). Les mathématiques à l'école ? Plus complexe qu'il n'y paraît ! Le cas de l'énumération de la maternelle... au lycée. *Bulletin de l'APMEP*, 471, 483-496.
- Neyret, R. (1995). *Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les Instituts de Formation des Maîtres*. Doctorat, Université Joseph Fourier Grenoble I, Grenoble.
- Perrin-Glorian, M.-J. (1994). Théorie des situations didactiques : naissance, développements, perspectives. In M. Artigue, R. Gras, C. Laborde & P. Tavnigot (Eds.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France* (pp. 97-147). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Claire Margolinas. Profesora de Didáctica de las Matemáticas. Trabaja en el laboratorio ACT (Actividad, Conocimiento, Transmisión, educación) de la Universidad Blaise Pascal de Clermont-Ferrand (Francia). Se dedica a la formación de profesores desde hace más de veinte años.

Email: claire.margolinas@univ-bpclermont.fr