



Variaciones en el desarrollo, influencias socioculturales, y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas

National Research Council of the National Academies
Washington, D.C., <http://www.nationalacademies.org/nrc/>

Trabajo solicitado a los autores ¹
Fecha de publicación: 28-02-2015

RESUMEN

Hay evidencias de que la mayoría de los niños entran en la escuela con conocimientos y recursos fundacionales para su aprendizaje matemático. Sin embargo, esta no es la historia completa. Resultados de investigaciones revelan enormes diferencias entre los niveles de competencia matemática de los niños pequeños, y estas diferencias parecen ser más acusadas en los Estados Unidos que en algunos otros países (por ejemplo, China) (Starkey y Klein, 2008). En este artículo se describen los tipos de diferencias que se dan y se ofrece una revisión sobre lo que se sabe acerca de la naturaleza y las fuentes de las variaciones en el desarrollo entre los niños.

Palabras clave: Dificultades de aprendizaje en matemáticas, diferencias en el rendimiento matemático, educación infantil, etnia, género, lenguaje, matemáticas, nivel socioeconómico, raza.

Developmental variation, sociocultural influences, and difficulties in mathematics

ABSTRACT

There is evidence that most children bring foundational resources and knowledge about mathematics to school. However, this is not the whole story. Research findings reveal enormous discrepancies in young children's levels of mathematics competence, and these discrepancies appear to be larger in the United States than they are in some other countries (e.g., China) (Starkey and Klein, 2008). This chapter describes the kinds of differences that exist and reviews what is known about the nature and sources of developmental variations among children.

Keywords: Learning difficulties in mathematics, differences in mathematics performance, early childhood, ethnicity, gender, language, race, socioeconomic status.

¹ This is a translation of a chapter from *Mathematics Learning in Early Childhood: Paths Toward Excellence and Equity* by Committee on Early Childhood Mathematics; Center for Education; Division of Behavioral and Social Sciences and Education; National Research Council © 2009. First published in English by the National Academies Press. All rights reserved. This edition published under agreement with the National Academy of Sciences. Traducción realizada por Carlos de Castro Hernández.

1. Introducción

La mayoría de los niños llegan a la escuela con competencias numéricas que conforman un "sentido numérico básico" (*National Research Council*, 2001). El sentido numérico se refiere a un conocimiento interconectado de los números y las operaciones. Aunque el sentido numérico preverbal comienza en la infancia y parece ser universal, en la etapa preescolar y en *kindergarten*² (3 a 6 años) el sentido numérico implica la comprensión de las palabras y símbolos numéricos, fuertemente influida por la experiencia y la enseñanza. El sentido numérico con el que los niños entran en *kindergarten* es altamente predictivo de su rendimiento futuro en matemáticas. El término "sentido numérico" tiene diferentes significados según el campo de investigación, y casi no hay dos investigadores que lo definan exactamente de la misma manera (Gersten, Jordan y Flojo, 2005; Jordan y otros, 2006). El término "sentido numérico" se utiliza en este artículo porque gran parte de la investigación que aquí se resume lo usa. Cuando la discusión es más general, se utiliza el término "competencias numéricas" junto con el "sentido numérico" para recordar al lector que hablamos de conocimientos y destrezas que pueden ser enseñadas y aprendidas. La palabra "competencias" se utiliza como un término equilibrado, cuyo significado abarca tanto los conocimientos como las destrezas. Las competencias que comprende el término "sentido numérico", como se usa aquí, se describen más detalladamente en el capítulo 5³.

A pesar de estos sólidos puntos de partida universales, muy pronto emergen unas sorprendentes diferencias individuales en el sentido numérico que se manifiestan en el momento en que los niños comienzan la educación infantil (p. e., Klibanoff y otros, 2006). Estas diferencias son evidentes tanto en los test estandarizados (p. ej., Arnold y otros, 2002; Starkey, Klein, y Wakeley, 2004) como en medidas específicas que evalúan competencias numéricas tempranas, tales como determinar el tamaño de un conjunto, comparar conjuntos, y realizar cálculos (p. ej., Entwisle y Alexander, 1990; Ginsburg y Russell, 1981; Griffin, Case y Siegler, 1994; Jordan, Huttenlocher y Levine, 1992; Levine y otros, en preparación; Saxe, Guberman y Gearheart, 1987). El nivel del sentido numérico en *kindergarten* (5 años) resulta altamente predictivo del rendimiento futuro en matemáticas desde primero a tercero de educación primaria (Fuchs y otros, 2007; Jordan, Glutting y Ramineni, en prensa; Locuniak y Jordan, en prensa; Mazzocco y Thompson, 2005) así como en los siguientes cursos escolares (Duncan y otros, 2007).

En este artículo, exploramos las diferencias individuales en la competencia matemática infantil. Comenzamos describiendo las diferencias asociadas con los principales grupos sociales definidos específicamente por nivel socioeconómico, género, raza u origen étnico, y dominio del inglés. A continuación, se discuten los factores contextuales y las experiencias tempranas que parecen estar ligadas a estas diferencias, prestando especial atención al papel de la familia y del idioma. A continuación, tratamos los problemas de aprendizaje. Finalizamos con una breve discusión sobre posibles intervenciones.

² *Kindergarten* es el primer curso de la escuela elemental en Estados Unidos. Es un curso que podríamos considerar "de adaptación" a la educación primaria, a la escuela de "los mayores", que cursan los niños de 5 años. Es el curso anterior al "primer grado". Es equivalente en edad al último curso de educación infantil en España. Conservamos el término original porque, independientemente de la edad, no tiene la misma ubicación dentro del sistema educativo como primer curso en la escuela primaria que como último en la escuela infantil.

³ Cuando en el texto se hace referencia a un capítulo, se refiere al libro original citado en el pie de la primera página del presente artículo.

2. Diferencias entre grupos en el rendimiento en matemáticas

Los investigadores han explorado varios factores sociales clave vinculados a diferencias sistemáticas en el rendimiento matemático promedio de los niños. El nivel socioeconómico (NSE), que incluye el nivel de ingresos, así como el nivel de educación de los padres, está fuertemente ligado a las diferencias en la competencia matemática. Los resultados relacionados con las diferencias de género en la competencia matemática son menos claros, aunque se han encontrado algunas diferencias.

2.1. El nivel socioeconómico

Las destrezas matemáticas de los niños de familias con bajos ingresos van a la zaga de las de sus pares de ingresos medios. Los niños de 3 a 5 años que asisten a programas *Head Start* tienen un rendimiento significativamente inferior, en los test de preparación para las matemáticas, al de los niños de escuelas infantiles que atienden a un alumnado con nivel de ingresos medio (Ehrlich y Levine, 2007). La distancia entre los niños de familias de ingresos bajos y medianos es amplia y afecta a competencias numéricas, espaciales, geométricas y relativas a la medición (Clements, Sarama, y Gerber, 2005; Klein y Starkey, 2004; Saxe y otros, 1987).

Jordan y colaboradores (Jordan y otros, 2006, 2007) encontraron que los niños de familias con bajos ingresos inician el *kindergarten* (5 años) muy retrasados con respecto a sus compañeros de ingresos medios en tareas que evalúan destrezas de conteo, conocimiento de relaciones numéricas (por ejemplo, reconocer qué número es menor), y operaciones aritméticas. En esta línea, un estudio longitudinal de evaluación, en que se tomaron mediciones en seis momentos diferentes, reveló que los niños de familias con ingresos bajos eran cuatro veces más propensos que sus pares de ingresos medios, a mostrar un crecimiento plano (estancándose) en estas áreas a lo largo del *kindergarten* y el inicio del primer curso de primaria. Subrayando la importancia del sentido numérico temprano en el éxito escolar, los investigadores encontraron que el nivel de rendimiento en una batería de pruebas que evaluaba el sentido numérico en *kindergarten*, así como la tasa de crecimiento entre el *kindergarten* y primero de primaria, daba cuenta del 66 por ciento de la variación en el aprendizaje de las matemáticas al final del primer curso de educación primaria (Jordan y otros, 2007). En otras palabras, el sentido numérico en *kindergarten* está en estrecha relación con la competencia en matemáticas al final de primero y la tasa de crecimiento durante el primer curso de primaria. El nivel de ingresos, el género, la edad y la capacidad lectora no explicaban variaciones adicionales en los resultados matemáticos de primero más allá del rendimiento inicial y el crecimiento en el sentido numérico. Esto sugiere que las diferencias entre grupos según NSE que se encuentran al final del primer curso de primaria se deben a diferencias iniciales en el sentido numérico que ya estaban presentes en el *kindergarten*.

Varios estudios indican que diferencias en NSE en las destrezas numéricas de los alumnos de educación infantil son más marcadas en las tareas que implican destrezas numéricas sin objetos (llamadas tareas verbales) que en las tareas de suponen destrezas numéricas con objetos (llamadas tareas no verbales). Cuando a los niños de final de educación infantil y primer curso de primaria se les presentan problemas verbales de cálculo sin objetos, ya sea como problemas de combinaciones numéricas ("¿Cuántos son 3 y 2?") o como problemas aritméticos verbales ("Miguel tenía 3 céntimos. Juan le dio 2 céntimos más. ¿Cuántos céntimos tiene ahora Miguel?"), los niños de familias con ingresos medios tienen un rendimiento mucho mejor que los de familias con bajos ingresos (Jordan y otros, 2006; Jordan, Huttenlocher y Levine, 1992; Jordan, Levine y Huttenlocher, 1994). Los niños de familias con ingresos medios también evolucionan a un ritmo mayor en problemas de cálculo sin objetos en último curso de educación infantil (Jordan y otros, 2006, 2007). Por el contrario, las diferencias por NSE son menores si los mismos cálculos se presentan en un formato no verbal con objetos (por ejemplo, se muestran al niño 3 fichas que luego se tapan. El entrevistador añade 2 fichas más bajo la tapa y el niño debe indicar cuántas fichas hay ahora tapadas).

Jeong y Levine (2005) han mostrado que el conocimiento de palabras numéricas está asociado con un rendimiento muy temprano en tareas de asociación de numerosidades que no requieren respuestas verbales (p. ej., asociar colecciones de puntos con distinta disposición). En concreto, el rendimiento en estas tareas es mejor en niños que han adquirido el significado de algunas palabras numéricas. Por ejemplo, los niños de 2 a 3 años tenían un éxito mayor en la capacidad de asociar colecciones de tamaño pequeño cuando tenían un conocimiento mejor de los significados cardinales de las palabras numéricas. Aunque los niños de familias con bajos ingresos tuvieron un rendimiento peor que los niños de familias con ingresos medios en este tipo de tareas de asociación de numerosidades, esta diferencia desaparecía si las respuestas mayores o menores en una unidad a la respuesta correcta fueran contadas como correctas (Ehrlich, Levine y Goldin-Meadow, 2006). Por lo tanto, los alumnos de educación infantil de un bajo NSE parecen tener representaciones aproximadas del tamaño de colecciones y de las palabras numéricas en un momento en que sus compañeros de mayor NSE han desarrollado representaciones exactas. Por lo tanto, los alumnos de bajo NSE de educación infantil necesitan experiencias para el aprendizaje de las palabras numéricas y utilizar este conocimiento para mejorar en este tipo de tareas de asociación.

Las fuentes de estas diferencias son difíciles de precisar. La investigación sobre las primeras experiencias infantiles apunta a la cantidad de ayuda que se da para las matemáticas en el hogar, así como a factores contextuales y de idioma. Algunos hallazgos muestran que los niños de familias con bajos ingresos reciben menos ayuda en matemáticas en su entorno familiar que sus compañeros de familias con ingresos medios (Blevins-Knabe y Musun-Miller, 1996; Holloway y otros, 1995; Saxe y otros, 1987; Starkey y otros, 1999). Para agravar la situación, los programas públicos de educación infantil que atienden a familias con bajos ingresos tienden a ofrecer menos oportunidades de aprendizaje y ayudas para el desarrollo matemático que los que atienden a familias con ingresos medios (Clements y Sarama, 2008). Estos factores se discuten con mayor detalle en el apartado sobre la influencia del contexto y la experiencia.

2.2. Género

Los resultados y las opiniones varían respecto a las diferencias de género que se producen en los primeros años en matemáticas. Algunos estudios no han encontrado diferencias de género en el rendimiento en matemáticas (por ejemplo, Clements y Sarama, 2008; Lachance y Mazzocco, 2006; Levine, Jordan, y Huttenlocher, 1992; Sarama y otros, 2008); algunos han encontrado diferencias a favor de los niños. Jordan y otros (2006) encontraron efectos pequeños pero estadísticamente significativos del género en el cálculo con objetos y en estimación numérica. En particular, los niños tenían ventaja sobre las niñas, incluso cuando el nivel de ingresos de los padres, la edad y capacidad lectora fueron controlados en los análisis; además, había más niños que niñas en el grupo de más alto rendimiento. Sin embargo, el análisis de Coley (2002) de la base de datos del *Estudio Longitudinal de la Primera Infancia* indicó pequeñas ventajas, a final de la educación infantil, para cada género según el área: Las chicas eran algo mejores en el reconocimiento de numerales y formas, y los chicos rendían algo mejor en operaciones aritméticas.

Algunas investigaciones con niños en edades más avanzadas indican que las niñas, en los cursos de educación primaria, tienden a utilizar estrategias menos avanzadas que las de los niños (Fennema y otros, 1998), y otros trabajos sugieren que no hay diferencias de género en el rendimiento en matemáticas de los alumnos con edades superiores (Hyde y otros, 2008). Investigaciones recientes (p. ej., Carr y otros, 2007) sugieren que las habilidades espaciales pueden facilitar el uso de estrategias de cálculo más avanzadas, y los niños parecen tener ventaja en el área más amplia de la cognición espacial, incluso en la educación infantil. Hay diferencias en el nivel medio del rendimiento de niños y niñas en tareas de rotación mental a los 4 años y medio de edad, que van desde diferencias pequeñas pero significativas (Levine y otros, 1999) a diferencias grandes, con las niñas rindiendo en estas tareas

como si contestaran al azar (Rosser y otros, 1984). Los chicos, en educación infantil, también tienen mejor rendimiento que las chicas en la resolución de problemas con laberintos (p. ej., Fairweather y Butterworth, 1977; Wechsler, 1967; Wilson, 1975) y son más rápidos al copiar modelos tridimensionales con Lego (construcciones de plástico) (Guinness y Morley, 1991). Sin embargo, parece que al menos algunas de estas diferencias tienen su origen en la ausencia de determinados tipos de experiencias (Ebbeck, 1984).

La habilidad espacial puede reflejar, o al menos interactuar con, una participación mayor de los chicos con respecto a las chicas en actividades espaciales, como construir con Legos (Baenninger y Newcombe, 1989). Los chicos suelen pasar más tiempo jugando con Legos y haciendo puzles que las chicas, lo que sugiere que la realización de actividades espaciales promueve el desarrollo de destrezas (Levine y otros, 2005). La cantidad de juego con puzles, tanto para los chicos como para las chicas, está relacionada con el rendimiento en transformaciones mentales (McGuinness y Morley, 1991). El lenguaje espacial de los padres puede ser más importante para las chicas que para los chicos; el uso de este tipo de lenguaje por los padres está relacionado con el rendimiento en transformaciones mentales en las chicas, pero no en los chicos (Cannon, Levine y Huttenlocher, 2007). Los chicos tienden a estar más interesados en el movimiento y en la acción desde el primer año de vida y las chicas más centradas en las interacciones sociales (p. ej., Lutchmaya y Baron-Cohen, 2002). Los chicos también suelen gesticular más en tareas espaciales (p. ej., Ehrlich, Levine y Goldin-Meadow, 2006), lo que indica que fomentar lo gestual, especialmente para las chicas, puede beneficiar el aprendizaje espacial.

Teniendo en cuenta que se ha encontrado que los chicos tienen cierta ventaja en la cognición espacial, y que esto parece deberse en parte a la cantidad de experiencias que favorecen este tipo de aprendizaje, parece particularmente importante, tanto para el aprendizaje numérico como para el espacial, que a las niñas se les presenten oportunidades para el aprendizaje espacial. Es importante destacar que los estudios de intervención con niños de educación infantil, siguiendo un currículo de matemáticas basado en la investigación, no han encontrado interacción del rendimiento con el género, lo que indica que las chicas pueden aprender tanto como los chicos, tanto en tareas numéricas como espaciales (Clements y Sarama, 2008; Sarama y otros, 2008). Pequeñas modificaciones de las actividades infantiles cotidianas, como la construcción con bloques (Kersh, Casey, y Young, en prensa) y el uso de cuentos sobre temas espaciales (Casey y otros, 2008), han demostrado ser eficaces en el desarrollo de la cognición espacial de las chicas. Los maestros deben asegurarse de que las chicas jueguen con bloques y proporcionarles retos tales como la construcción de ventanas, puentes y arcos, que aseguren que sus destrezas en la construcción continúan evolucionando.

2.3. Raza y etnia

Durante las últimas décadas, la investigación ha encontrado diferencias en los resultados en el aprendizaje de las matemáticas de los niños en función de su raza/etnia (p. ej., Ginsburg y Russell, 1981). Este apartado trata sobre las diferencias en los resultados del aprendizaje en matemáticas, pero los lectores deben tener en cuenta que el uso de un rasgo fijo, basado en una única dimensión, puede dar lugar a un modelo de déficit cultural (Lubienski, 2007). Los grupos raciales/étnicos son heterogéneos, y los niños de grupos raciales/étnicos particulares tienen conocimientos y destrezas que van desde niveles bajos a altos grados de dominio matemático. En general, los niños afroamericanos, hispanos e indios americanos/nativos de Alaska alcanzan niveles más bajos que sus compañeros de raza blanca en matemáticas (Centro Nacional de Estadísticas Educativas, 2007). Existen pocos datos sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en educación infantil en relación con la raza/etnia, pero es posible extrapolar los estudios en los niveles K-12 (de 5 a 18 años). Los resultados sugieren que esta disparidad en el rendimiento está relacionada con las diferencias en el aprendizaje de las matemáticas previas a la entrada en la escuela y con el menor número de experiencias didácticas significativas, una vez que los niños de color han comenzado la escolaridad (Magnuson y Waldfogel, 2008).

Por ejemplo, los datos de la encuesta de la Evaluación Nacional del Progreso Educativo (NAEP) muestran que los estudiantes negros e hispanos de cuarto grado de primaria y los de bajo NSE dicen que las matemáticas consisten sobre todo en memorizar hechos, una creencia que correlaciona negativamente con el rendimiento, incluso después de controlar las variables raza/etnia y NSE (Lubienski, 2006, 2007). Además, los informes de los maestros indican que los niños negros e hispanos suelen ser evaluados con más frecuencia de manera rutinaria, con exámenes de tipo test de opción múltiple, que los estudiantes blancos (Lubienski, 2006). Estas prácticas no representan la mejor didáctica para una educación matemática de alta calidad (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas, 2000).

Los maestros que se basan en las experiencias matemáticas diarias de los niños promueven un verdadero aprendizaje de las matemáticas (Civil, 1998; Ladson-Billings, 1995). Por ejemplo, Ladson-Billings (1995) encontró que las experiencias de las comunidades de estudiantes de entornos urbanos y suburbanos encajaban con el modo en que estos enfocaban una tarea de resolución de problemas de matemáticas y que las diferentes formas de aprender de los alumnos podían ser utilizadas por los maestros para planificar su enseñanza. Las prácticas de enseñanza basadas en experiencias que los niños viven fuera de la escuela tienen más probabilidades de producir un aprendizaje significativo de las matemáticas.

2.4. Alumnos que están aprendiendo el idioma inglés

Es sorprendente que pocos estudios hayan examinado el rendimiento en matemáticas de los estudiantes que están aprendiendo el idioma inglés. Los resultados de otras áreas temáticas muestran que los niños que tienen un dominio limitado del inglés tienen un rendimiento inferior al de sus compañeros nativos de habla inglesa en otras disciplinas académicas (McKeon, 2005). Una cuestión importante para la educación de los niños que están aprendiendo inglés (ELL) es la lengua de enseñanza (Barnett y otros, 2007; Genesee y otros, 2006). En la investigación llevada a cabo por Barnett y colaboradores (2007) con pequeños de 3 y 4 años de edad, contrastaron si eran los niños en una inmersión bilingüe (inglés y español), o los que seguían sólo el programa en inglés, los que tenían un mayor rendimiento en pruebas en lengua inglesa de matemáticas, desarrollo de vocabulario, y alfabetización. Encontraron que los niños de ambos tipos de programas mejoraban en todas las medidas académicas y las aulas de inmersión bilingüe mostraron mejoras en el desarrollo de la lengua española, tanto para los ELL, como para los niños de habla inglesa y no el aprendizaje del idioma inglés no resultó perjudicado (Barnett y otros, 2007). Es importante señalar que las aulas, en los dos tipos de programas, contaron con un maestro titulado y con un asistente con una titulación que lo acreditaba para trabajar con niños. Una revisión de la literatura en K-12 (de 5 a 18 años) sobre el idioma de enseñanza proporciona evidencias contrarias a los hallazgos de Barnett y colaboradores; en particular, Lindholm-Leary y Borasato (2006) sugieren que la educación bilingüe puede estar relacionada con resultados educativos más positivos para estudiantes de edades superiores que están aprendiendo inglés (ELL). Teniendo en cuenta esta disparidad en los resultados, sería recomendable profundizar en la investigación sobre este tema en centros de educación infantil de alta calidad.

Uno de los pocos estudios centrado específicamente en la competencia matemática de esta población de estudiantes, sugiere que puede que no se den diferencias de rendimiento en matemáticas. Secada (1991) encontró que los estudiantes hispanos de primer curso de primaria no estaban en desventaja frente a sus compañeros nativos de habla inglesa en la resolución de problemas de suma y resta. Sin embargo, con el creciente número de ELL en la población estudiantil, es vital que se preste más atención a la relación entre el estatus lingüístico y la iniciación en el aprendizaje de las matemáticas para que la educación infantil pueda acomodar y ayudar a estos niños de forma efectiva.

3. Influencia del contexto y la experiencia

Como se ha señalado en el apartado anterior, las investigaciones han identificado diferencias consistentes entre las medias en competencia matemática y en rendimiento, dependiendo de la pertenencia a un grupo social particular. Por qué la pertenencia a un grupo produce tales diferencias es una pregunta complicada. La investigación sugiere que las primeras experiencias tienen un papel importante en la conformación de las diferencias observadas. En este apartado exploramos las contribuciones del contexto y de las primeras experiencias. Comenzamos con una discusión general sobre el papel de las familias en la formación de las primeras experiencias, incluyendo el conocimiento de los padres y sus creencias sobre las matemáticas, y la ayuda que dan en matemáticas (a sus hijos) a través de la participación en actividades matemáticas. Después, analizamos más específicamente cómo las diferencias en las experiencias en casa están relacionadas con las diferencias en el rendimiento observadas según el NSE. Por último, consideramos el papel del idioma en el aprendizaje de las matemáticas.

3.1. El papel de las familias

Las familias constituyen uno de los espacios sociales críticos en que los niños se desarrollan y aprenden (Bronfenbrenner, 2000; Iruka y Barbarin, 2008). Las familias influyen en el desarrollo infantil de muchas maneras, incluyendo las prácticas de crianza, la provisión de recursos, las interacciones con la escuela, y la participación en la comunidad (Weiss, Caspe, y Lopez, 2006; Woods y Kurtz-Costes, 2007). Los padres tienen diferentes actitudes, valores y creencias sobre la crianza de sus hijos, que dan lugar a un énfasis diferente en las actividades educativas en el hogar. Las familias inciden en el aprendizaje de las matemáticas a través de sus actividades en casa, sus conversaciones, actitudes, los materiales que proporcionan a sus hijos, las expectativas que tienen sobre su rendimiento, los modelos de comportamiento que encarnan, y los juegos a los que juegan. Los padres también establecen conexiones con los centros educativos de sus hijos –todo lo cual contribuye a conformar el inicio del desarrollo matemático infantil.

3.1.1. Conocimientos y creencias de los padres sobre el aprendizaje de las matemáticas en la educación infantil

Aunque hay pocos estudios empíricos sobre las creencias de los padres y sus comportamientos relacionados con la iniciación a las matemáticas, los existentes sugieren que los padres dan más importancia al desarrollo de la alfabetización (Barbarin y otros, 2008). Barbarin y colaboradores estudiaron las creencias de padres cuyos hijos asistían a escuelas infantiles públicas con respecto a las destrezas que los niños necesitan para estar bien preparados para la escuela primaria. Las destrezas matemáticas, y procedimientos tales como el conteo, fueron considerados menos importantes que otras habilidades sociales y cognitivas. En concreto, el lenguaje/alfabetización temprana fue mencionado el 50 por ciento de las veces, mientras que la iniciación numérica se mencionó sólo el 3,5 por ciento de las veces (Barbarin y otros, 2008). En el mismo sentido, Cannon y Ginsburg (2008) encontraron que las madres pensaban que era más importante que sus hijos aprendieran destrezas para la vida diaria y desarrollaran habilidades lingüísticas en la educación infantil. La mayoría de las madres del estudio informaron de que ellas pasaban más tiempo enseñando a sus hijos en casa habilidades lingüísticas que destrezas matemáticas.

3.1.2. La participación en actividades matemáticas

La competencia matemática infantil se apoya, y se va conformando, con las actividades relacionadas con las matemáticas en las que los pequeños se implican como parte de su vida cotidiana (Benigno y Ellis, 2008). Las prácticas de crianza en que los padres mantienen con sus hijos conversaciones con

presencia de conceptos numéricos, el juego con puzzles y formas geométricas, el fomento del conteo, y el uso de símbolos numéricos para representar cantidades en sus interacciones con el mundo físico, pueden facilitar el aprendizaje de las matemáticas (véanse, en el recuadro 4-1, ejemplos de cómo los padres pueden implicar a sus hijos en actividades matemáticas). La adquisición de conocimiento matemático va más allá del aprendizaje de los números. También abarca el aprendizaje de las formas y los patrones. Se facilita a través de conversaciones sobre lo que los niños hacen al calcular, resolver puzzles, y producir patrones, y en discusiones sobre por qué adoptan un determinado enfoque para un problema.

CUADRO 4.1

Cómo ayudar a niñas y niños a aprender matemáticas en casa

Los padres juegan un papel de apoyo importante en el aprendizaje de las matemáticas a través de las actividades relacionadas con las matemáticas en las que animan a implicarse a sus hijos. La incorporación de actividades centradas en las matemáticas durante el juego es una estrategia que potencia las matemáticas. Otra es sacar provecho de situaciones en las que las matemáticas son parte natural de tareas cotidianas, como ir de compras o cocinar. Durante las actividades diarias, los padres pueden:

- Observar detenidamente a sus hijos, ver lo que hacen, y animarles para que amplíen su uso incipiente de los números y símbolos numéricos.
- Recitar la lista de las palabras numéricas. Por ejemplo, al contar trozos pequeños de comida o el número de tazas que hay en la mesa.
- Pedir a los niños que expliquen cómo resuelven los problemas. Por ejemplo, se puede preguntar "¿Qué quieres decir con eso?" o "¿Por qué lo has hecho así?"
- Participar en actividades de juego con bloques, construir cosas, y en juegos de mesa.

Dada la prevalencia de Internet, la televisión y los videojuegos en la vida de los niños, incluso de los más pequeños (Fisch, 2008), estos medios de comunicación ofrecen oportunidades interesantes que pueden tener un impacto positivo en el desarrollo de las habilidades matemáticas tempranas. Fisch (2008) aporta una revisión de medios que incluyen un componente matemático. Entre ellos, hay programas de televisión, como Barrio Sésamo; software de juegos basados en matemáticas, como *Building Blocks* y *Millie's Math House*; sitios web que incluyen contenidos matemáticos, como el de Barrio Sésamo o el de Disney; y juguetes electrónicos interactivos.

Internet puede ser un instrumento para ayudar a las familias a desarrollar actividades relacionadas con las matemáticas para sus hijos. Algunos sitios web, como *FAMILY MATH*, del Pabellón Lawrence de la Ciencia de la Universidad de California en Berkeley, pueden proporcionar este tipo de ayuda. Aunque no se dispone de datos sobre la eficacia de este sitio web, "Matemáticas para la Familia" propone actividades divertidas que respetan la "integridad matemática" y usan materiales baratos de los que las familias suelen ya disponer en casa (ver http://sv.berkeley.edu/showcase/pages/fm_act.html)

De hecho, un estudio muestra cómo padres e hijos pueden participar en actividades relacionadas con las matemáticas. En un estudio pionero sobre la iniciación a las matemáticas en contextos familiares, Saxe y colaboradores (1987) hallaron que muchos de los niños de las 78 familias estudiadas, tanto de ingresos bajos como medios, utilizaban espontáneamente el número en sus actividades (contando juguetes, utilizando números en el juego, etc.), pero la naturaleza de su conocimiento numérico y el entorno diferían. Las madres participantes en el estudio informaron de que tanto ellas como sus hijos mostraban un gran interés en jugar con los números, pero los niños de familias con ingresos medios obtuvieron mejores resultados que los niños de familias con ingresos bajos, tanto en tareas de cardinalidad, como en las aritméticas.

A diario se producen numerosas oportunidades para que los niños y las familias exploren términos y conceptos matemáticos. Por ejemplo, en la comida, al comprar, en el juego, los deportes, al ver la televisión o al leer (Benigno y Ellis, 2008). De hecho, Blevins-Knabe y Musun-Miller (1996) proporcionan evidencias que confirman el efecto positivo del ejemplo (modelo) de los padres, informando de la relación que se produce entre la participación de los padres en actividades numéricas y la implicación de sus hijos en actividades similares. Además, estos autores hallaron que los informes de los padres sobre las actividades numéricas de los niños en casa predecían sus puntuaciones en una prueba estandarizada de habilidades matemáticas tempranas.

Varios estudios sugieren que la exposición al lenguaje y al sistema de signos de las matemáticas amplifica notablemente los puntos de partida universales del conocimiento cuantitativo infantil y contribuye a las diferencias observadas en la competencia matemática. Esto es cierto en lo que toca a la exposición al lenguaje de las matemáticas en educación infantil (Klibanoff y otros, 2006), así como en el hogar entre los 14 y los 30 meses (Levine y otros, en preparación). Estos estudios muestran el amplio abanico de palabras numéricas que se utilizan en estos ámbitos. Por ejemplo, en el estudio desarrollado en los hogares, un proyecto longitudinal en que las familias fueron visitadas cada 4 meses durante cinco sesiones de 90 minutos, durante las cuales se les pidió que realizaran las actividades habituales, el uso de palabras numéricas osciló entre un mínimo de 3 y un máximo de 175 ocurrencias. Del mismo modo, en los estudios en el aula, la cantidad de informaciones numéricas proporcionada por los maestros durante un período de una hora, que incluía la asamblea, osciló entre 1 y 104 casos codificados.

Mientras que la investigación sugiere que las familias incorporan las matemáticas a su vida cotidiana, es posible que también necesiten que se les recuerde la importancia de las matemáticas. Un estudio observacional con 39 niños de educación infantil y sus familias (Tudge y Doucet, 2004) encontró que los niños participaban en una tasa baja de "lecciones" explícitas de matemáticas en el transcurso del día y también demostraron bajos niveles de juego relacionado con las matemáticas. De las lecciones de matemáticas que se observaron, las más habituales fueron las clases que incluían la numeración y los tipos más habituales de juego matemático incluían juguetes en los que se aparecen numerales (puzles, programas informáticos, etc.). Además, los padres pueden sobreestimar las habilidades matemáticas de sus hijos. Fluck y colaboradores (2005) informaron de que los padres creían que sus hijos tenían una comprensión mucho mayor de la noción de cardinalidad (más allá de la recitación de la secuencia numérica) de la que los niños verdaderamente mostraban.

3.1.3. Diferencias en las experiencias infantiles y en el aprendizaje. Oportunidades en función de la situación socioeconómica

Los resultados sugieren que las diferencias en la competencia matemática infantil debidas al NSE están relacionadas con las diferencias paralelas en las experiencias que se proporcionan a los niños en el hogar. Para los padres de algunas familias de NSE bajo, el apoyo que pueden dar a sus hijos para la adquisición de destrezas matemáticas puede verse obstaculizado por diversos factores. La pobreza y la incertidumbre relacionada con la falta de recursos y la inestabilidad en la vivienda pueden fácilmente llegar a "llenarlo todo", dejando poco espacio para lo demás. Los padres de familias de bajo NSE, aunque se preocupen por la educación de sus hijos, pueden sentirse menos preparados para ayudarles debido a las limitaciones en su propia educación, las tensiones producidas por la insuficiencia de recursos económicos, las necesidades desatendidas de salud mental, la falta de confianza en las habilidades matemáticas propias, o la falta de concienciación sobre la importancia del desarrollo del pensamiento matemático inicial (investigaciones sobre los efectos de la pobreza sobre la crianza pueden verse, por ejemplo, en Knitzer y Lefkowitz, 2006; McLoyd, 1990; en Clements y Sarama, 2007, hay una discusión específica sobre las familias con bajos ingresos y las matemáticas).

Las investigaciones muestran que los padres con bajos ingresos proporcionan a sus hijos menos actividades matemáticas que los padres de clase media (Starkey y otros, 1999). Entre ellas se incluyen actividades gratuitas, como las integradas en las experiencias cotidianas o en juegos inventados (no comerciales), lo que indica que, en cierta medida, la falta de recursos económicos no explica la diferencia. Starkey y Klein (2008) sugieren que, en su lugar, la diferencia puede radicar en la formación académica y en la asistencia a cursos de matemáticas. La diferencia podría también basarse en los recursos. Ramani y Siegler (2008), en un estudio sobre juegos de mesa, encontraron que, aunque el 80 por ciento de niños de clase media menores de 5 años decían que jugaban a uno o más juegos de mesa fuera de la escuela, solo el 47 por ciento de los participantes en el programa *Head Start* lo hacía. Sin embargo, los juegos de mesa pueden elaborarse fácilmente y utilizarse en casa.

También es importante recordar que, en muchos casos, los niños y familias de bajo NSE participan en muchos más programas, y con distintas agencias, que sus compañeros más acomodados. "Explorar la contribución de estos recursos adicionales es importante, porque la interpretación de los efectos del NSE como algo que depende exclusivamente de la familia o del niño significaría que las políticas, y las intervenciones mediante estos programas, podrían tener un enfoque demasiado limitado en el intento de mejorar los resultados educativos de los niños de NSE bajo" (Aikens y Barbarin, 2008, p. 236). Los responsables políticos, investigadores, y profesionales no deberían ignorar la importancia de las interacciones y experiencias en múltiples contextos y la naturaleza del desarrollo en la vida cotidiana. Por lo tanto, al nivel de una madre y su hijo interactuando en un contexto social más amplio, único en cada entorno cultural, es la dinámica completa la que puede influir en el aprendizaje del niño y, en particular, reforzar u obstaculizar el desarrollo del pensamiento matemático y la comprensión.

La diferencia debida al NSE previa a la entrada en la educación infantil, sugiere que el ambiente del hogar juega un papel importante, aunque es necesario señalar que los programas de educación infantil no parecen contribuir a la disminución de esta diferencia. De hecho, la diferencia aumenta durante los años de la educación infantil. "En los Estados Unidos, ni el hogar, ni los entornos para el aprendizaje infantil de los niños de NSE bajo, proporcionan estímulos suficientes para anular, o incluso mantener sin aumento, las diferencias relacionadas con el NSE en el conocimiento matemático" (Starkey y Klein, 2008, p. 266). La cuestión de cómo ayudar mejor a los niños de familias con bajos ingresos en matemáticas y hacer frente a estas diferencias se recoge con detalle en el capítulo 7.

3.2. El papel del idioma

Los idiomas varían en la forma de representar los conceptos matemáticos. Esta variación parece estar vinculada a variaciones en el aprendizaje infantil de las matemáticas. Por ejemplo, diversos estudios recientes han mostrado que las características del lenguaje de los hablantes influyen en las habilidades cuantitativas de niños y adultos. Una serie de estudios puso en evidencia que las variaciones en la estructura de un marcador morfológico, referido a un elemento del lenguaje que identifica la cantidad en diferentes idiomas, se asocian con la edad en que los niños aprenden el significado de números cardinales específicos.

Es decir, los niños que hablan un idioma que marca la distinción singular-plural a través de un marcador morfológico (p. ej., la 's' al final de 'perros', que indica que la palabra es plural, es el marcador morfológico) adquieren los significados de los números cardinales pequeños antes que otros niños cuyo idioma no hace tal distinción (p. ej., LeCorre, Li, y Lee, 2004; Li y otros, 2003; Sarnecka y otros, 2007). Aún más sorprendentemente, resultados recientes han descubierto que los adultos en grupos culturales con pocas palabras numéricas, obtienen peores resultados que otros adultos de grupos culturales con sistemas numéricos más elaborados, en asociaciones de cantidades iguales, ejecución de operaciones aritméticas, y otras tareas cognitivas que requieren un conocimiento numérico exacto (Gordon, 2004; Pica y otros, 2004). También hay gran cantidad de investigaciones sobre las implicaciones de los nombres de los números en diferentes sistemas de numeración para el aprendizaje de las matemáticas.

3.2.1. Diferencias idiomáticas en los nombres de los números

Las diferencias idiomáticas en los nombres de los números han sido atendidas con profundidad en la literatura. Estas diferencias parecen estar relacionadas con el grado de dificultad con que los niños aprenden a contar, una tarea esencial durante la primera infancia. Los nombres y símbolos numéricos pueden ser (y han sido) generados siguiendo una fascinante variedad de sistemas (ver Ifrah, 1985; Menninger, 1958/1969). Debido a que el sistema de base diez es tan familiar y generalizado, y porque los seres humanos tenemos 10 dedos, puede parecer que el desarrollo de un sistema de base diez es, de algún modo, natural e inevitable. Históricamente, los sistemas de base 4 y base 8 también fueron comunes (Menninger, 1958/1969). Sin embargo, la mayoría de las lenguas modernas utilizan actualmente sistemas que se organizan alrededor de la base 10, aunque las lenguas varían en la consistencia y transparencia de esa estructura. Por ejemplo, los nombres de los números en inglés, español y chino difieren en aspectos importantes. En los tres idiomas, los nombres de los números se pueden describir, en una primera aproximación, como un sistema de base diez, pero las lenguas difieren en la claridad y la coherencia con que la estructura de base diez se refleja en los nombres utilizados para los números.

Las representaciones de los números del 1 al 9 consisten en una lista no organizada de forma sistemática. No hay manera de predecir que "5" o "cinco", "five", o "wu" viene después de "4", "cuatro", "four" o "si" en el sistema de las cifras arábigas, el español, inglés, o en chino, respectivamente. Los nombres de los números mayores que 10 también difieren de un modo interesante entre los tres idiomas. El sistema chino de nombrar los números establece una correspondencia directa con el sistema de numeración hindú-árabe utilizado para escribir numerales con cifras. Por ejemplo, una traducción literal "shi qi" (17) en español sería "diez y siete" (o "ten and seven" en inglés). El inglés tiene nombres impredecibles para "11" y "12" que conservan sólo una relación histórica con "uno" y "dos" del sajón antiguo *ellevan* (*one left over*, uno sobrante) y *twelif* (*two left over*, dos de sobra) (Menninger, 1958/1969). El que el límite entre 10 y 11 esté marcado de alguna manera es muy relevante, porque este es el primer indicio potencial de que los nombres de los números se organizan de acuerdo a un sistema de base diez.

Los nombres de los números en inglés más allá del 12 (*twelve*) tienen una estructura interna, pero esta relación es oscurecida por modificaciones fonéticas de muchos de los elementos utilizados del 1 al 10 (por ejemplo, "ten" se convierte en "teen", "three" se convierte en "thir", y "five" se convierte en "fif"). Además, el orden de formación invierte el valor posicional en comparación con los sistemas arábigo-hindú y chino (y con respecto a los nombres en inglés por encima del 20), diciendo el valor más pequeño antes que el valor más grande (p. ej., se dice "fourteen", pero se escribe 14, con el 4 en segundo lugar). El español sigue el mismo patrón básico que el inglés en los números mayores que diez, aunque posiblemente haya un paralelismo más claro entre "uno, dos, tres" y "once, doce, trece" que entre "one, two, three" y "eleven, twelve, thirteen". La mayor diferencia entre el español y el inglés es que, después de 15, los nombres de los números en español adquieren repentinamente una estructura diferente. Así, el nombre de 16 en español "diez y seis", sigue la misma estructura básica de los numerales arábigos y de los nombres de los números chinos (empezando por el valor de las decenas y luego diciendo el lugar de las unidades), en lugar que la estructura utilizada por los nombres en inglés de los números del 13 al 19, y por los nombres de los números del 11 al 15 en español (comenzando por el lugar de las unidades y luego nombrando el valor de las decenas).

Pasado el 20, todos estos sistemas de nombrar-números convergen en la estructura china de nombrar el valor más grande antes del más pequeño, de acuerdo al orden en que se escriben los valores en los numerales. A pesar de esta convergencia, los sistemas continúan difiriendo en la claridad de la conexión entre los nombres de las décadas y los valores unitarios correspondientes. Los números chinos son consistentes en la formación de los nombres de las décadas mediante la combinación de un valor unitario y la base (10). Los nombres de las décadas en inglés y español pueden derivarse en

general del nombre para el valor de la unidad correspondiente, con diferentes grados de modificación fonética (por ejemplo, "five" se convierte en "fif" en inglés como en fifty en lugar de fivety, "cinco" se convierte en "cincuenta" en español) y hay algunas notables excepciones, en especial, el nombre especial de 20 ("veinte") que se utiliza en español.

3.2.2. Consecuencias para el aprendizaje del conteo

Aunque las lenguas difieren en la longitud y complejidad de la parte irregular del sistema de los nombres que se deben aprender, en general, los niños deben aprender bastantes nombres de números antes de llegar a que los datos faciliten la inducción de que están tratando con un sistema de nombres ordenado que sigue una base diez. Examinar en qué medida las diferencias en el aprendizaje reflejan las diferencias en los términos utilizados para contar, puede servir para evaluar los efectos de los sistemas de nombrar los números en la iniciación matemática infantil.

Las investigaciones sobre la adquisición de los nombres de los números (Fuson, Richards, y Briars, 1982; Miller y Stigler, 1987; Siegler y Robinson, 1982) indican que los niños en América aprenden a recitar la lista de los nombres de los números, al menos hasta el diecinueve, en esencia, como una tarea de aprendizaje memorístico. Cuando comienzan a contar por encima del veinte, los alumnos estadounidenses de educación infantil suelen producir nombres numéricos idiosincrásicos, lo que indica que no logran entender la estructura de base diez subyacente a los nombres de los números mayores, y a menudo cuentan "veintiocho, veintinueve, veintidiez, veintionce, veintidoce". Este tipo de error es extremadamente inhabitual en niños chinos, lo que indica que la estructura de base diez de los nombres de los números es más accesible para los alumnos que estudian en chino que para los niños que aprenden a contar en inglés.

Las consecuencias cognitivas de la relativa complejidad de los nombres de los números en inglés no se limitan a los obstáculos en el camino de la iniciación en el aprendizaje del conteo. Los hablantes de inglés y de otros idiomas europeos (Fuson, Fraivillig y Burghardt, 1992; Séron y otros, 1992) se enfrentan a una tarea compleja para aprender a escribir los numerales arábigos, más difícil de la que afrontan los hablantes de chino (p. ej., comparar la correspondencia entre nombre y numeral de "veinticuatro" con el de "catorce" en ambos idiomas). El trabajo de Miura y otros (Miura, 1987; Miura y Okamoto, 1989; Miura y otros, 1988, 1993) plantea que la falta de transparencia al marcar la base diez en inglés tiene también consecuencias conceptuales. Estos autores han descubierto que los hablantes de lenguas cuyos nombres numéricos siguen el mismo patrón que el chino (como el coreano y japonés) son más capaces que los hablantes de inglés, y otros idiomas europeos, para representar números utilizando bloques de base diez y realizar otras tareas que implican el valor posicional. Dado que los algoritmos aritméticos escolares se estructuran en gran medida en torno al valor posicional, esta indicación de que la complejidad de los nombres de los números afecta a la facilidad con que los niños adquieren este concepto básico, es un hallazgo de verdadera relevancia educativa.

Al aprender a contar, los niños deben adquirir una combinación de conocimientos convencionales sobre los nombres de los números (deben aprender la lista ordenada de las palabras numéricas propias de su cultura), una comprensión conceptual de los principios matemáticos subyacentes al conteo, y la capacidad de aplicar este conocimiento a la resolución de problemas matemáticos. Las diferencias de idioma durante la educación infantil parecen limitarse al primer aspecto del aprendizaje del conteo. Por ejemplo, Miller y colaboradores (1995) no encontraron diferencias entre los alumnos chinos de educación infantil y los estadounidenses al infringir los principios del conteo al contar objetos, o en la capacidad para utilizar el conteo para producir conjuntos de un tamaño determinado en el curso de un juego. Los efectos de las diferencias en la estructura de los nombres de los números en el desarrollo inicial de las matemáticas parecen estar restringidos a los aspectos matemáticos que requieren que se aprendan y usen estos sistemas de símbolos. Estos efectos tienen implicaciones para el aprendizaje de los numerales árabes y, por tanto, para la adquisición del sistema de símbolos principal que se emplea en las matemáticas escolares.

La naturaleza y la evolución temporal de las diferencias en la iniciación al conteo entre los alumnos de educación infantil que hablan chino y los que hablan inglés corresponden con las predicciones basadas en la morfología de los nombres de los números. Las evidencias provenientes del conteo de objetos reflejan que estas diferencias también se limitan a los aspectos del conteo que requieren nombrar los números. Miller y otros (1995) observaron a niños contando conjuntos de objetos de tamaño pequeño (3-6 elementos), mediano (7-10 elementos), y grande (14 a 17 elementos). Descubrieron que los niños que hablan chino fueron significativamente más propensos a indicar la palabra numérica correcta para un conjunto que los niños de habla inglesa, pero esto se debía por completo a la mayor probabilidad de que los niños chinos recitaran correctamente la secuencia numérica. La tarea de coordinar perfectamente el recitado de las palabras numéricas y el señalamiento de objetos al contar resulta bastante difícil para los alumnos más pequeños (menores de 5 años) de educación infantil, tanto para los niños de Estados Unidos como para los chinos: el 37 por ciento de los estadounidenses y el 38 por ciento de los chinos o bien señalaban un objeto y no producían un nombre numérico o al revés. Contar un objeto dos veces o dejar objetos sin contar fue incluso más habitual, pero de nuevo sin diferencias entre los niños de educación infantil chinos y estadounidenses.

3.2.3. Consecuencias para el uso de la estructura de base diez en la resolución de problemas

La estructura de los nombres de los números está asociada con una diferencia específica y limitada en el curso de la adquisición del conteo entre los niños de habla inglesa y los de habla china. Una de las áreas en las que puede haber consecuencias conceptuales de estas diferencias lingüísticas es en la comprensión infantil del principio de base diez que subyace a la estructura de los numerales arábigos. Esta estructura es una característica de un sistema de representación particular más que un hecho matemático fundamental, pero es una característica incorporada en muchos de los algoritmos que los niños aprenden para realizar operaciones aritméticas y por tanto es un concepto de gran alcance en el desarrollo matemático inicial. Debido a que los nombres de los números en inglés no muestran la estructura de base diez tan consistentemente, o tan al inicio de la secuencia de contar, como los nombres chinos de los números, la comprensión conceptual de los niños de habla inglesa sobre esta estructura de base diez podría retrasarse en comparación con sus pares de habla china.

Miura y sus colaboradores (Miura, 1987; Miura y Okamoto, 2003; Miura y otros, 1993) analizaron la comprensión de la base diez de dos grupos de alumnos de primer curso de primaria: los hablantes de idiomas orientales, cuyos sistemas de nombres numéricos incorporan una clara estructura de base diez, por lo general basados en el chino, y los hablantes de las lenguas europeas, que no muestran una estructura clara de base diez en sus nombres numéricos. La tarea principal que se utilizó fue solicitar a los niños que representaran el valor cardinal asociado a un nombre numérico determinado, empleando conjuntos de bloques que representan las unidades y decenas. Los niños cuya lengua nativa es el chino, el coreano o el japonés tienen más probabilidades de representar los números como conjuntos de decenas y unidades, ya sea como primera o segunda opción, que los niños cuya lengua materna es el inglés, el francés o el sueco.

Ho y Fuson (1998) compararon el rendimiento de niños de educación infantil que hablaban chino en Hong Kong con niños de habla inglesa en Gran Bretaña y Estados Unidos. Descubrieron que la mitad de los niños de 5 años de habla china que podían contar al menos hasta 50 (pero ninguno de los niños de habla inglesa), fueron capaces de aprovechar la estructura de base diez de los nombres de los números para determinar rápidamente la respuesta a problemas de suma de la forma " $10 + n = ?$ ", en contraste con otros problemas. Fuson y Kwon (1992) argumentaron que la estructura de los nombres chinos de los números facilita el uso de la estrategia del "complemento al diez" que se usa en la iniciación a la suma. En esta estrategia, cuando la suma de números es mayor que 10 (p. ej., $8 + 7$), el sumando más pequeño se descompone en el complemento para las decenas del otro sumando (2) y lo que queda por sumar (5); la solución es 10 más lo que resta por sumar ($10 + 5$).

En los sistemas de nombrar números con estructura similar a la china, la solución corresponde al resultado del cálculo ("shi wu" es "10 5"); en español, hay un paso adicional, dado que la respuesta da lugar a un nombre numérico diferente⁴ ("quince"). Fuson y Kwon indican que la mayoría de los coreanos de primer curso de primaria que examinaron ya utilizaban este método antes de que se les enseñara explícitamente en la escuela. La instrucción explícita puede ser necesaria para los niños de habla inglesa, y hay evidencias de que puede tener éxito, incluso con niños de poblaciones en riesgo. Fuson y colaboradores (Fuson, Smith, y Lo Cicero, 1997) informaron del éxito alcanzado con la enseñanza explícita a niños de bajo NSE de primero curso de primaria en entornos urbanos sobre la estructura de base diez de los números, que produjo el resultado de que al final del curso el rendimiento en aritmética era similar al descrito en niños de Asia oriental.

4. Dificultades de aprendizaje en matemáticas

Las dificultades⁵ de aprendizaje en matemáticas aparecen en un porcentaje de la población escolar primaria de entre un 6 y un 10 por ciento (Barberisi y otros, 2005). Muchos más niños sufren conflictos con una o más áreas de contenido en matemáticas en algún momento de su vida escolar (Geary, 2004). Aunque se han dedicado menos estudios a las dificultades en matemáticas que a las de lectura (Geary y Acumulación, 2001; Ginsburg, 1997), en las últimas dos décadas se han logrado avances considerables con respecto a la comprensión sobre la naturaleza de las dificultades en matemáticas (y discapacidades) que los niños experimentan en la escuela (Gersten, Jordan, y Flojo, 2005).

4.1. Características de las dificultades de aprendizaje

La falta de fluidez en el cálculo es el rasgo característico de las dificultades de aprendizaje en la escuela primaria (p. ej., Geary, 2004; Hasselbring, Goin, y Bransford, 1988; Jordan y Montani, 1997; Jordan, Hanich, y Kaplan, 2003a, 2003b; Ostad, 1998; Russell y Ginsburg, 1984). La fluidez de cálculo se refiere al cálculo preciso, eficiente, y flexible con las operaciones básicas. Un conocimiento deficiente de los hechos numéricos reduce los recursos cognitivos y atencionales necesarios para el aprendizaje de matemáticas más avanzadas (Goldman y Pellegrino, 1987). Las deficiencias en la fluidez de cálculo pueden identificarse con fiabilidad en los primeros años escolares y, si no se abordan, son muy persistentes a lo largo de toda la escuela primaria y secundaria (Jordan, Hanich, y Kaplan, 2003b).

Los niños de todo el mundo van evolucionando por un camino de aprendizaje a través de distintos niveles de estrategias de resolución de problemas de suma y resta. Estos niveles se van volviendo progresivamente más abstractos, abreviados, anidados, y complejos. A medida que avanzan a través de estos niveles, muchos niños utilizan una combinación de estrategias que varían según el tamaño del número y otros aspectos de la situación problema (Geary y Burlinghman-Dubree, 1989; Siegler y Jenkins, 1989; Siegler y Robinson, 1982; Siegler y Shipley, 1995). Por el contrario, los niños con dificultades de aprendizaje en matemáticas se estancan en métodos del nivel 1 más primitivo durante largos períodos en la escuela primaria, no utilizan procedimientos de conteo eficientes (p. ej., contar desde el sumando mayor), y cometen errores de conteo frecuentes durante su aprendizaje de la suma y la resta (Geary, 1990). Ellos también van retrasados con respecto a otros niños en la precisión y la linealidad de sus estimaciones en la recta numérica (Geary y otros, 2007).

⁴ La misma comparación se puede establecer en dos cálculos distintos dentro del idioma español. Diez y seis son dieciséis (como ocurre con $10 + 6$ en chino). Sin embargo, diez y cinco no son diecicinco, sino quince.

⁵ *Nota de traducción:* En todo el apartado se ha traducido *disabilities* por dificultades. El término dificultad tiene un carácter más general. Una opción alternativa es traducir por "discapacidad".

Los investigadores distinguen entre los niños con problemas de aprendizaje específicos de las matemáticas y los que tienen dificultades de aprendizaje tanto en matemáticas como en lectura. Jordan y colaboradores (Hanich y otros, 2001; Jordan, Hanich, y Kaplan, 2003; Jordan, Kaplan y Hanich, 2002), así como otros investigadores (p. ej., Geary, Hamson y Tesoro, 2000; Landerl, Bevan, y Butterworth, 2004) sugieren que la naturaleza de las carencias matemáticas es similar para ambos grupos, aunque los niños con ambas dificultades combinadas muestran menor rendimiento general. Lo que diferencia a los niños que tienen solo dificultades en matemáticas de los que tienen a la vez dificultades en matemáticas y lectura es que el primer grupo tiene un mejor rendimiento en problemas aritméticos verbales, que dependen de la comprensión del lenguaje, así como de la facilidad de cálculo. La posibilidad de ponerse al día en matemáticas es mucho mayor para los niños que solo tienen dificultades en matemáticas, ya que estos pueden explotar su relativa fortaleza general en el lenguaje para compensar sus deficiencias numéricas.

Algunas investigaciones indican que las dificultades de aprendizaje en matemáticas tienen su origen en deficiencias iniciales con los números, las relaciones numéricas, y las operaciones aritméticas y no en déficits cognitivos más generales (p. ej., Gersten y otros, 2005; Malofeeva y otros, 2004). Una competencia numérica deficiente se refleja en el escaso desarrollo de los procedimientos de conteo, la recuperación lenta de hechos numéricos, y la falta de precisión en el cálculo, todas ellas características de las dificultades de aprendizaje (Geary y otros, 2000; Jordan, Hanich, y Kaplan, 2003a). La habilidad con las combinaciones numéricas está ligada al conocimiento numérico fundamental (Baroody y Rosu, 2006; Locuniak y Jordan, en prensa). Un procedimiento de conteo preciso y eficiente puede llevar a establecer fuertes conexiones entre un problema y su solución (Siegler y Shrager, 1984). La discalculia evolutiva, una forma grave de discapacidad matemática con una base neurológica conocida, se explica mejor a través de deficiencias específicas en el ámbito del conocimiento numérico que por déficits generales relacionados con la memoria, el procesamiento espacial, o el lenguaje (Butterworth y Reigosa, 2007). Aunque continúa el debate sobre las bases de las dificultades de aprendizaje en matemáticas y los criterios diagnósticos (p. ej., Geary y otros, 2007), la debilidad en el sentido numérico parece ser un tema recurrente en la literatura. Este hallazgo tiene implicaciones didácticas para la educación matemática infantil. En concreto, las intervenciones tempranas que se centran en el sentido numérico tienen el potencial de mejorar los resultados de aprendizaje en matemáticas de los pequeños.

4.2. La ayuda a los niños con alto riesgo

Las competencias numéricas tempranas sirven como fundamento para el aprendizaje de las matemáticas formales (Griffin y otros, 1994; Miller, 1992). Las limitaciones en las mismas pueden evitar que los niños se beneficien de la enseñanza matemática formal al entrar en la escuela, independientemente de que estas estén asociadas con desventajas producidas por el entorno o con dificultades de aprendizaje genuinas o discapacidades (Baroody y Rosu, 2006; Griffin, 2007). En un estudio reciente, Jordan y colaboradores (en prensa) encontró que un rendimiento pobre en matemáticas está condicionado por un bajo sentido numérico, independientemente de la clase social de los niños. Es decir, las carencias en el sentido numérico son mejor predictor de un bajo rendimiento en matemáticas que el NSE cuando todo lo demás es igual. Las implicaciones de este trabajo dicen que los niños de familias con bajos ingresos, y los que tienen dificultades en matemáticas, se beneficiarían de una intervención en matemáticas durante los primeros años (Jordan y otros, en prensa). Las competencias numéricas parecen tener orígenes neurológicos, con sus componentes básicos (p. ej., la subitización y las representaciones numéricas aproximadas) desarrollándose sin apenas necesidad de enseñanza formal (Berch, 2005; Dehaene, 1997; Feigenson, Dehaene y Spelke, 2004). Estas bases tempranas sustentan el aprendizaje de habilidades numéricas más complejas que implican las palabras numéricas, la comparación de números, y el conteo. Los niños con dificultades en matemáticas parecen tener problemas con el sistema de numeración simbólico, más que con el sistema universal de magnitud analógica. El conocimiento del sistema de numeración simbólico está fuertemente influenciado por la experiencia y la enseñanza (Geary, 1995; Levine y otros, 1992).

Animar a los pequeños a implicarse en actividades numéricas (p. ej., un maestro de infantil o una madre pide a un niño que le dé 4 galletas) y juegos sencillos (p. ej., juegos de mesa que enfatizan la correspondencia uno a uno, el conteo, y desplazarse a lo largo de un camino) es importante para fortalecer los fundamentos y para la construcción de los conocimientos numéricos convencionales (Gersten y otros, 2005, Klibanoff y otros, 2006; Levine y otros, en preparación). Case y Griffin (1990) indican que la formación del sentido numérico está estrechamente relacionada con las experiencias de los niños en su hogar con conceptos numéricos (p. ej., la lectura de libros de números con los niños). Además, los esfuerzos para enseñar las destrezas numéricas a niños de *kindergarten* en riesgo resultan prometedores de cara a la mejora del rendimiento en matemáticas (Griffin y otros, 1994). En un estudio reciente, Ramani y Siegler (2008) mostraron que jugar a un juego de mesa que requería contar a lo largo de un camino formado por casillas numeradas, mejoraba el rendimiento de los niños de 5 años en conteo, identificación de numerales, estimación de la magnitud numérica, y estimación en una recta numérica, y que la mejora se mantuvo, tras un seguimiento realizado varias semanas después. Es importante destacar que los niños que jugaban a este juego decían los nombres de los números escritos en las casillas según contaban a partir del número, uno o dos más, en lugar de decir "uno" o "dos" a medida que iban contando⁶. El uso de juegos para facilitar a los niños el dominio básico del número, el conteo, y los conceptos y destrezas aritméticas, ha sido durante mucho tiempo defendido por los educadores matemáticos (p. ej., Baroody, 1987; Ernest, 1986; Wynroth, 1986). Esta es una propuesta que está sustentada en la investigación (pueden verse revisiones en, p. ej., Baroody, 1999; Bright, Harvey y Wheeler, 1985).

Los efectos de las debilidades en las matemáticas iniciales, si estas no se atajan, pueden padecerse a lo largo de toda la escolaridad y más allá. Hay buenas razones para creer que una enseñanza intensiva temprana, tanto en el hogar como en la escuela, proporcionará a los niños la base que necesitan para abordar con éxito las matemáticas escolares en la educación primaria y les ayudará a "delinear el curso de su viaje matemático" (Griffin, 2007, p. 392).

Referencias

- Aikens, N.L., and Barbarin, O. (2008). Socioeconomic differences in reading trajectories: The contribution of family, neighborhood, and school contexts. *Journal of Educational Psychology*, 100(2), 235-251.
- Arnold, D.H., Fisher, P.H., Doctoroff, G.L., and Dobbs, J. (2002). Accelerating math development in Head Start classrooms. *Journal of Educational Psychology*, 94(4), 762-770.
- Baenninger, M., and Newcombe, N. (1989). The role of experience in spatial test performance: A meta-analysis. *Sex Roles*, 20, 327-344.
- Barbatesi, M.J., Katusic, S.K., Colligan, R.C., Weaver, A.L., and Jacobsen, S.J. (2005). Math learning disorder: Incidence in a population-based birth cohort, 1976-1982, Rochester, Minn. *Ambulatory Pediatrics*, 5(5), 281-289.
- Barbarin, O.A., Early, D., Clifford, R., Bryant, D., Frome, P., Burchinal, M., Howes, C., and Pianta, R. (2008). Parental conceptions of school readiness: Relation to ethnicity, socioeconomic status, and children's skills. *Early Education & Development*, 19(5), 671-701.
- Barnett, W.S., Yarosz, D.J., Thomas, J., Jung, K., and Blanco, D. (2007). Two-way monolingual English immersion in preschool education: An experimental comparison. *Early Childhood Research Quarterly*, 22, 277-293.
- Baroody, A.J. (1987). *Children's Mathematical Thinking: A Developmental Framework for Preschool, Primary, and Special Education Teachers*. New York: Teachers College Press.

⁶ *Nota del traductor*: Es decir, si un niño está en la casilla numerada con un 6, y saca un dos en el dado, debía decir: "siete, ocho", leyendo los dos numerales escritos con cifras en las siguientes casillas. Normalmente, el niño que saca un dos en estos juegos señala las casillas siguientes a la del 6 (la del 7 y la del 8) mientras dice: "uno, dos". Este cambio en el procedimiento de conteo favorece el uso de un procedimiento de conteo eficiente como es el "contar a partir del primero".

- Baroody, A.J. (1999). The development of basic counting, number, and arithmetic knowledge among children classified as mentally handicapped. In L.M. Glidden (Ed.), *International Review of Research in Mental Retardation* (vol. 22, pp. 51-103). San Diego, CA: Academic Press.
- Baroody, A.J., and Rosu, L. (2006). *Adaptive Expertise with Basic Addition and Subtraction Combinations: The Number Sense View*. Paper presented at the American Educational Research Association, San Francisco, CA.
- Benigno, J.P., and Ellis, S. (2008). Do parents count? The socialization of children's numeracy. In O.N. Saracho and B. Spodek (Eds.), *Contemporary Perspectives on Mathematics in Early Childhood Education* (pp. 291-308). Charlotte, NC: Information Age.
- Berch, D.B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38 (4), 333-339.
- Blevins-Knabe, B., and Musun-Miller, L. (1996). Number use at home by children and their parents and its relationship to early mathematical room. *Early Development and Parenting*, 5(1), 35-45.
- Bright, G.W., Harvey, J.G., and Wheeler, M.M. (1985). Learning and mathematics games. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph* (whole volume). Reston, VA.
- Bronfenbrenner, U. (2000). Ecological system theory. In A.E. Kazdin (Ed.) *Encyclopedia of Psychology* (vol. 3, pp. 129-133). Washington, DC: American Psychological Association.
- Butterworth, B., and Reigosa, V. (2007). Information processing deficits in dyscalculia. In D. Berch and M. Mazzocco (Eds.), *Why Is Math So Hard for Some Children?* (pp. 65-81). Baltimore, MD: Paul H. Brookes.
- Cannon, J., and Ginsburg, H.P. (2008). "Doing the math": Maternal beliefs about early mathematics versus language learning. *Early Education and Development*, 19, 238-260.
- Cannon, J., Levine, S.C., and Huttenlocher, J. (2007, March). *Sex Differences in the Relation of Early Puzzle Play and Mental Transformation Skill*. Paper presented at the biennial meeting of the Society for Research on Child Development, Boston, MA.
- Carr, M., Shing, Y.L., Janes, P., and Steiner, H. (2007). *Early Gender Differences in Strategy Use and Fluency: Implications for the Emergence of Gender Differences in Mathematics*. Paper presented at the biennial meeting of the Society for Research in Child Development, March, Boston, MA.
- Case, R., and Griffin, S. (1990). Child cognitive development: The role of central conceptual structures in the development of scientific and social thought. In E.A. Hauert (Ed.), *Developmental Psychology: Cognitive, Perceptuo-Motor, and Neurological Perspectives* (pp. 193-230). North-Holland, Amsterdam: Elsevier Science.
- Casey, M.B., Erkut, S., Ceder, I., and Young, J.M. (2008). Use of a storytelling context to improve girls' and boys' geometry skills in kindergarten. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 29, 29-48.
- Civil, M. (1998). *Bridging In-School Mathematics and Out-of-School Mathematics: A Reflection*. Paper presented at the annual meeting of the American Education Research Association, April, San Diego, CA.
- Clements, D.H., and Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In J.F.K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 461-555). New York: Information Age.
- Clements, D.H., and Sarama, J. (2008). Experimental evaluation of the effects of a research based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal*, 45, 443-494.
- Clements, D.H., Sarama, J., and Gerber, S. (2005). *Mathematics Knowledge of Low-Income Entering Preschoolers*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Montreal, Quebec, Canada.
- Coley, R.J. (2002). *An Uneven Start: Indicators of Inequality in School Readiness*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- Dehaene, S. (1997). *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*. New York: Oxford University Press.
- Duncan, G.J., Dowsett, C.J., Classens, A., Magnuson, K., Huston, A.C., Klebanov, P., Pagani, L.S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K., and Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43 (6), 1428-1446.
- Ebbeck, M. (1984). Equity for boys and girls: Some important issues. *Early Child Development and Care*, 18, 119-131.
- Ehrlich, S.B., and Levine, S.C. (2007, March). What Low-SES Children Do Know About Number: A Comparison of Head Start and Tuition-Based Preschool Children's Number Knowledge. Paper presented at the *biennial meeting of the Society for Research on Child Development*, Boston, MA.

- Ehrlich, S.B., Levine, S.C., and Goldin-Meadow, S. (2006). The importance of gesture in children's spatial reasoning. *Developmental Psychology*, 42, 1259-1268. http://babylab.uchicago.edu/research_files/Ehrlich_2006.pdf
- Entwisle, D.R., and Alexander, K.L. (1990). Beginning school math competence: Minority and majority comparisons. *Child Development*, 61, 454-471.
- Ernest, P. (1986). Games: A rationale for their use in the teaching of mathematics in school. *Mathematics in School*, 15(1), 2-5.
- Fairweather, H., and Butterworth, G. (1977). The WPPSI at four years: A sex difference in verbal-performance discrepancies. *British Journal of Educational Psychology*, 47, 85-90.
- Feigenson, L., Dehaene, S., and Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 8(7), 307-314.
- Fennema, E., Carpenter, T.P., Jacobs, V.R., Franke, M.L., and Levi, L.W. (1998). A longitudinal study of gender differences in young children's mathematical thinking. *Educational Researcher*, 27, 6-11.
- Fisch, S.M. (2008). *The Role of Educational Media in Preschool Mathematics Education*. Teaneck, NJ: Mediakidz Research and Consulting.
- Fluck, M., Linnell, M., and Holgate, M. (2005). Does counting count for 3- to 4-year-olds? Parental assumptions about preschool children's understanding of counting and cardinality. *Social Development*, 14, 496-513.
- Fuchs, L.S., Fuchs, D., Compton, D.L., Bryant, J.D., Hamlett, C.L., and Seethaler, P.M. (2007). Mathematics screening and progress monitoring at first grade: Implications for responsiveness to intervention. *Exceptional Children*, 73(3), 311-330.
- Fuson, K.C., and Kwon, Y. (1992). Korean children's single-digit addition and subtraction: Numbers structured by ten. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(2), 148-165.
- Fuson, K.C., Richards, J., and Briars, D.J. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequences. In C. Brainerd (Ed.), *Progress in Cognitive Development: Volume 1. Children's Logical and Mathematical Cognition* (pp. 33-92). New York: Springer-Verlag.
- Fuson, K.C., Fraivillig, J.L., and Burghardt, B.H. (1992). Relationships children construct among English number words, multiunit base-ten blocks, and written multi-digit addition. In J.I.D. Campbell (Ed.), *The Nature and Origins of Mathematical Skills* (pp. 39-112). New York: North-Holland.
- Fuson, K.C., Smith, S.T., and Lo Cicero, A.M. (1997). Supporting Latino first graders' tenstructured thinking in urban classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 738-766.
- Geary, D.C. (1990). A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology*, 49, 363-383.
- Geary, D.C. (1995). Reflections of evolution and culture in children's cognition: Implications for mathematical development and instruction. *American Psychologist*, 50(1), 24-37.
- Geary, D.C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37 (1), 4-15.
- Geary, D.C., and Burlingham-Dubree, M. (1989). External validation of the strategy choice model for addition. *Journal of Experimental Child Psychology*, 47, 175-192.
- Geary, D.C., and Hoard, M.K. (2001). Numerical and arithmetical deficits in learning-disabled children: Relation to dyscalculia and dyslexia. *Aphasiology*, 15(7), 635-647.
- Geary, D.C., Hamson, C.O., and Hoard, M.K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77, 236-263.
- Geary, D.C., Hoard, M.K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., and Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development*, 78(4), 1343-1359.
- Genesee, F., Lindholm-Leary, K., Saunders, W., and Christian, D. (2006). *Educating English Language Learners*. New York: Cambridge University Press.
- Gersten, R., Jordan, N.C., and Flojo, J.R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38 (4), 293-304.
- Ginsburg, H.P. (1997). Mathematics learning disabilities: A view from developmental psychology. *Journal of Learning Disabilities*, 30(1), 20-33.
- Ginsburg, H.P., and Russell, R.L. (1981). *Social class and racial influences on early mathematical thinking*. Monographs of the Society for Research in Child Development, 46(6, Serial No. 193), 1-69.

- Goldman, S.R., and Pellegrino, J.W. (1987). Information processing and educational microcomputer technology: Where do we go from here? *Journal of Learning Disabilities*, 20, 144-154.
- Gordon, P. (2004). Numerical cognition without words: Evidence from Amazonia. *Science*, 306, 496-499.
- Griffin, S. (2007). Early intervention for children at risk of developing mathematical learning difficulties. In D.B. Berch and M.M. Mazzocco (Eds.), *Why Is Math So Hard for Some Children? The Nature and Origins of Mathematical Learning Difficulties and Disabilities* (pp. 373-396). Baltimore, MD: Paul H. Brookes.
- Griffin, S., Case, R., and Siegler, R.S. (1994). Classroom lessons: Integrating cognitive theory and classroom practice. In K. McGilly (Ed.), *Rightstart: Providing the Central Conceptual Prerequisites for First Formal Learning of Arithmetic to Students at Risk for School Failure* (pp. 25-50). Cambridge, MA: MIT Press.
- Guinness, D., and Morley, C. (1991). Sex differences in the development of visuo-spatial ability in pre-school children. *Journal of Mental Imagery*, 15, 143-150.
- Hanich, L., Jordan, N.C., Kaplan, D., and Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 93 (3), 615-626.
- Hasselbring, T.S., Goin, L.I., and Bransford, J.D. (1988). Developing math automaticity in learning handicapped children: The role of computerized drill and practice. *Focus on Exceptional Children*, 20(6), 1-7.
- Ho, C.S., and Fuson, K.C. (1998). Children's knowledge of teen quantities as tens and ones: Comparisons of Chinese, British, and American kindergartners. *Journal of Educational Psychology*, 90(3), 536-544.
- Holloway, S.D., Rambaud, M.F., Fuller, B., and Eggers-Pierola, C. (1995). What is "appropriate practice" at home and in child care? Low-income mothers' views on preparing their children for school. *Early Childhood Research Quarterly*, 10(4), 451-473.
- Hyde, J.S., Lindberg, S.M., Linn, M.C., Ellis, A.B., and Williams, C.C. (2008). Gender similarities characterize math performance. *Science*, 321, 494-495.
- Ifrah, G. (1985). *From One to Zero: Universal History of Numbers* (Lowell Blair, Trans.). New York: Viking Penguin.
- Iruka, I., and Barbarin, O. (2008). African American children's early learning and development: examining parenting, schools, and neighborhoods. In H. Neville, B. Tynes, and S. Utsey (Eds.), *Handbook of African American Psychology* (Ch. 13, pp. 175-186). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Jeong, Y., and Levine, S.C. (2005, April). How Do Young Children Represent Numerosity? Paper presented at the biennial meeting of Society for Research on Child Development, Atlanta, GA.
- Jordan, N.C., and Montani, T.O. (1997). Cognitive arithmetic and problem solving: A comparison of children with specific and general mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 30(6), 624-634.
- Jordan, N.C., Huttenlocher, J., and Levine, S.C. (1992). Differential calculation abilities in young children from middle- and low-income families. *Developmental Psychology*, 28(4), 644-653.
- Jordan, N.C., Levine, S.C., and Huttenlocher, J. (1994). Development of calculation abilities in middle- and low-income children after formal instruction in school. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 15, 223-240.
- Jordan, N.C., Kaplan, D., and Hanich, L.B. (2002). Achievement growth in children with learning difficulties in mathematics: Findings of a two-year longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, 94 (3), 586-597.
- Jordan, N.C., Hanich, L.B., and Kaplan, D. (2003a). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development*, 74 (3), 834-850.
- Jordan, N.C., Hanich, L.B., and Kaplan, D. (2003b). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85, 103-119.
- Jordan, N.C., Kaplan, D., Nabors Oláh, L., and Locuniak, M.N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development*, 77, 153-175.
- Jordan, N.C., Kaplan, D., Locuniak, M.N., and Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research and Practice*, 22(1), 36-46.
- Jordan, N.C., Glutting, J., and Ramineni, C. (in press). A number sense screening tool for young children at risk for mathematical difficulties. In A. Dowker (Ed.), *Mathematical Difficulties: Psychology, Neuroscience and Intervention*. New York: Elsevier.
- Jordan, N.C., Kaplan, D., Ramineni, C., and Locuniak, M.N. (in press). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*.

- Kersh, J., Casey, B., and Young, J.M. (in press). Research on spatial skills and block building in girls and boys: The relationship to later mathematics learning. In B. Spodek and O.N. Saracho (Eds.), *Mathematics, Science, and Technology in Early Childhood Education*. Charlotte, NC: Information Age.
- Klein, A., and Starkey, P. (2004). Fostering preschool children's mathematical knowledge: Findings from the Berkeley Math Readiness Project. In D.H. Clements, J. Sarama, and A-M. DiBiase (Eds.), *Engaging Young Children in Mathematics: Findings of the 2000 National Conference on Standards for Preschool and Kindergarten Mathematics Education*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Klibanoff, R.S., Levine, S.C., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M., and Hedges, L.V. (2006). Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher "Math Talk". *Developmental Psychology*, 42(1), 59-69.
- Knitzer, K., and Lefkowitz, J. (2006). Helping the Most Vulnerable Infants, Toddlers, and Their Families. New York: National Center for Children in Poverty. Available: http://www.nccp.org/publications/pdf/text_669.pdf
- Lachance, J.A., and Mazzocco, M.M.M. (2006). A longitudinal analysis of sex differences in math and spatial skills in primary school age children. *Learning and Individual Differences*, 16, 195-216.
- Ladson-Billings, G. (1995). Making mathematics meaningful in a multicultural context. In W.G. Secada, E. Fennema, and L.B. Adajian (Eds.), *New Direction for Equity in Mathematics Education* (pp. 126-145). Cambridge, England: Cambridge University Press.
- Landerl, K., Bevan, A., and Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8-9-year-old students. *Cognition*, 93, 99-125.
- LeCorre, M., Li, P., and Lee, Y. (2004). *Numerical bilingualism: Count list acquisition in Korean*. (Unpublished raw data.)
- Levine, S.C., Jordan, N.C., and Huttenlocher, J. (1992). Development of calculation abilities in young children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 53, 72-103.
- Levine, S.C., Huttenlocher, J., Taylor, A., and Langrock, A. (1999). Early sex differences in spatial ability. *Developmental Psychology*, 35, 940-949.
- Levine, S.C., Vasilyeva, M., Lourenco, S.F., Newcombe, N.S., and Huttenlocher, J. (2005). Socioeconomic status modifies the sex difference in spatial skill. *Psychological Science*, 16(11), 841-845.
- Levine, S.C., Suriyakham, L., Rowe, M. and Huttenlocher, J. (in preparation). What counts in preschoolers' development of cardiology knowledge? A longitudinal investigation.
- Li, P., LeCorre, M., Shui, R., Jia, G., and Carey, S. (2003, October). Effects of Plural Syntax on Number Word Learning: A Cross-Linguistic Study. Paper presented at the 28th Boston University Conference on Language Development, Boston, MA.
- Lindholm-Leary, K. and Borasato, G. (2006). Academic achievement. In F. Genesee, K. Lindholm-Leary, W.M. Saunders, and D. Christian (Eds.), *Educating English Language Learners: A Synthesis of Research Evidence*. New York: Cambridge University Press.
- Locuniak, M.N., and Jordan, N.C. (en prensa). Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities*.
- Lubienski, S.T. (2006). Examining instruction, achievement, and equity with NAEP mathematics data. *Education Policy Analysis Archives*, 14(14). Disponible en: <http://dx.doi.org/10.14507/epaa.v14n14.2006>
- Lubienski, S.T. (2007). What we can do about achievement disparities. *Educational Leadership*, 65(3), 54-59.
- Lutchmaya, S., and Baron-Cohen, S. (2002). Human sex differences in social and nonsocial looking preferences at 12 months of age. *Infant Behaviour and Development*, 25, 319-325.
- Magnuson, K., and Waldfogel, J. (2008). *Steady Gains and Stalled Progress: Inequality and the Black-White Test Score Gap*. New York: Russell Sage Foundation.
- Malofeeva, E., Day, J., Saco, X., Young, L., and Ciancio, D. (2004). Construction and evaluation of a number sense test with Head Start children. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 648-659.
- Mazzocco, M.M.M., and Thompson, R.E. (2005). Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research and Practice*, 20(3), 142-155.
- McGuinness, D., and Morley, C. (1991). Sex differences in the development of visuo-spatial ability in preschool children. *Journal of Mental Imagery*, 15, 143-150.
- McKeon, D. (2005). *Research Talking Points: English Language Learners*. Available: <http://www.nea.org/achievement/talkingells.html>

- McLoyd, V.C. (1990). The impact of economic hardship on Black families and children: Psychological distress, parenting, and socioemotional development. *Child Development*, 61, 311-346.
- Menninger, K. (1958/1969). *Number Words and Number Symbols: A Cultural History of Numbers* (P. Broneer, Trans.). Cambridge, MA: MIT Press. (Original work published 1958.)
- Miller, K.F. (1992). What a number is: Mathematical foundations and developing number concepts. In J.I.D. Campbell (Ed.), *The Nature and Origin of Mathematical Skills* (pp. 3-38). New York: Elsevier Science.
- Miller, K.F., and Stigler, J.W. (1987). Counting in Chinese: Cultural variation in a basic cognitive skill. *Cognitive Development*, 2, 279-305.
- Miller, K.F., Smith, C.M., Zhu, J., and Zhang, H. (1995). Preschool origins of cross-national differences in mathematical competence: The role of number-naming systems. *Psychological Science*, 6(1), 56-60.
- Miura, I.T. (1987). Mathematics achievement as a function of language. *Journal of Educational Psychology*, 79 (1), 79-82.
- Miura, I.T., and Okamoto, Y. (1989). Comparisons of U.S. and Japanese first graders' cognitive representation of number and understanding of place value. *Journal of Educational Psychology*, 81(1), 109-114.
- Miura, I.T., and Okamoto, Y. (2003). Language supports for mathematics understanding and performance. In A.J. Baroody and A. Dowker (Eds.), *The Development of Arithmetic Concepts and Skills—Constructing Adaptive Expertise: Studies in Mathematical Thinking and Learning* (pp. 229-242). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Miura, I.T., Kim, C.C., Chang, C., and Okamoto, Y. (1988). Effects of language characteristics on children's cognitive representation of number: Cross-national comparisons. *Child Development*, 59, 1445-1450.
- Miura, I.T., Okamoto, Y., Kim, C.C., Steere, M., and Fayol, M. (1993). First graders' cognitive representation of number and understanding of place value: Cross-national comparisons—France, Japan, Korea, Sweden, and the United States. *Journal of Educational Psychology*, 85(1), 24-30.
- National Center for Education Statistics. (2007). *The Nation's Report Card, Mathematics 2007: National Assessment of Educational Progress at Grades 4 and 8*. Washington, DC: Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Ostad, S.A. (1998). Developmental differences in solving simple arithmetic word problems and simple number-fact problems: A comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *Mathematical Cognition*, 4(1), 1-19.
- Pica, P., Lemer, C., Izard, V., and Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian Indigene group. *Science*, 499-503.
- Ramani, G.B., and Siegler, R.S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development*, 79, 375-394. Available: <http://www.psy.cmu.edu/~siegler/Ram-Sieg2008.pdf>
- Rosser, R.A., Ensing, S.S., Glider, P.J., and Lane, S. (1984). An information processing analysis of children's accuracy in predicting the appearance of rotated stimuli. *Child Development*, 55, 2204-2211.
- Russell, R.L., and Ginsburg, H.P. (1984). Cognitive analysis of children's mathematic difficulties. *Cognition and Instruction*, 1(2), 217-244.
- Sarama, J., Clements, D.H., Starkey, P., Klein, A., and Wakeley, A. (2008). Scaling up the implementation of a pre-kindergarten mathematics curriculum: Teaching for understanding with trajectories and technologies. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 1, 89-119.
- Sarnecka, B.W., Kamenskaya, V.G., Yamana, Y., Ogura, T., and Yudovina, Y.B. (2007). From grammatical number to exact numbers: early meanings of "one", "two", and "three" in English, Russian, and Japanese. *Cognitive Psychology*, 55, 136-168.
- Saxe, G.B., Guberman, S.R., and Gearhart, M. (1987). *Social processes in early number development*. Monographs of the Society for Research in Child Development, 52(2).
- Secada, W.G. (1991). Degree of bilingualism and arithmetic problem solving in Hispanic first graders. *Elementary School Journal*, 92, 213-231.
- Séron, X., Pesenti, M., Noël, M.-P., Deloche, G., and Cornet, J.-A. (1992). Images of numbers, or "when 98 is upper left and 6 sky blue." *Cognition*, 44 (1-2), 159-196.
- Siegler, R.S., and Jenkins, E. (1989). *How Children Discover New Strategies*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

- Siegler, R.S., and Robinson, M. (1982). The development of numerical understandings. In H.W. Reese and L.P. Lipsitt (Eds.), *Advances in Child Development and Behavior*, Volume 16 (pp. 242-312). New York: Academic Press.
- Siegler, R.S., and Shipley, C. (1995). Variation, selection, and cognitive change. In T. Simon and G. Halford (Eds.), *Developing Cognitive Competence: New Approaches to Process Modeling* (pp. 31-76). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Siegler, R.S., and Shrager, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do? In C. Sophian (Ed.), *Origins of Cognitive Skills* (pp. 229-293). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Starkey, P., and Klein, A. (2008). Sociocultural Influences on Young Children's Mathematical Knowledge. *Contemporary Perspectives on Mathematics in Early Childhood Education*. Charlotte, NC: Information Age.
- Starkey, P., Klein, A., Chang, I., Qi, D., Lijuan, P., and Yang, Z. (1999). Environmental Supports for Young Children's Mathematical Development in China and the United States. Paper presented at the *Biennial Meeting of the Society for Research in Child Development*, Albuquerque, NM.
- Starkey, P., Klein, A., and Wakeley, P. (2004). Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 99-120.
- Stipek, D.J., and Byler, P. (1997). Early childhood teachers: Do they practice what they preach? *Early Childhood Research Quarterly*, 12, 305-325.
- Tudge, J.R.H., and Doucet, F. (2004). Early mathematical experiences: Observing young black and white children's everyday activities. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 21-39.
- Wechsler, D. (1967). *Manual for the Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence*. New York: Psychological Corporation.
- Weiss, H., Caspe, M., and Lopez, M.E. (2006). *Family Involvement Makes a Difference: Family Involvement in Early Childhood Education* (No. 1). Available: <http://www.gse.harvard.edu/hfrp/projects/fine/resources/research/earlychildhood.html>
- Wilson, R.S. (1975). Twins: Patterns of cognitive development as measured on the Wechsler preschool and primary scale of intelligence. *Developmental Psychology*, 11, 126-134.
- Woods, T.A., and Kurtz-Costes, B. (2007). Race identity and race socialization in African American families: Implications for social workers. *Journal of Human Behavior and the Social Environment*, 15, 99-116.
- Wynroth, L. (1986). *Wynroth Math Program—The Natural Numbers Sequence*. Ithaca, NY: Wynroth Math Program.

National Research Council of the National Academies (Consejo Nacional de Investigación de las Academias Nacionales, de EEUU). La Academia Nacional de Ciencias, la Academia Nacional de Ingeniería, el Instituto de Medicina, y el Consejo Nacional de Investigación son instituciones privadas, sin ánimo de lucro, que ofrecen el asesoramiento de expertos sobre algunos de los retos más urgentes que afrontan la nación y el mundo. Nuestro trabajo ayuda a establecer políticas sólidas, informar a la opinión pública, y avanzar en el desarrollo de la ciencia, la ingeniería y la medicina (Nota: Información traducida de la web, del apartado "about us").

Web: <http://www.nationalacademies.org/nrc/>