SEPARADOR 2

PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS

John Jairo Múnera Córdoba
I.E. Pedro Luis Alvarez Correa (Municipio de Caldas)

Arsenio De Jesús Marín Correa
I.E.R. El Rodeo (Municipio de Sopetrán)

Marisol Cárdenas Valle
I.E. José María Villa (Municipio de Sopetrán)

Beatriz Alejandra Carvajal Muñoz
I.E. José María Córdoba (Municipio de El Santuario)

Manuel Arcángel Bastidas Bedoya
I.E. Escuela Normal Superior Señor de Los Milagros (Municipio de San Pedro)

Febrero de 2005

PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRÁICOS Y ANALÍTICOS

INTRODUCCIÓN

Los lineamientos curriculares (MEN, 1998) permiten interpretar una nueva manera de reorganizar todos aquellos contenidos que se han constituido en los desarrollos curriculares para el área de las matemáticas en los grados 8º y 9º, tradicionalmente, etiquetados con el nombre de álgebra. Por lo tanto es importante acercarnos a la comprensión del pensamiento variacional al interior de los sistemas algebraicos y analíticos. Sólo así podemos continuar comprendiendo el porqué de la necesidad de una propuesta curricular que mejore los desempeños de nuestros estudiantes en lo relativo al álgebra escolar.

El pensamiento variacional tiene que ver con el tratamiento matemático de la variación y el cambio. En este sentido, "el pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad" (Vasco, 2003). Así pues, dicha forma de comprender el pensamiento variacional, el carácter estático de la presentación de los objetos matemáticos en un curso normal de álgebra[2] se constituye en el punto de llegada de un camino iniciado con el estudio y modelación de situaciones de variación. Esto es, a partir del análisis matemático de contextos de las matemáticas, desde las ciencias, desde la vida cotidiana, etc., en los cuales se puedan modelar procesos de variación entre variables, se abre un camino fructífero para el desarrollo de los procesos de pensamiento matemático ligados al álgebra, las funciones y el cálculo.

Vincular las condiciones de contexto en donde las situaciones de cambio sean el ingrediente primordial en la actividad matemática del estudiante permite ver que el desarrollo de pensamiento algebraico deja de ser exclusivo de los grados 8º y 9º, y que por el contrario, debe movilizarse a lo largo de todo el ciclo escolar, desde el grado 1º al grado 11º, tal como se propone desde los Estándares Básicos de Matemáticas (MEN, 2003).

Pero además, el estudio del álgebra escolar al lado de los procesos de variación permite ver que este tipo de pensamiento involucra los otros tipos de pensamiento matemático: numérico, espacial, métrico y estadístico. Esto, al menos por dos razones: de un lado, su estudio como parte de un proceso de búsqueda de una versión cada vez más general y abstracta del conocimiento implica el reconocimiento de estructuras invariantes en medio de la variación y cambio; y de otro lado, todos ellos

2 tales como la definición de una función, la manipulación de expresiones algebraicas, el trazado de gráficas a partir de su expresión simbólica, la manipulación de fórmulas para reemplazar valores en ellas,

ofrecen herramientas para modelar situaciones a través de las funciones como resultado de la cuantificación de la variación.

En adelante, con base en la interpretación de los estándares curriculares, se presenta una propuesta de reorganización de los mismos para el desarrollo del pensamiento variacional, en el ciclo escolar de primero a undécimo. Para ello, presentamos una estructura conceptual que sirva de orientación en el desarrollo del currículo de la educación básica y media. Ésta aparece organizada en tres ejes temáticos, en los que, creemos se recogen los diferentes estándares por grupos de grados. Estos ejes temáticos son: patrones y regularidades, procesos algebraicos y análisis de funciones.

1. PATRONES Y REGULARIDADES:

Luego de hacer una revisión de los lineamientos curriculares de 1998 y los estándares de 2003, relacionados con el pensamiento variacional, se interpreta que éste es uno de los ejes conceptuales que posibilita el desarrollo de habilidades asociadas a contextos de variación.

Un PATRÓN es una propiedad, una regularidad, una cualidad invariante que expresa una relación estructural entre los elementos de una determinada configuración, disposición, composición, etc. Éstos se presentan en diferentes contextos y dominios de las matemáticas, tales como, lo numérico, lo geométrico, lo aleatorio y lo variacional. Los patrones permiten la interpretación de regularidades presentes en diversas situaciones de la vida diaria por ejemplo en la música, en el movimiento, la economía, la geografía y la variación en general. El análisis cuidadoso de patrones y regularidades permite establecer generalizaciones.

De acuerdo a John Mason, entre las habilidades que se pueden movilizar desde el estudio de patrones son: ver, decir y registrar.

> *"Ver" hace relación a la identificación mental de un patrón o una relación...., y con frecuencia esto sucede cuando se logra la identificación de un algo común.... El "decir", ya sea a uno mismo o alguien en particular, es un intento de articular, en palabras, esto que se ha reconocido. "Registrar" es hacer visible el lenguaje, lo cual requiere un movimiento hacia los símbolos y la comunicación escrita (incluyendo los dibujos)....*
> *(Mason y otros, 1999. P. 17)*

Este autor también permite interpretar que el maestro o la maestra debe emplear en las etapas iniciales del aprendizaje mayor cantidad de tiempo en los procesos de *ver* y *decir* y no apresurar el *registrar* en su forma simbólica, ya que este debe ir surgiendo de manera natural.

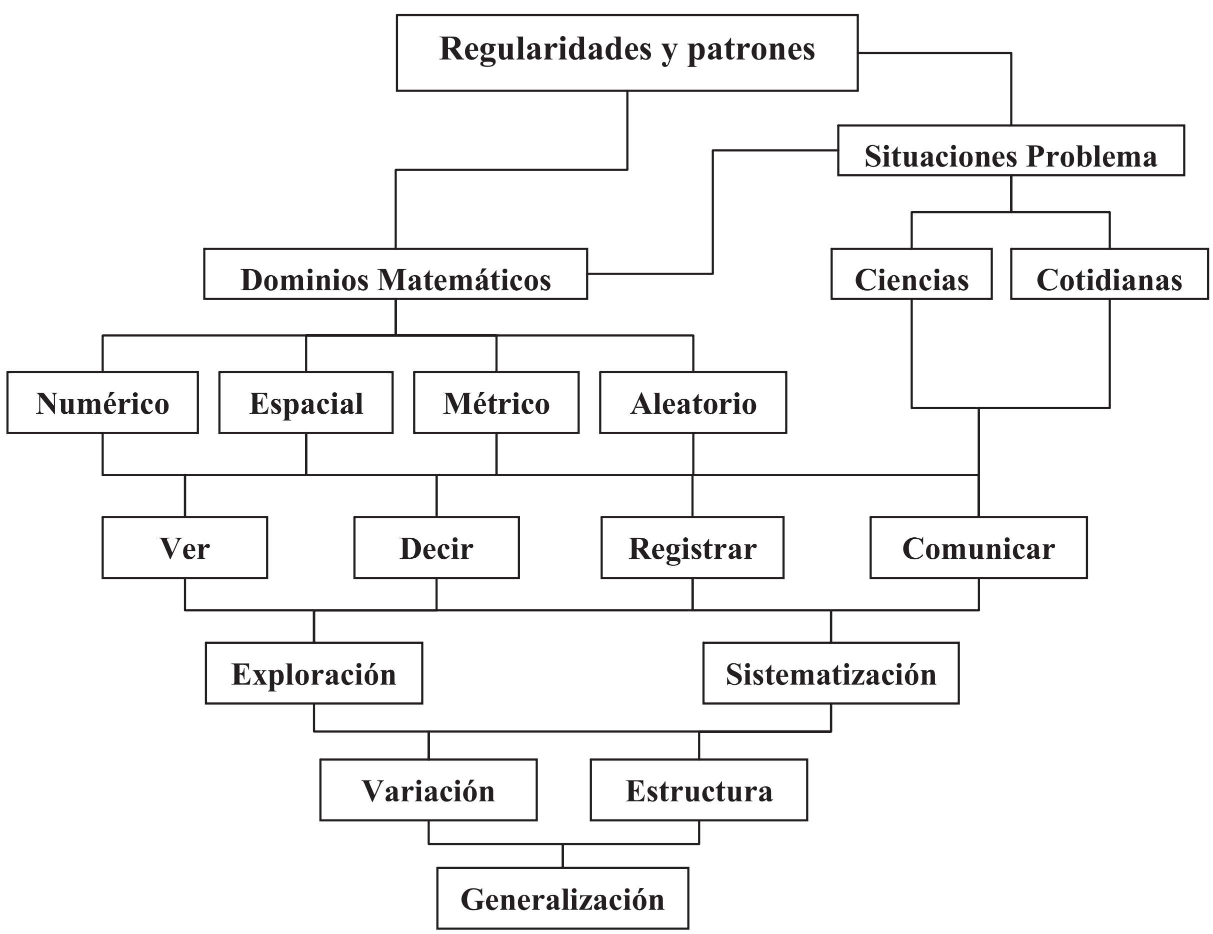
Así pues, el estudio de patrones y regularidades desde la primaria se hace indispensable para desarrollar el pensamiento variacional, y todos los maestros orientadores del área de matemáticas deben comprender que el razonamiento algebraico tiene algunas características que son sencillas de adquirir por los niños y niñas, las cuales son:

1.1. Los patrones y regularidades existen y aparecen de manera natural en las matemáticas y en otras áreas del saber. Estos pueden ser reconocidos, ampliados y generalizados mediante la construcción de situaciones que involucren procesos de variación y cambio. Es decir un mismo patrón se puede encontrar en muchas formas diferentes, tales como: situaciones físicas, geométricas, aleatorias y numéricas. Esto informa que hay una estrecha relación con cada uno de los otros pensamientos numérico, geométrico, estocástico y métrico, que, los maestros necesitan integrar para que haya un mejor aprendizaje de las matemáticas.

1.2. Se puede ser más eficaz, al expresar las generalizaciones de patrones y relaciones usando símbolos, lo que conduce a generar procesos de generalización. Todo este trabajo permite poner de manifiesto diferentes procesos matemáticos tales como el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas.

1.3. El nivel de las representaciones ayuda a diferentes contextos propios de los tipos de pensamiento. Una representación gráfica, se conecta con las potencialidades conceptualizadoras de la visualización y se relaciona con la geometría; la representación en forma de tabla, pone de manifiesto los aspectos numéricos y cuantitativos; las expresiones simbólicas, se relacionan con el pensamiento variacional, mientras que la representación verbal se relaciona con la capacidad lingüística de las personas y es básica para trabajar las competencias comunicativa, interpretativa, argumentativa y propositiva.

El esquema siguiente orienta lo concerniente al eje temático desarrollado, se puede decir que sintetiza las ideas expresas en las líneas anteriores y ofrece una visión conceptual para el diseño y ejecución de situaciones que propicien pensamiento variacional desde esta perspectiva.



2. PROCESOS ALGEBRAICOS

Pensar los procesos algebraicos desde los contextos de variación y cambio hace referencia a la forma de ver las expresiones algebraicas desde las diversas situaciones que posibilitan expresar la generalización. Esto se puede lograr a través de las interrelaciones entre los lenguajes verbal, icónico, gráfico y simbólico; Por lo tanto, el punto de partida no es la sintaxis propia de las reglas del álgebra, sino que por el contrario ella es el punto de llegada. Desde un punto de vista tal, el álgebra deja de ser una fiel traducción de las reglas de la aritmética a través de letras, mejor aun, deja de ser una forma abstracta de representar la aritmética, para convertirse en una nueva forma de pensar la matemática: la expresión de la generalidad, de la generalización.

En este sentido, el pensamiento algebraico, cobra valor en los distintos grados del ciclo escolar. Por ejemplo, frente a una situación relacionada con la búsqueda de un patrón, para la educación básica primaria, lo importante no es que los estudiantes tengan que hacer sacrificios extremos para obtener una regla a través de símbolos para el elemento n-ésimo. Lo fundamental es permitir al grupo de estudiantes la reflexión frente a lo que cambia, frente a lo que se conserva, y por ende, a las relaciones invariantes estructurales, pero fundamentalmente, permitirles que comuniquen lo que observan y que expliciten dichas relaciones, que las transformen, que las expresen de diferentes formas, que hagan conjeturas y por tanto, que formulen hipótesis sobre la situación que analizan.

Con seguridad que en un proceso como el anterior, los estudiantes en sus formas de expresar lo que comprenden pueden recurrir a formas verbales (lenguaje natural), gráficas, numéricas y algebraicas. Cualquiera que sea el nivel, lleva implícito la observación, sistematización, y lo más importante, el reflejo de un trabajo, resultado de la exploración de significados. De esta manera ellos entran en un proceso de analizar, explorar, sistematizar, expresar lo que ven y, ésta es de por si, una práctica que tiene que ver con la generalidad.

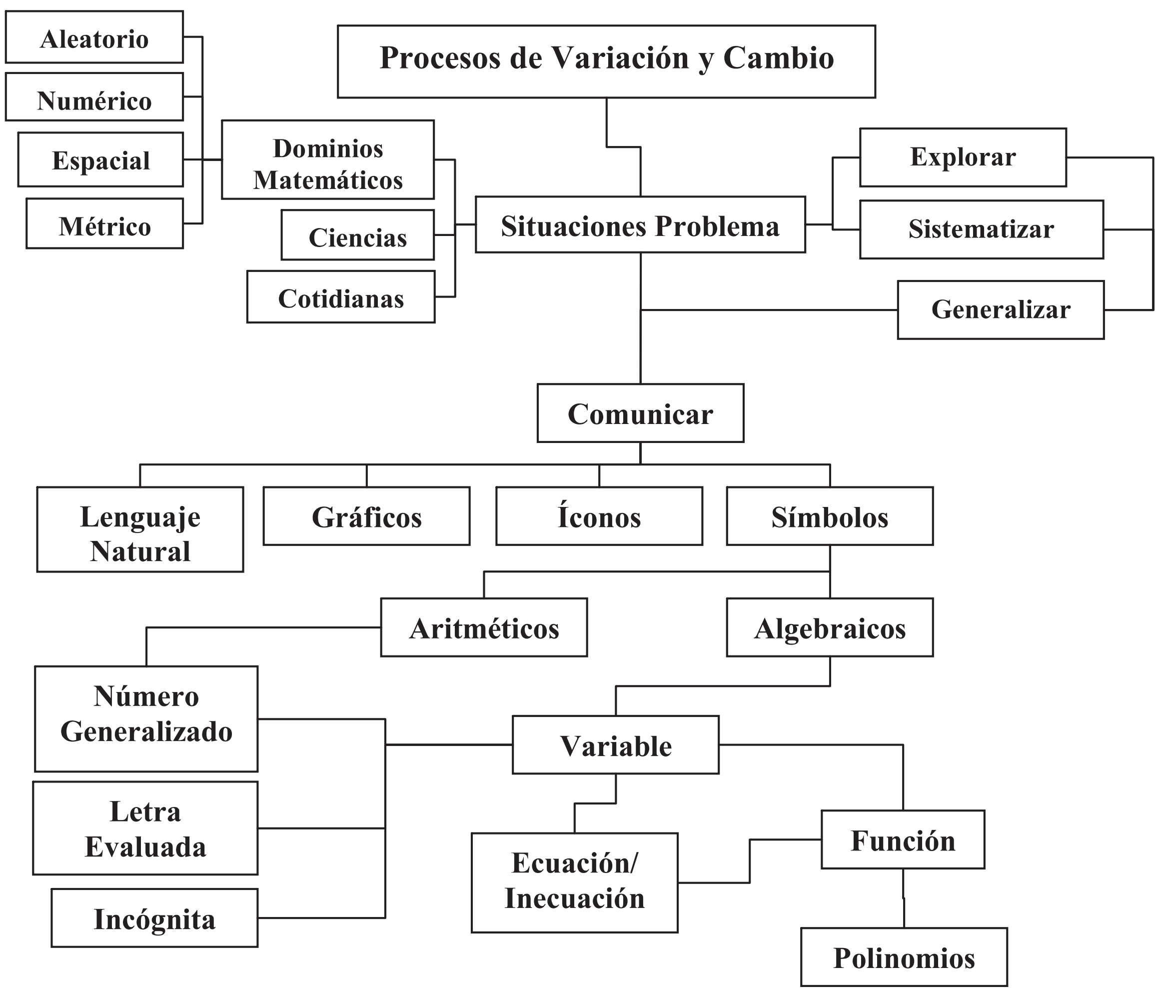
Para ampliar la interpretación de los procesos algebraicos como el resultado de formas particulares de comunicar la generalidad desde un contexto dinámico, citamos las palabras de John Mason y otros:

> *La expresión de la generalidad forma la raíz básica del álgebra porque ésta les da significado a los símbolos que después hay que manipular. Expresar la generalidad que uno percibe es tanto un placer como un esfuerzo. Prestar atención a las generalizaciones de otras personas es con frecuencia mucho menos interesante. Hacer nuestra propia álgebra es motivante porque es nuestra propia producción[….]. Hacer el álgebra de otros, es generalmente, aburrido. (1999, P. 106)*

Lo que Mason expresa hace referencia al importante papel que juega la participación de los estudiantes en los procesos de matematización que posibilitan expresar la generalidad, en la medida que pueden atribuir diferentes significados y pensar los procesos algebraicos desde los contextos de variación.

Entonces podemos interpretar los procesos algebraicos en la escuela como un espacio rico en actividad matemática que convoque a la búsqueda de significados y relaciones, a la reflexión, a la comunicación de las observaciones y a la organización de los aprendizajes; sólo así estaremos incorporando formas de generalizar, desde el aporte de la vivencia personal.

A continuación se sintetizan las ideas relacionadas con los procesos algebraicos a través de un esquema que ayuda a visualizar la orientación conceptual asumida desde este eje temático y así emprender la planeación de situaciones problemáticas para contribuir a la movilización de pensamiento variacional.



3. ANÁLISIS DE FUNCIONES

El tratamiento de las funciones, desde una perspectiva dinámica tiene que ver con los procesos de experimentación, reflexión, construcción de significados y formas de expresar la generalidad como resultado de los procesos de modelación matemática de diferentes tipos de situaciones. Por lo tanto tiene estrecha relación con los procesos algebraicos, no tanto por la prioridad de utilizar el lenguaje simbólico del álgebra, sino, por las diferentes formas de representación que ésta ofrece para estudiar las situaciones de variación y cambio y por las relaciones que podemos establecer entre éstas.

En los Lineamientos Curriculares se puede interpretar que uno de los caminos para armar de sentido este eje temático es el relacionado con la contextualización de actividades que promuevan la modelación a partir del análisis de una situación a través de diferentes sistemas de representación: tabular, gráfico, verbal y la expresión simbólica. Un análisis en tal sentido implica la coordinación e interrelación entre los diferentes sistemas de representación a fin de lograr una construcción conceptual compleja. Así pues, la expresión simbólica, ya no es el punto de partida para el estudio de las funciones, sino que ésta es, en primera instancia, una forma entre otras de expresar la ley general que relaciona las variables del fenómeno que se modela, y como tal, aporta información sobre la relación estructural entre las mismas, al igual que lo hace una tabla de valores o una gráfica cartesiana.

De otro lado, las interrelaciones entre los diferentes sistemas de representación son la base para la interpretación de otros procesos como la solución de ecuaciones e inecuaciones, por ejemplo, una vez se hayan visualizado los puntos de corte con los ejes del sistema de coordenadas que dan cuenta de la gráfica de la función, y analizado su relación con la forma simbólica de la función y la tabla de valores.

Lo importante es poder vincular todos los sistemas de representación de una función desde situaciones que permitan hacer predicciones en un fenómeno de cambio. Lo que le resta importancia, por ejemplo, al manejo mecánico de una función lineal, cuadrática, exponencial, etc.

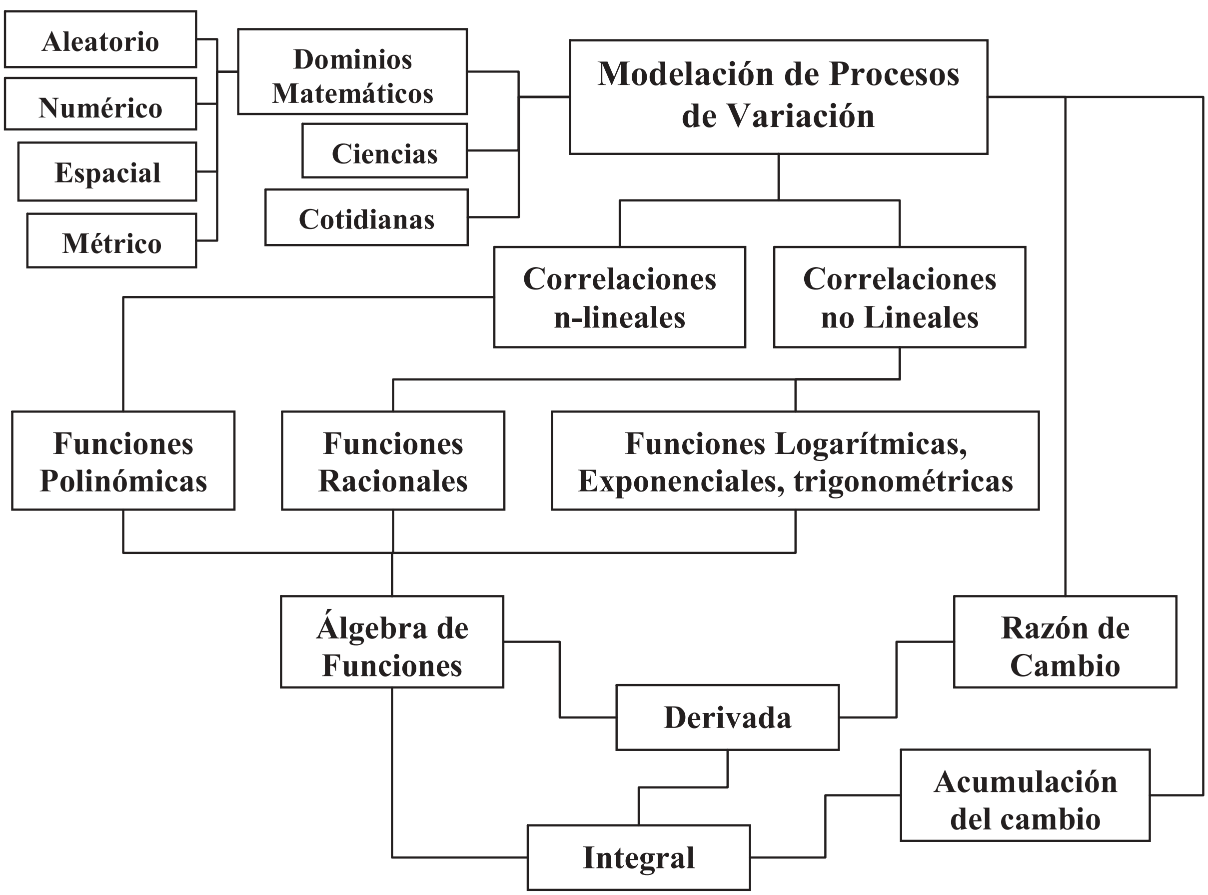
Es necesario que el estudio de las funciones desde sus diferentes representaciones y situaciones, se inicie en la educación básica primaria, lo que facilitaría abordar con mayores niveles de comprensión otras temáticas del pensamiento variacional que actualmente parecen inalcanzables por nuestros jóvenes en la educación básica secundaría, media y universitaria.

Los resultados de las pruebas SABER (2002) realizadas a los grados tercero, quinto, séptimo y noveno y los resultados de las pruebas ICFES para el grado undécimo, han marcado una gran diferencia entre lo que las instituciones enseñan y lo que las pruebas preguntan y ahora con las pruebas de ciencias naturales observamos que un 80% de las preguntas requieren del análisis y la interpretación de fenómenos de la vida real, el estudio de tablas y gráficas; es por esto, que se hace indispensable dedicar mucho mas tiempo a estas temáticas.

Las últimas investigaciones, han detectado en los estudiantes grandes dificultades en lo que es de verdad una función, muestran estas investigaciones una brecha entre las definiciones dadas por los estudiantes y profesores, y los criterios utilizados en las tareas de reconocimiento de funciones en el entorno.

Por ejemplo, la proporcionalidad tiene implícito medidas de variación simple como la función lineal y cuadrática. Por lo tanto se puede introducir el concepto de función en los contextos del estudiante para que lo preparen para comprender la naturaleza y las relaciones que ocurren dentro de ellas. También, “es necesario enfrentar a los estudiantes a situaciones donde la función no exhiba una regularidad, con el fin de alejar la idea de que su existencia o definición está determinada por la existencia de la expresión algebraica”. (Lineamientos curriculares, 1998, p 74).

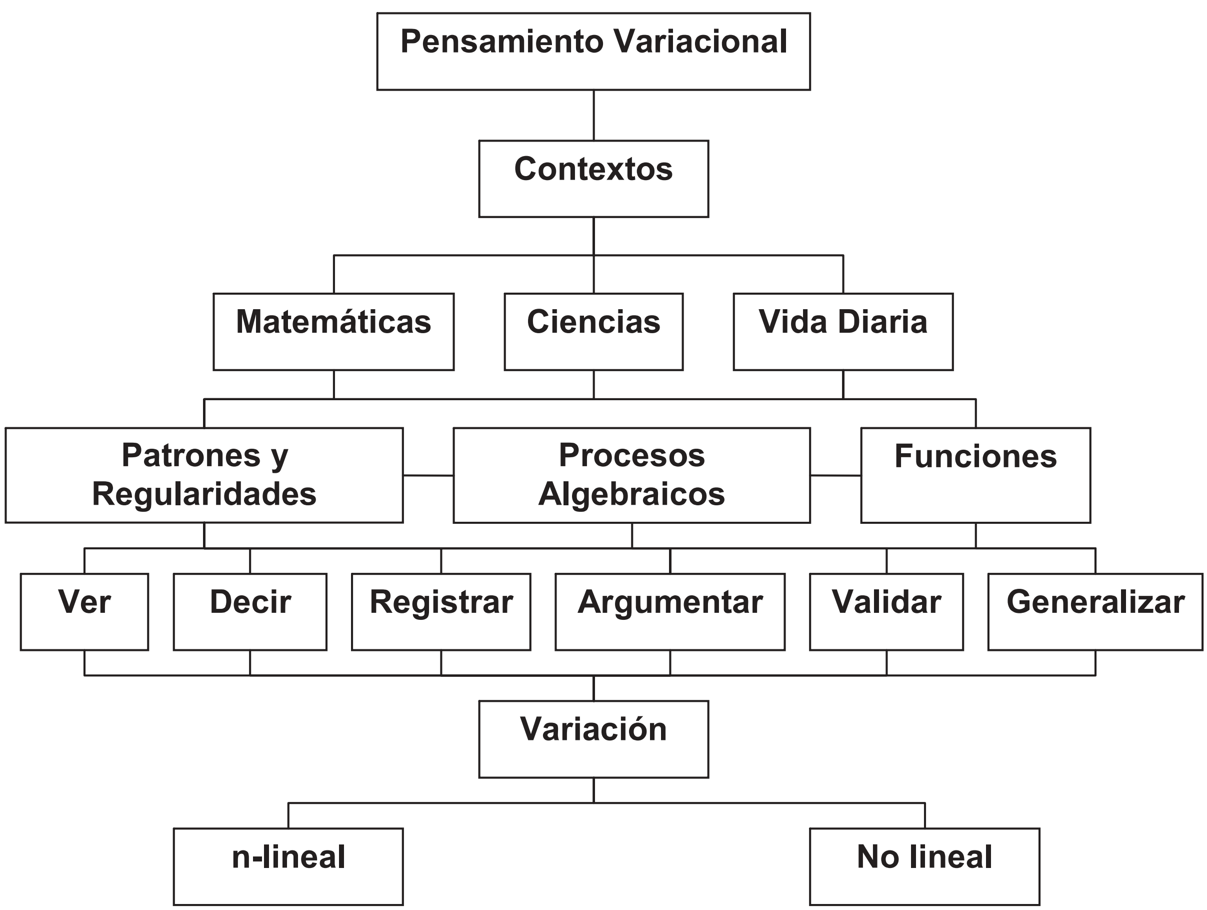
El esquema ilustra las conexiones conceptuales que se pueden dinamizar a partir de este eje temático.



4. A MANERA DE SÍNTESIS

El pensamiento variacional podemos movilizarlo desde los tres ejes conceptuales antes desarrollados, los cuales permiten variadas relaciones entre las distintas formas de promover procesos de variación. En adelante presentamos un esquema que ilustra las conexiones conceptuales que se pueden hacer entre los tres ejes temáticos explicitados.

El siguiente esquema permite ver de manera global los ejes temáticos en los que se agrupan los distintos contenidos relacionados con los procesos de variación, el cual empieza a ofrecer otra perspectiva sobre el desarrollo conceptual, relacionado con el álgebra escolar, en el sentido que posibilita ver diferentes relaciones entre ellos.



La organización conceptual anterior se reviste de sentido si se explicita qué estándares se agrupan para cada uno de los tres ejes temáticos seleccionados en cada uno de los grupos de grados. Por lo tanto, a continuación se presenta dicha organización:

GRUPOS DE GRADOS

Ejes Concep.	1º a 3º	4º a 5º	6º a 7º	8º a 9º	10º a 11º
PATRONES Y REGULARIDADES	Reconocer y describir regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros) Describir cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráfica	Describir e interpretar variaciones representadas en gráfico Predecir patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.	Describir y representar situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).	Analizar los procesos infinitos que subyacen en las notaciones decimales.	
PROCESOS ALGEBRAICOS	Reconocer y generar equivalencias entre expresiones numéricas Construir secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.	Construir ecuaciones e inecuaciones aritméticas como representación de las relaciones entre datos numéricos.	Utilizar métodos informales (ensayo – error, complementación) en la solución de ecuaciones.	Construir expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. Usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para verificar conjeturas. Identificar diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales. Identificar relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.	Utilizar las técnicas de aproximación en procesos infinitos numéricos. Analizar las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales.
FUNCIONES		Analizar y explicar relaciones de dependencia en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales. Representar y relacionar patrones numéricos con tablas y reglas verbales.	Reconocer el conjunto de valores de una variable en situaciones concretas de cambio (variación). Analizar las propiedades de variación lineal e inversa en contextos aritméticos y geométricos. Identificar las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc) en relación con la situación que representan.	Modelar situaciones de variación con funciones polinómicas. Interpretar la relación entre el parámetro de funciones con la familia de funciones que genera. Interpretar los diferentes significados de la pendiente en situaciones de variación Analizar en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones polinómicas, racionales y exponenciales.	Interpretar la noción de derivada como razón de cambio instantánea en contextos matemáticos y no matemáticos. Modelar situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas

5. SITUACIONES PROBLEMAS

Con el propósito de ilustrar algunos aspectos relacionados con los fundamentos conceptuales, relativos con los patrones y regularidades, y la organización de estándares para este eje temático, presentamos a continuación una situación problema, la cual se puede implementar en diferentes grupos de grados. Es decir, ésta posibilita diferentes niveles de complejidad, los cuales permiten encontrar relaciones con algunos estándares del pensamiento variacional (relación vertical). También se explicitarán conexiones interesantes con otros estándares propios de otros tipos de pensamiento matemático, por ejemplo, con estándares del pensamiento numérico (relación horizontal).

Situación[3]: Problema 1

Como se mencionó antes, en la actividad se pueden proponer niveles de complejidad dependiendo del grupo de grados, por lo tanto existirán variantes en el tipo de preguntas:

En cada caso el motivo (material mediador) es el mismo, lo que varía es el tipo de preguntas, las cuales se presentan a manera de guía sobre como se puede orientar el trabajo con los alumnos.

Situación para grados de primero a tercero:

1. Observe los siguientes arreglos de cuadritos:

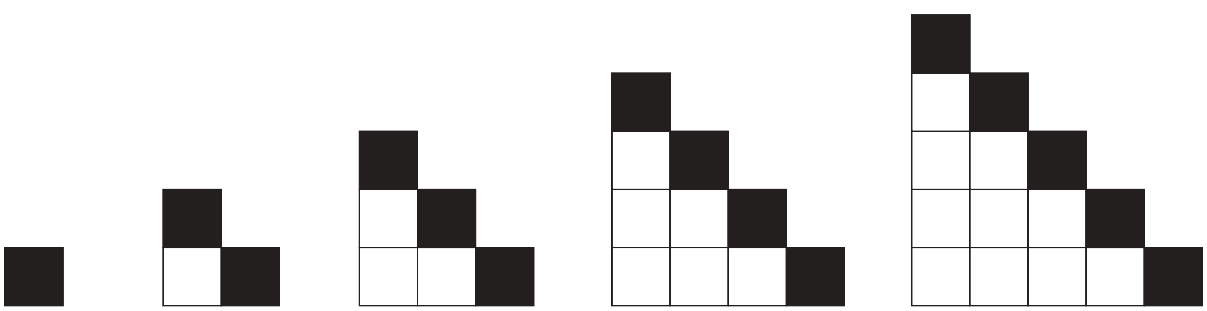


FIG. 1 FIG. 2 FIG. 3 FIG. 4 FIG. 5

¿Encuentra alguna relación, regularidad que se conserve de una figura a otra?

3 Situación problema tomada, con algunas modificaciones, de: MÚNERA C, John Jairo. Las situaciones Problema como fuente de matematización. En: Cuadernos Pedagógicos, Nº 16, 2001.

2. ¿Cuántos cuadritos debe haber en la figura de la posición 6?
3. ¿Es posible que la figura de la posición número 8 tenga sólo 8 cuadritos sombreados? Explique
4. Construya el dibujo del total de cuadritos que ocupa la figura de la posición número 7
5. ¿Cuántos cuadritos podrá tener la figura de la posición 12?

Relación de estándares desde la actividad:

Tipo de pensamiento	Estándares
Variacional	Reconocer y describir regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros Construir secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.
Numérico	Reconocer las relaciones y propiedades de los números (ser par, ser impar, ser múltiplo de, ser divisible por, asociativa, etc.)
Geométrico	Realizar diseños y construcciones con cuerpos y figuras geométricas

Situación para grados de cuarto a quinto:

Utilizando el mismo material anterior los estudiantes observarán los arreglos de cuadritos, luego procederán a discutir los siguientes interrogantes:

1. ¿Cuántos cuadritos debe haber en la figura de la posición 8?
2. ¿De qué otra manera podemos expresar el total de cuadritos de cada figura?
3. ¿Cuántos cuadritos debe haber en la figura de la posición 12?
4. ¿Cuántos cuadritos no sombreados tendrá la figura de la posición 15?
5. ¿Cuántos cuadritos sombreados deberá haber en la figura de la posición 100?
6. Construya el dibujo del total de cuadritos que ocupa la figura de la posición número 10.

Relación de estándares desde la actividad:

Tipo de pensamiento	Estándares
Variacional	Describir e interpretar variaciones representadas en gráficos Predecir patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.
Numérico	Usar diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

Situación para grados de sexto a séptimo:

Con base en los mismos arreglos de figuras anteriores, esta vez llamados arreglos de mosaicos, se proponen las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos mosaicos debe haber en la figura de la posición 10?
2. ¿De qué otra manera podemos representar cada una de las figuras de cada posición y el total de mosaicos de cada una?
3. ¿Cuántos mosaicos debe haber en la figura de la posición 20?
4. ¿Cuántos mosaicos no sombreados tendrá la figura de la posición 25?
5. Tome cada una de las figuras dadas, únala con la anterior y, dibuje la nueva secuencia de figuras resultante (todas las nuevas secuencias de figuras deben tener la misma forma).

¿Para esta nueva secuencia de figuras cuantos mosaicos tendrá la figura de la posición 7?

¿En cada una de estas nuevas figuras cuántos mosaicos sombreados hay? ¿Cuántos mosaicos habrán en la figura de la posición 10?

Relación de estándares desde la actividad:

Tipo de pensamiento	Estándares
Variacional	Describir y representar situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
Numérico	Justificar operaciones aritméticas utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones
Geométrico	Resolver y formular problemas usando modelos geométricos

Situación para grados de octavo a noveno:

En este nivel sería la misma actividad para el grado sexto a séptimo complementada con preguntas de mayor exigencia. ¿Así quedaría?
A partir de la observación de los arreglos de mosaicos, los estudiantes pueden explorar y discutir los siguientes interrogantes:

1. ¿Cuántos mosaicos debe haber en la figura de la posición 20?
2. ¿Cuántos mosaicos no sombreados tendrá la figura de la posición 30?
3. ¿Cuál será la ley de formación para el total de mosaicos de la figura de cualquier posición?
4. Tome cada una de las figuras dadas, únala con la anterior y dibuje la nueva secuencia de figuras resultantes (todas las nuevas secuencias de figuras deben tener la misma forma).

¿Para esta nueva secuencia de figuras cuántos mosaicos tendrá la figura de la posición 12?

¿En cada una de estas nuevas figuras cuántos mosaicos sombreados hay? ¿Cuántos mosaicos habrá en la figura de la posición 25?

¿Si una de estas nuevas figuras tiene 64 mosaicos en total, ¿Cuántas figuras tiene cada una de las figuras iniciales que la conforman?

Relación de estándares desde la actividad:

Tipo de pensamiento	Estándares
Variacional	Usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para verificar conjeturas. Identificar diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

Situación Problema No. 2:

SITUACIÓN PARA GRADOS DE CUARTO A QUINTO:

Esta situación de aprendizaje requiere datos reales. Lo ideal es que el docente realice esta actividad aprovechando el contexto de los estudiantes, en donde cada uno lleva la cuenta de acueducto y alcantarillado.

Actividades:

Observe y escriba cada uno de los cobros que hay en la factura y complete la siguiente tabla:

Consumo Metros cúbicos				
Costo				

1. ¿Qué significa cargo fijo? ¿Cuál es el cargo fijo?

2. ¿De qué depende el pago por concepto de acueducto?

3. ¿Qué pasa si aumenta el número de metros cúbicos?

4. Si dentro del presupuesto familiar se dispone únicamente de 20.000 pesos para pagar el servicio, ¿cuál es el máximo en metros cúbicos que se debe consumir?

5. ¿Por qué valor llegaría la factura de acueducto suponiendo que no hubo consumo de agua?

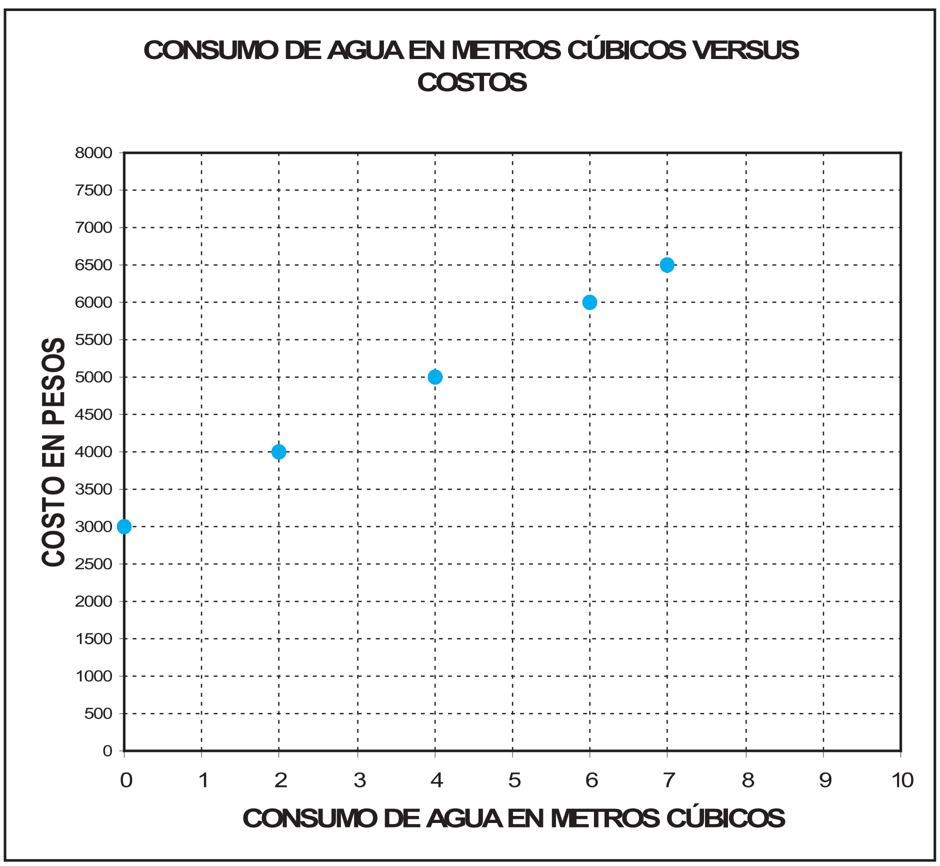
6. Si en su casa por una falla (fuga) llega un consumo de 175 metros cúbicos. ¿cuánto tendrá que pagar?

7. Utilizando el material anterior los estudiantes graficarán los datos de la tabla.

Relación de estándares desde la actividad:

Tipo de pensamiento	Estándares
Variacional	Utilizar y justificar el uso de la estimación en situaciones de la vida social, económicas y en las ciencias.
Numérico	Analizar y explicar relaciones de dependencia en situaciones económicas, sociales y de las ciencias.
Geométrico	Identificar, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.

Situación para los grados octavo a noveno:



La gráfica muestra la relación entre el consumo de agua en metros cúbicos de varios hogares del municipio y el costo de dicho servicio. De acuerdo con la gráfica responda las preguntas

1. ¿Cuánto le tocó pagar al que más agua gastó?

2. Al hogar que no gastó agua ¿Cuánto le tocó pagar?

3. ¿Cuál es el consumo promedio en metros cúbicos de agua?

4. ¿Cuál es el costo promedio del consumo de agua?

De acuerdo con la gráfica completa la siguiente tabla:

Consumo Metros^3	2		6		9		15
Costo en pesos		5000		6500		5500	

3. ¿Cuál sería una forma de calcular el costo para cualquier número de metros cúbicos consumidos?

4. ¿En cuánto se incrementa el costo de la factura por cada metro cúbico adicional de consumo?

Relación de estándares desde la actividad

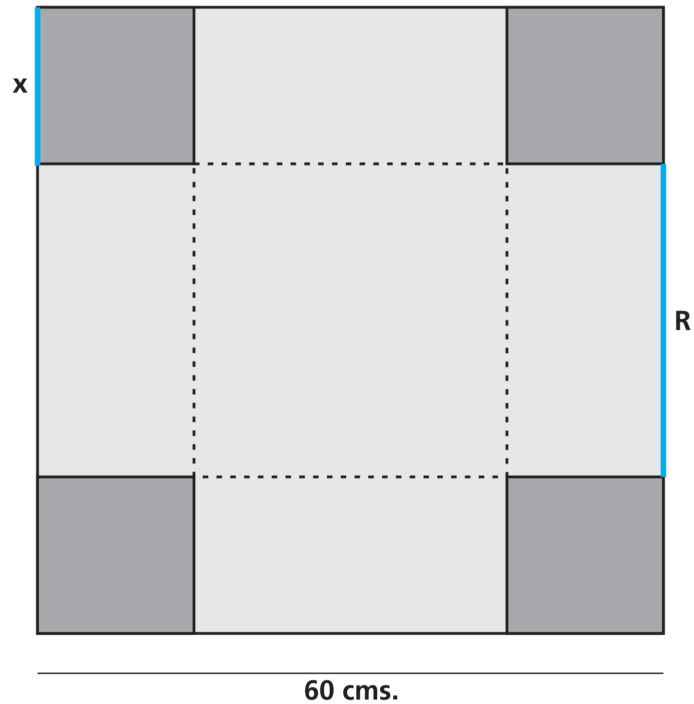
Tipo de pensamiento	Estándares
Variacional	Modelar situaciones de variación con funciones polinómicas. Reconocer el conjunto de valores de una variable en situaciones concretas de cambio. (variación).

Situación[4] Problema No. 3
Para Grados Octavo y Noveno

Momento 1

Se tiene un trozo de cartón de forma cuadrada y se desea construir una caja sin tapa recortando cuadrados de igual tamaño de sus esquinas y doblando luego hacia arriba las pestañas que quedan, ver figura.

4 Tomada de Plan de mejoramiento en gestión académica U de A y Edúcame: elaboraron Fabián Posada, Norma Lorena Vásquez y Gilberto Obando



- A medida que al trozo de cartón se le recorten cuadrados más grandes, ¿qué crees que pasa con el perímetro de figura resultante? , ¿Qué crees que sucede con el perímetro del cuadrado recortado al trozo de cartón?, ¿Qué crees que sucede con la longitud R de la figura? Y ¿Qué sucede con el perímetro de la pestaña?.

- Si se quiere recubrir la caja de cartón con papel, ¿crees que a medida que se recorten cuadrados mas grandes, necesitas mas papel?, ¿Habrá alguna caja para la cual necesite menos papel para recubrirla?, ¿para cuál caja necesitas exactamente una cantidad de papel igual a la mitad del trozo de cartón?.

- Para qué longitud x del cuadrado recortado el volumen de la caja es el más grande?

Momento 2:

A medida que vaya respondiendo las preguntas anteriores, complete la siguiente tabla.

Caja rectangular							
X	Perímetro de la figura resultante	Perímetro del cuadrado recortado	longitud de R	Perímetro de la pestaña recortada	Área del cuadrado cortado	Área de la figura para construir la caja	Volumen de la caja

Momento 3:

Representa en el plano cartesiano las siguientes gráficas:

- Lado del cuadrado cortado, con perímetro del cuadrado recortado.
- Lado del cuadrado cortado con perímetro de la pestaña.
- Lado del cuadrado con área de la figura para construir la caja
- Lado del cuadrado con volumen de la caja

Momento 4:

Encuentra una expresión matemática que represente las columnas de la tabla, es decir con la cual se pueda expresar cada uno de los datos, en términos del lado del cuadrado recortado (x).

Relación de estándares desde la actividad:

Tipo de pensamiento	Estándares
Variacional	Usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para verificar conjeturas. Modelar situaciones de variación con funciones polinómicas.
Numérico	Utilizar números reales en sus diferentes representaciones en diferentes contextos
Espacial	Usar representaciones geométricas para resolver y formular problemas en la matemática y en otras disciplinas.
Métrico	Generalizar procedimientos de cálculo, válidos para encontrar el área de regiones planas y volumen de sólidos.

BIBLIOGRAFÍA

MASON, John y otros. Rutas hacia el Álgebra, raíces del Álgebra. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, 1999.

MASON, John y otros. Pensar matemáticamente. Trad. MARTINEZ, Mariano. España : Labor, 1989.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Santafé de Bogotá, 1998, p 131.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Matemáticas. Santafé de Bogotá, 2003.

MÚNERA C, John Jairo. Las Situaciones Problema como Fuente de Matematización. En: Cuadernos Pedagógicos, Nº 16. Facultad de educación. Universidad de Antioquia. Medellín, agosto de 2001.

OBANDO Z, Gilberto; MÚNERA, John Jairo. Las Situaciones Problema como Estrategia para la Conceptualización Matemática. Revista Educación y Pedagogía. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Vol. XV, no. 35, (enero- abril), 2003 pp 183-200.

VASCO, Carlos E. El pensamiento Variacional, la Modelación y las Nuevas Tecnologías. Memorias del Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas. Santafé de Bogotá. 2002. Tomado de: http://www.mineducacion.gov.co/