



SEPARADOR 4

LOS ESTÁNDARES CURRICULARES DEL PENSAMIENTO MÉTRICO PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA (Una propuesta de trabajo en el aula)



Maria Denis Vanegas Vasco
I.E. La Paz. Municipio de Envigado

Jesús María Gutiérrez Mesa
I.E. Guadalupe ,Municipio de Medellín

Amzolicreyth Galarcio Arboleda
I.E. Luis Eduardo Arias Reinel, Municipio de Barbosa

febrero de 2005



PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS

INTRODUCCIÓN

El pensamiento métrico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes, su cuantificación y su uso con sentido y significado para la comprensión de situaciones en contextos. Éste también está relacionado con la medida de las cantidades de magnitud, su estimación y aproximación, al igual que con la capacidad de usar instrumentos de medida.

En Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y en Los Estándares Básicos de Matemáticas, el pensamiento métrico y los sistemas de medidas, se refieren a la construcción de los conceptos y procesos de conservación de las magnitudes; la selección de unidades de medida, patrones e instrumentos; la asignación numérica; la estimación y el papel del trasfondo social de la medición. Todo lo anterior hace que el concepto potente para el desarrollo del pensamiento métrico sea el de Magnitud.

Habitualmente se suele reservar el nombre de magnitud a los atributos o rasgos que varían de manera cuantitativa y continua (longitud, peso, densidad,..) o también de manera discreta (número de personas,...) las cantidades son los valores de dichas variables (Godino y Batanero, 2002, p 10).

Este énfasis en el concepto de magnitud, implica una reconceptualización profunda de la manera como es tratado este tipo de pensamiento en el currículo actual de matemáticas. En vez de reducir el pensamiento métrico al estudio teórico de los sistemas de unidades y los algoritmos para realizar las transformaciones de unidades de una medida determinada, éste debe ser centrado en el estudio del concepto de magnitud, de los procesos de medición, de la construcción de los conceptos de unidades de medida, y por tanto, de sistemas de unidades de medida, así como de su uso, sentido y significado en el tratamiento de las situaciones en las cuales tienen su origen.

Al poner el énfasis en los procesos de medición se pueden establecer puentes muy importantes desde este pensamiento hacia los demás pensamientos, como por ejemplo, con respecto al pensamiento numérico, en el cual el concepto de magnitud y sus procesos de medición son claves para el desarrollo de los conceptos relativos a los sistemas numéricos, especialmente, los naturales, racionales y enteros.

¿POR QUÉ PENSAMIENTO MÉTRICO?

La medida de las magnitudes en el contexto escolar, requiere de una reflexión sobre las relaciones entre las matemáticas y la realidad la cual no parece tenerse en cuenta por muchos docentes de matemáticas, pues generalmente los estudiantes se ven sometidos a procesos de medición con



instrumentos refinados y complejos, más aún se ven en tareas de conversión de unidades, sin haberse acercado conceptualmente a las magnitudes y sus medidas y sin darse cuenta de la necesidad misma de medir.

DESDE LOS LINEAMIENTOS CURRICULARES.

El texto de Los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), del área de Matemáticas, es una propuesta del Ministerio de Educación Nacional y un grupo de docentes del área que proponen algunos criterios para orientar el currículo y los enfoques que debería tener la enseñanza de las matemáticas en el país, con el fin de que se estudie la fundamentación pedagógica de dicha área y se intercambien experiencias en el contexto de los Proyectos Educativos Institucionales.

Los Lineamientos organizan el currículo matemático en tres grandes aspectos: procesos generales, conocimientos básicos y el contexto. Los procesos generales tienen que ver con el aprendizaje, es decir, el razonamiento, la resolución y el planteamiento de problemas, la comunicación, la modelación, comparación y ejercitación de procedimientos. Los conocimientos básicos se relacionan con los conceptos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con los sistemas propios de las matemáticas: el pensamiento numérico y los sistemas numéricos, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los sistemas de medidas, el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos. El contexto hace alusión a los ambientes que rodean al estudiante y que contribuyen al sentido de las matemáticas que aprende, acá cobra especial importancia las situaciones problemáticas que surgen de las mismas matemáticas, de la vida diaria y de las otras ciencias.

Según las consideraciones planteadas por el Ministerio de Educación Nacional en los Estándares y en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, el pensamiento métrico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes, su capacidad para abstraerlas de los fenómenos, para medirlas, para compararlas entre sí, operar con sus medidas y aplicarlas en diferentes contextos; utilizando como herramienta básica los sistemas de medidas y haciendo énfasis en los siguientes aspectos:

- La construcción de los conceptos de cada magnitud.
- La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.
- La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”.
- La apreciación del rango de las magnitudes.
- La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.
- La diferencia entre la unidad y el patrón de medida.
- La asignación numérica.
- El papel del trasfondo social de la medición.

DESDE LOS ESTÁNDARES BÁSICOS DE MATEMÁTICAS

En los dos últimos años en el país se ha venido discutiendo los “estándares básicos de matemáticas”, pretendiendo con ellos unificar criterios en torno a los conceptos, procesos y contextos que deben orientar cada uno de los ejes temáticos que conforman el currículo del área de matemáticas.



Los estándares son criterios que permiten organizar el currículo de matemáticas. Son un punto de referencia de lo que un estudiante puede estar en capacidad de saber y saber hacer, en una determinada área o en determinado nivel.

Los estándares están definidos sobre la base de tres ejes, el conceptual, el procedimental y el contextual. El eje conceptual de los estándares está constituido por lo que los Lineamientos Curriculares denominan “los conocimientos básicos”(mencionados anteriormente); El eje procedimental lo constituyen los procesos básicos de la matemática escolar. En cuanto a lo contextual se parte de los contextos individuales de quien aprende los conceptos y del contexto propio del saber específico al cual pertenecen.

Para el pensamiento métrico estos ejes se caracterizan de la siguiente manera:

Dos ejes conceptuales articulan toda la propuesta para el desarrollo del pensamiento métrico: Las magnitudes y los sistemas de medición.

Con respecto a las magnitudes se propone para los primeros grados de la educación básica estándares como:

- Reconocer y diferenciar atributos mensurables de los objetos y eventos... comparar y ordenar objetos... reconocer el uso de las magnitudes y de las dimensiones de las unidades.

Para los procesos de medición se plantean estándares como:

- Realizar y describir procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados... seleccionar unidades para la medición... utilizar técnicas y herramientas para la medición... relacionar unidades para la medición de diferentes magnitudes.

De otro lado identifica unos procesos asociados al cálculo con unidades de medida, la estimación de medidas y la resolución de problemas asociados a la medición de áreas, perímetros y volúmenes entre otros, usando unidades convencionales o estandarizadas; además de la selección de unidades apropiadas y la utilización de instrumentos de medida en situaciones problemáticas.

Al plantear otros ejes temáticos aparecen estándares asociados a situaciones de medición o al uso de magnitudes, como:

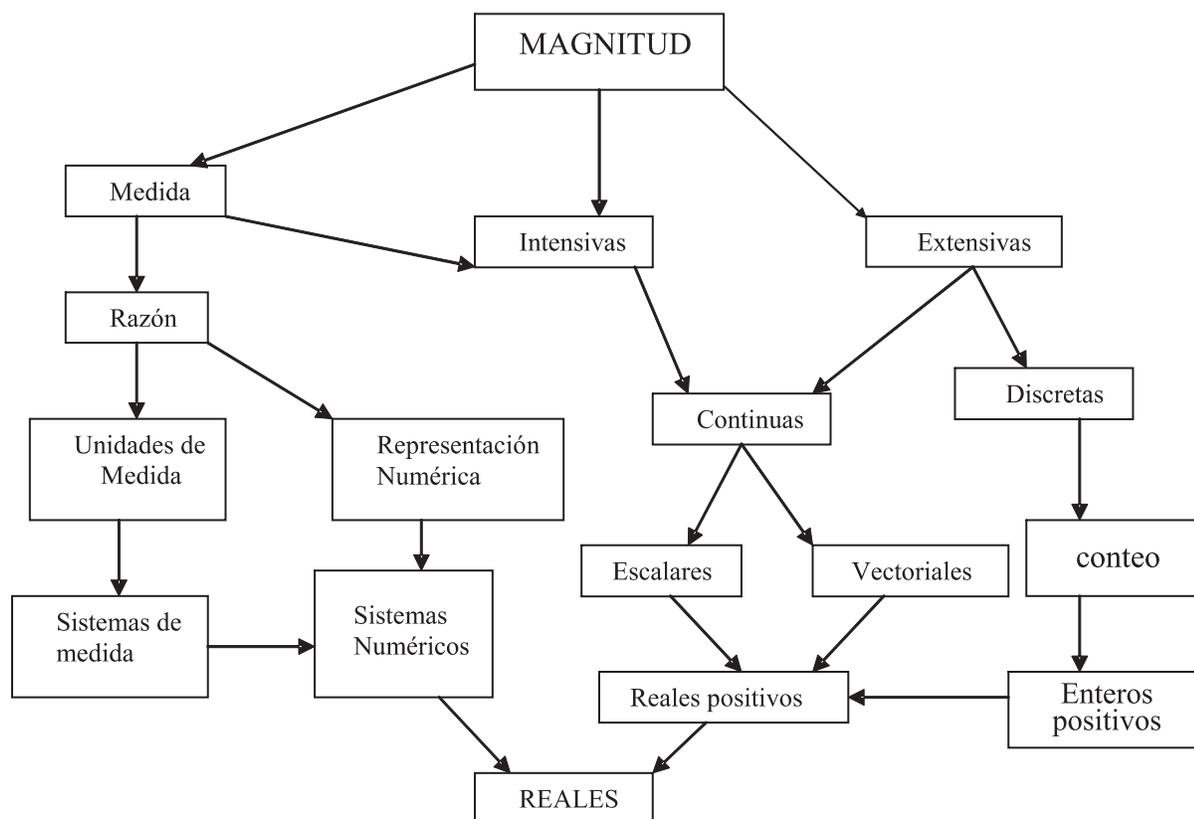
-En el pensamiento numérico:

- “Describir situaciones de medición utilizando fracciones comunes”
- “Utilizar números (fracciones, decimales, razones, porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida”.

-En el pensamiento variacional:

- “Analizar y explicar relaciones de dependencia en situaciones económicas, sociales y de las ciencias”.

En el siguiente esquema se presentan los conceptos y algunas relaciones que estructuran el pensamiento métrico, además de posibles puentes con otros conceptos matemáticos.



La intuición sobre las magnitudes, implica inmediatamente su cuantificación a través de la medida, entendida esta como la asignación numérica que resulta de comparar o determinar el número de veces que otra magnitud del mismo género, tomada como unidad de medida, cabe en la magnitud a medir. A manera de ejemplo, una masa de 3,5 Kilogramos, significa que se ha comparado una masa de un kilogramo con otra más grande que la contiene tres veces y media.

La posibilidad de componer, por ejemplo, una masa de 3,5 Kg como tres veces y media una masa de un kilogramo, hace que a esta magnitud y a otras que cumplan la misma característica (aditiva), se les designe como magnitudes extensivas.

Hay otro tipo de magnitudes como la temperatura, en donde este proceso de componer magnitudes a partir de otras del mismo género, no es posible. Así, una temperatura de 70°C no se puede componer a partir de una temperatura de 30°C y otra de 40°C; sin embargo se puede medir. A este tipo de magnitudes se les llama intensivas.

A las primeras, en donde la suma es posible con sentido (agregar), se les conoce como extensivas, a las segundas en donde la suma no es posible con dicho sentido, se les llama intensivas.

Las magnitudes también se pueden clasificar en discretas y continuas; en las discretas, las medidas de las magnitudes se pueden expresar con números naturales, en las continuas, las medidas de las magnitudes no siempre se pueden expresar con números naturales y por lo tanto debe recurrirse a los números reales.



Por ejemplo, son magnitudes continuas, la longitud, el peso, el tiempo, entre otras; y son magnitudes discretas las que tienen que ver con el conteo: cuando se cuentan objetos, personas o animales se habla de magnitudes discretas. Existe un isomorfismo entre los números y las medidas de las magnitudes; si ese isomorfismo se establece entre las cantidades de las magnitudes y los números naturales, se dice que son discretas y si el isomorfismo se establece entre las cantidades de magnitud y los números reales, se habla de magnitudes continuas.

Las magnitudes continuas, a su vez, se dividen en escalares y vectoriales, considerando como escalares aquellas magnitudes cuyas medidas pueden ordenarse linealmente, ello quiere decir que entre dos elementos diferentes cualquiera, puede definirse una relación de orden (\leq) con las propiedades reflexiva, simétrica y transitiva. Las demás se consideran vectoriales. Son magnitudes escalares, el tiempo, la longitud, la masa, el volumen, etc.; son magnitudes vectoriales, la velocidad, el peso, la aceleración, entre otras.

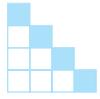
EN UN CONTEXTO HISTÓRICO

Es necesario dar una mirada a la historia de las matemáticas para identificar allí las concepciones que el hombre, directa o indirectamente elaboró de los conceptos más primitivos de las matemáticas, como el de las magnitudes y sus mediciones, para analizar obstáculos epistemológicos que, o bien, potenciaron la construcción de los conceptos, o por el contrario, impidieron su desarrollo.

Los griegos (siglos VII a III a.n.e), fueron conocedores de las matemáticas egipcias y babilónicas por sus prácticas comerciales y por el uso en las construcciones, pero llevados quizás por la idea de considerar que el conocimiento práctico no tenía el carácter científico, no dejaron grandes evidencias escritas de ello; sin embargo su mayor contribución está en la construcción teórica de muy buena parte de ellas y uno de estos ejemplos está en la construcción de la teoría de las magnitudes, que les permitió profundizar en muchos otros temas de las matemáticas y de las ciencias, a la vez que superar serios problemas originados quizás por el descubrimiento de los inconmensurables de un lado, además de la imposibilidad para aceptar el infinito actual, tal vez como consecuencia de la “dicotomía continuo-discreto que estuvo presente a lo largo de la historia de las matemáticas y sólo fue superada hacia finales del siglo XV con los trabajos de Simón Stevin” (Obando Z., 2002...)

La ausencia de argumentos a favor de un continuo numérico obligó a los matemáticos griegos a pensar un continuo físico, sugerido por las magnitudes geométricas; siendo Eudoxo quien introduce la idea de magnitud continua; no se trataba de un número, sino de entidades geométricas (longitud, área, volumen, etc) las cuales eran continuas, contrariamente a los números que eran discretos.

Este tratamiento teórico de las magnitudes y de sus medidas, permitió, por una parte un refinamiento de la teoría de las proporciones en primer lugar y de las razones en segundo lugar. Además permitió superar la crisis generada por el descubrimiento de los irracionales, dejando las bases para la teoría moderna de los números reales.



EN UN CONTEXTO MATEMÁTICO

Magnitud.

Algebraicamente se define la magnitud como un *semigrupo conmutativo y ordenado*, formado por *clases de equivalencia que son sus cantidades*: dado un conjunto M , no vacío, se constituye en una magnitud, si en él puede definirse una relación de equivalencia ($=$) y una operación interna suma ($+$); con las propiedades: reflexiva, simétrica y transitiva, para la relación de equivalencia, y asociativa, conmutativa y modulativa para la operación interna ($+$).

Si en el conjunto M se ha definido la relación de equivalencia y la operación ($+$) con las condiciones para cada una, decimos, que “los elementos de M , definen, una magnitud” (Luengo, 1990, p 48), entendiendo ésta, por la cualidad común que hace que los elementos a, b, c , de M sean igualables.

Hasta aquí podemos afirmar que $(M,+)$ es un semigrupo conmutativo con elemento neutro.

Cantidad de magnitud.

Con el término “cantidad de magnitud” nos referimos a aquello que tienen en común todos los elementos iguales entre sí, y todos los objetos que tienen la misma cantidad de magnitud forman una clase de equivalencia. Las cantidades de magnitud se pueden comparar entre sí; es decir, que en los elementos de M puede definirse una relación de orden, esto es, dados los elementos de M , al compararlos bajo la relación \leq , se da la ley de tricotomía con las propiedades: Reflexiva, antisimétrica, transitiva.

Quedan definidas las magnitudes desde el punto de vista algebraico como “un semigrupo conmutativo con elemento neutro totalmente ordenado”.

Tipos de magnitudes.

Si bien las magnitudes han sido definidas desde su estructura algebraica éstas tienen un carácter mucho más intuitivo en las matemáticas escolares, ya que es a partir de la manipulación de objetos en donde se pueden determinar aquellas cualidades o atributos medibles. Es por ello que la tipología de las magnitudes, sus medidas, unidades de medida y sus sistemas de medición se hace atendiendo más a ese carácter intuitivo, y desde el punto de vista físico, más que desde el punto de vista algebraico.

- **Magnitudes fundamentales y magnitudes derivadas:**

Magnitudes fundamentales son aquellas que se definen por sí mismas en el proceso de medición, usando sus respectivas unidades de medida son también llamadas indefinidas o primarias. Se definen en el Sistema Internacional (SI) cinco magnitudes fundamentales con su respectiva unidad básica de medida y su respectivo símbolo:

**Magnitudes fundamentales (S.I. Sistema Internacional)**

| MAGNITUD | NOMBRE DE LA UNIDAD BASICA | SIMBOLO |
|-----------------------------------|----------------------------|---------|
| Longitud | Metro | m |
| Masa | Kilogramo | Kg |
| Tiempo | Segundo | S |
| Intensidad de corriente eléctrica | Amperio | A |
| Temperatura termodinámica | Kelvin | K |
| Cantidad de sustancia | Mol | Mol |
| Intensidad luminosa | Candela | Cd |

Las magnitudes que se definen a partir de otras (fundamentales), o que no son medibles directamente se les denominan **derivadas**, como es el caso de la velocidad que se define a partir de la longitud o distancia y el tiempo. En el sistema internacional se definen otras magnitudes denominadas complementarias como son: el ángulo plano cuya unidad es el radián (rad.) y el ángulo sólido cuya unidad básica es el estereorradián (sr).

- **Magnitudes escalares y magnitudes vectoriales:**

“Toda magnitud definida en un conjunto M se llama escalar si los elementos del conjunto pueden ordenarse linealmente” (Luengo, 29, p, 53), O como ya se dijo que una magnitud que tenga estructura de semimódulo ordenado, con un orden compatible con su ley de composición, sobre el semianillo, $(\mathbb{R}, +)$, se denomina magnitud escalar. Si el semianillo es el de los números reales positivos diremos que la **magnitud es escalar continua**, si el semianillo es el de los número naturales diremos que es una **magnitud escalar discreta**. En forma intuitiva se denominan magnitudes escalares, aquellas cuyas cantidades de magnitud quedan completamente expresadas con un número y una unidad.

 $r \in \mathbb{R}^+$ **Medida.**

Si dada una cantidad de magnitud “a” cualquiera que pertenece a M y definida una unidad “e” que pertenece a M, entonces $\exists r \in \mathbb{R} / \forall a \in M, a = r \cdot e$. Decimos que “r” es la medida de “a” con respecto a la unidad e.

Se puede definir la “unidad de medida e” como ese elemento que pertenece a M, tal que multiplicado por el $r \in \mathbb{R}^+$ adecuado, puede expresar cualquier cantidad de magnitud, o de otra forma, “cualquier cantidad de magnitud puede ser expresada como el producto de un r por una cantidad fija llamada unidad de medida “. (Luengo, 1990, p 58).

EN UN CONTEXTO DIDÁCTICO

Para abordar un esquema conceptual en el campo de la didáctica, se sugiere al maestro, posicionarse en los diferentes conceptos y plantear situaciones que permitan enfatizar en estos y mostrar relaciones con otros.



“Una situación didáctica es un conjunto de relaciones establecidas explícitas y/o implícitamente entre un alumno o grupo de alumnos, un sistema educativo y un medio” (Grecia Gálvez).

A continuación se presenta un esquema que puede dar cuenta de varias actividades tendientes al desarrollo del concepto de la magnitud longitud:

| Lenguaje Matemático | E | Partición de E: P | Orden sobre P |
|--|--|---|----------------------|
| Actividades (objetos y procedimientos) | Segmentos Barras Cuerdas Hilos | Clases de objetos de igual longitud Cada clase define una longitud | Longitudes ordenadas |
| | Tallado Comparación Según el criterio “...es tan largo como...” | - Comparación dos a dos de representantes de diferentes clases - Se ordenan las longitudes | |

(Tomado de Chamorro María del Carmen y Juan Miguel Belmonte. EL problema de la medida. Didáctica de las Magnitudes lineales. Editorial Síntesis, No 17)

Se sugiere en forma similar plantear y diseñar cuadros correspondientes a las otras magnitudes fundamentales o puede remitirse al texto reseñado anteriormente.

SITUACIONES PROBLEMAS

Situación 1

Estándares asociados:

- Con respecto a los conceptos de magnitud los numerales 1 y 2 de los grados 1º a 3º.
- Con respecto a los sistemas de medida el numeral 3 y 4 de los grados 1º a 3º.

Actividad 1

Los estudiantes se organizan por equipos. A cada uno de los cuales se le entregará un juego de diez varillas que no tienen una medida determinada pero que guardan la siguiente relación:

Varilla A: _____

Varilla B: _____ dos varillas (cada una la mitad de la varilla A.)

Varilla C: _____ cuatro varillas (cada una la cuarta parte A).

- Compárelas entre sí, ¿cuántas veces cabe una en otra? Hacerlo con todas, estableciendo todas las relaciones posibles y explicando lo que se hace, así:

La varilla A es _____ la varilla B

La varilla B es _____ la varilla B, etc.

- Medir largo y ancho del salón, o de otros objetos, utilizando las diferentes varillas.



Sugerencias metodológicas

Se debe permitir, además, incluir otras varillas que no se puedan medir unas con otras exactamente, situación que será parte de la discusión en grupo con el fin de establecer estados de complejidad.

También se permite hacer uso de los pies, las manos u otros objetos arbitrarios para hacer mediciones relacionadas con cada una de las longitudes. Discutir la conveniencia de ciertas unidades para ciertas mediciones.

Simultáneamente con los procesos concretos de medición, se deben validar y utilizar diferentes formas de representación: icónica y simbólica de las medidas, enfatizando en que la expresión de una medida requiere que se asigne un número y una unidad, ejemplo: 3 pasos, 6 cuartas.

El segmento de recta ha sido un instrumento válido para la representación icónica de las medidas de longitud y que puede usarse para representar los objetos concretos, las varillas.

Luego se socializa el trabajo realizado, con el propósito de analizar y explicar el uso de las unidades de medida y de los instrumentos de medición.

Actividad 2

Construir una regla graduada, no convencional.

1. Recortar una regleta de madera o de cartón de cualquier longitud.
2. Recortar también una cinta de papel del mismo tamaño, doblarla en dos partes iguales, colocarla sobre la regleta, haciendo coincidir los dos extremos y hacer una marca sobre el punto medio de la regleta, proceder de igual manera para la mitad de la mitad y así, hasta completar 8 divisiones o más, a lo largo de toda la regleta.

Después de realizar todos los dobleces y las marcas, recortar la tira de papel por cada uno de ellos. A continuación discutir con los alumnos preguntas y situaciones como las siguientes:

¿Cómo son esos espacios entre las marcas obtenidas sobre la regleta?; comparar los espacios entre las marcas con los pedazos de papel obtenidos; utilizar la regla construida para medir el largo y el ancho del salón u otros objetos; expresar por escrito la medida encontrada; comparar las unidades de medida con las utilizadas por otros compañeros; ¿por qué las medidas no son iguales si medimos las mismas distancias?, ¿cuáles medidas crees que son más exactas y por qué?; ¿hay igual número de pedazos de papel que marcas en la regleta?, justifique su respuesta; si enumeramos todas las marcas en orden partiendo del 1, ¿Qué números le corresponden a los extremos de la regleta?

Sugerencias metodológicas

Con esta actividad se puede iniciar un proceso dinámico de la medición, al permitir trasladar y sobreponer trozos de la tira de papel sobre cada tramo obtenido en la regleta. Actividad que inicia en las técnicas de cortar y pegar que serán útiles en los temas relacionados más tarde con el cálculo de áreas.



Téngase en cuenta que las dimensiones (ancho y grosor de la regla y del papel), se despreciarán con el ánimo de centrar la atención sólo en la distancia, objeto de medición y la unidad de medida como espacio entre dos marcas.

Después de construir la regla con marcaciones, se utiliza en situaciones prácticas de medición; es conveniente que el educador aproveche la situación para, realizar la socialización de la experiencia, planteando la necesidad de estandarizar las unidades y las medidas.

Situación 2

Propósitos:

- Reconocimiento de unidades de medida de longitud.
- Establecer relaciones entre diferentes unidades de medida de longitud.
- Uso de patrones e instrumentos de medida.

Estándares asociados:

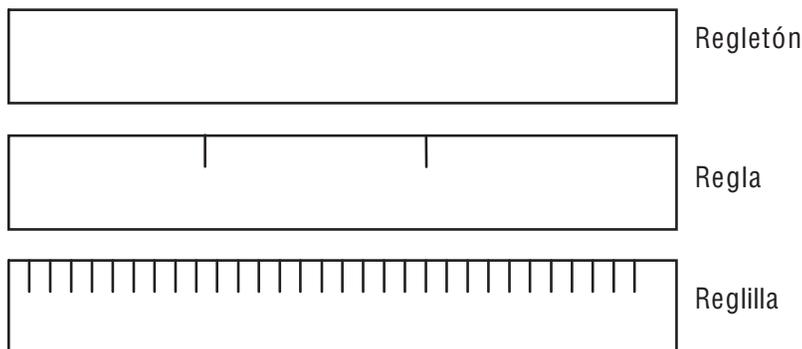
Grados 1° a 3°:

- Realizar y describir procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados de acuerdo al contexto.
- Analizar y explicar la pertinencia de usar una determinada unidad de medida y un instrumento de medición.

Grados 8° y 9°

Seleccionar y usar técnicas de instrumentos para medir longitudes, áreas de superficie, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.

Materiales: Hojas de papel para consignar explicaciones; tres cintas de papel: una graduada cuyas unidades corresponden a centímetros, otra graduada cuyas unidades corresponden a decímetros y otra sin graduar; las cintas tienen una longitud igual de 30 centímetros.





Descripción:

1. A cada estudiante se le entregará una cinta o tirilla de papel no graduada (30 cm), y se le pedirá que mida con ella el largo de su cuaderno o del libro. Llamaremos “regletón” a esta primera regla y **alfa** (α) a la unidad.

Luego se hará una discusión sobre los valores obtenidos, los estudiantes deben justificar la medida obtenida.

2. Se entrega una segunda cinta al estudiante para que mida nuevamente el largo del cuaderno (el mismo que midieron en la actividad anterior). La segunda cinta está dividida en tres partes iguales (3 decímetros). Llamaremos “regla” a la segunda cinta y **Beta** (β) a cada unidad en que está dividida. También se socializarán los resultados obtenidos.
3. Se entrega una tercera cinta graduada (en centímetros) y se repite el proceso. Llamaremos “reglilla” a la nueva regla y **lambda** (λ) a las unidades en las que está dividida, para que las compare y llene la siguiente tabla:

Expresa en cada casilla los resultados de medir las unidades de cada una de las cintas, con las otras dos.

| Medir con | α | β | λ |
|--------------|----------|---------|-----------|
| α | | | |
| β | | | |
| λ | | | |

Análisis Didáctico:

1. Se espera que el estudiante mida el largo de su cuaderno con el “regletón” y exprese el resultado en términos de α : mide un α , o por el contrario que diga que no es posible medir el largo de su cuaderno con dicho instrumento.
2. En la discusión deberá surgir la necesidad de utilizar otros instrumentos con otras unidades para hacer la medida correspondiente, así se les entregará “la regla”, para que expresen sus resultados nuevamente, por ejemplo: un β , o 2β .
3. También en la socialización debe replantearse la necesidad de medir utilizando otras unidades que permitan mayor precisión, así se les entregará “la reglilla”, y obtendrán resultados como: 25λ , o 30λ , algunos inclusive podrán pensar en utilizar las dos últimas unidades, así: 2β y 8λ .



Situación 3

Propósito: Hallar la medida entre dos puntos usando unidades del sistema métrico decimal.

Estándares asociados:

Para grado 6° y 7°:

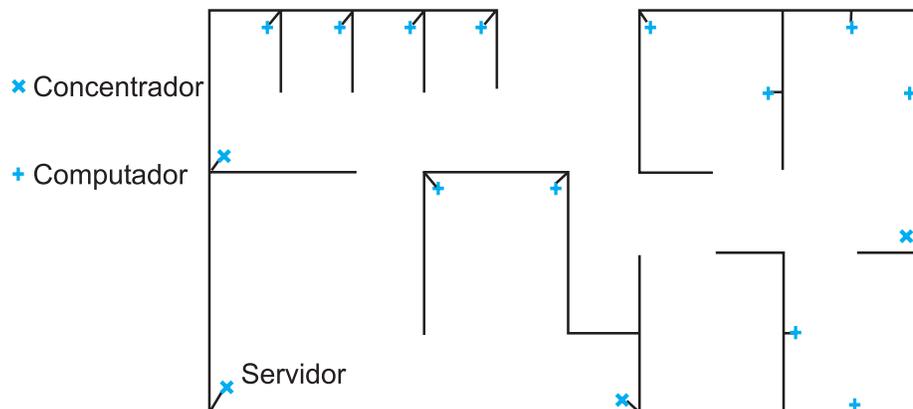
- Identificar relaciones entre unidades para medir diferentes magnitudes.

Para 8° y 9°.

- Seleccionar y usar técnicas de instrumentos para medir longitudes, áreas de superficie, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.
- Justificar la pertinencia de utilizar unidades de medida específicas en las ciencias.

Descripción:

Determinar con la mayor precisión posible cuanto cable se necesita para conectar los computadores en red, si cada concentrador puede conectar cuatro computadores, y cada concentrador se conecta directamente al servidor. Se dirá que por cada centímetro medido con la regla se tendrá que comprar un metro de cable o su equivalente por fracción de éste.



Análisis Didáctico:

1. Si no se hace la aclaración (el cable debe pasar por las paredes solamente), es posible que los estudiantes inmediatamente se les entregue el material empiecen a trazar líneas entre cada computador y uno de los concentradores y de estos hacia el servidor, y que empiecen a medir indistintamente.
2. Después de ubicar los concentradores, el servidor y los doce computadores, también es posible que el estudiante determine por tanteo o por estimación el cable que se necesita. Podrá pensar



en una sala normal de sistemas o en un salón de clase y tener alguna guía o punto de referencia, diciendo por ejemplo que se necesitan 100 metros de cable o noventa, por lo general con números enteros y aproximados a las decenas.

3. En la medida que se vaya avanzando en el proceso y dialogando con los estudiantes, estos determinarán una forma organizada de medir las longitudes y hacer los cálculos necesarios: Sea **P** el concentrador de la izquierda, **Q** el de la derecha y **R** el del centro inferior. Sean **C1, C2, C3, C4**, los computadores que están colocados en la parte superior de izquierda a derecha respectivamente y que se podrán conectar con **P**. **C5, C6, C7, C8**, los computadores colocados en la parte superior derecha (de izquierda a derecha respectivamente) y que se pueden conectar con **Q**. Y **C9, C10, C11, C12**, los otros cuatro computadores que se pueden conectar con **R**. Y por último considérese **S** al servidor.

4. Las distancias:

- Entre los concentradores y el servidor son respectivamente:
 $PS = 3\text{cm}$, $RS = 6\text{cm}$, $QS = 12\text{cm}$.
- Entre los computadores y el respectivo concentrador son:
 $C1P = 3\text{cm}$; $C2P = 4\text{cm}$, $C3P = 5\text{cm}$, $C4P = 6\text{cm}$
 $C5Q = 7\text{cm}$, $C6Q = 6\text{cm}$, $C7Q = 5\text{cm}$, $C8Q = 2\text{cm}$
 $C9R = 3\text{cm}$, $C10R = 3\text{cm}$, $C11R = 4\text{cm}$, $C12R = 6\text{cm}$

5. Cálculo del cable total, se espera que el estudiante desarrolle un proceso similar al planteado acá, sumando las cantidades de medida de las distancias anteriormente obtenidas y luego teniendo en cuenta que cada centímetro en el papel corresponde a un metro en la sala real:

$$\begin{aligned}PS + RS + QS &= 21\text{cm} \\C1P + C2P + C3P + C4P &= 18\text{cm} \\C5Q + C6Q + C7Q + C8Q &= 20\text{cm} \\C9R + C10R + C11R + C12R &= 16\text{cm} \\ \text{Total: } &75\text{ cm}\end{aligned}$$

Respuesta: Se necesitan 75 metros de cable para conectar los computadores en red.

Situación 4. Medidas de superficie

Propósito:

Identificar unidades de área y establecer relaciones entre ellas al medir áreas de superficies dadas.

Estándares asociados:

Para grados 8° y 9°.

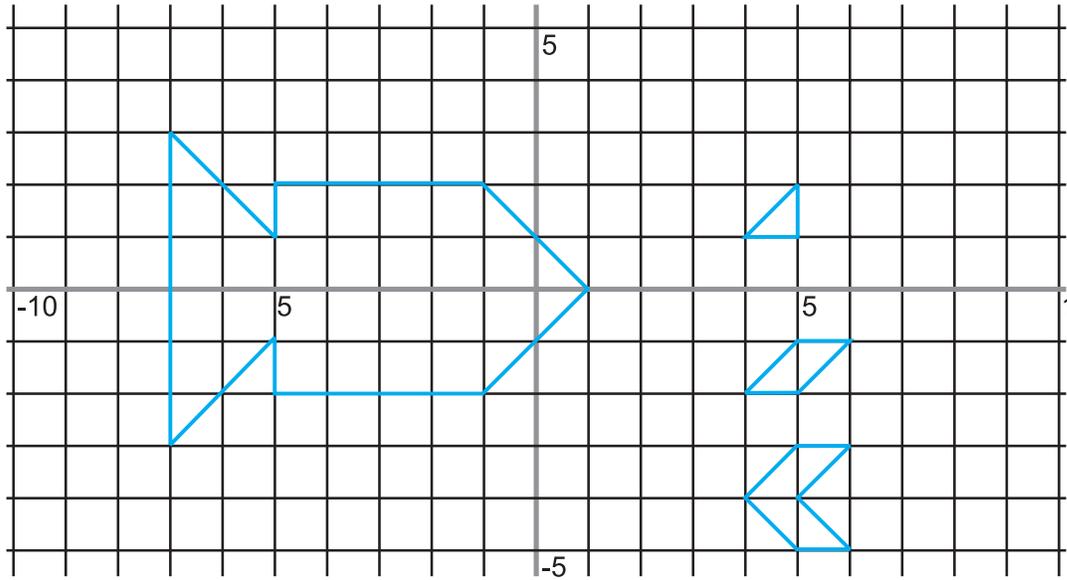
- Generalizar procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y volúmenes de sólidos.
- Seleccionar y usar técnicas de instrumentos para medir longitudes, áreas de superficie, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.



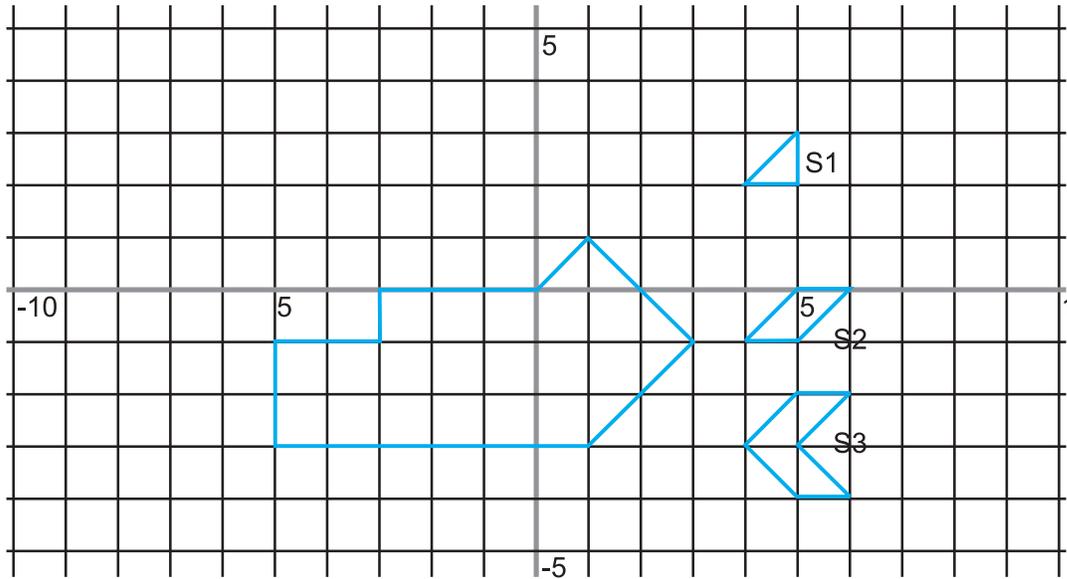
Materiales: Hoja con ilustraciones, tijeras.

Descripción:

Mide la siguiente superficie utilizando como unidad de medida S1 como unidad de medida.



Mide esta otra superficie, utilizando como unidad de medida S2.



Compara las unidades S1, S2 y S3. ¿Qué pasaría si se midiera la primera superficie utilizando S2 como unidad de medida y si se utilizara S3?, ¿Qué pasaría si se midiera la segunda superficie con S1?



Análisis Didáctico:

Se espera que el estudiante busque estrategias para iniciar la medida con S1 (**etapa de acción**), podrá hacerlo recortando el triángulo del papel y midiendo con él la superficie dada, o podrá utilizar algún tipo de rayado, como también utilizando regla y tal vez pensando en alguna fórmula o algoritmo para las figuras que observe como polígonos conocidos.

Acudirá a sus compañeros y profesores para preguntarles si está haciendo lo correcto o para pedir sugerencias para proceder a resolver el problema e intentará una reflexión y socialización sobre sus conocimientos (**comunicación**).

Luego se debe animar a los estudiantes a que descubran la relación entre las unidades dadas S1, S2, S3 y que entiendan así la construcción de un sistema de unidades de área: $S1 = \frac{1}{2}$ de S2; $S2 = \frac{1}{2}$ de S3; $S3 = 2S2 = 4S1$; $S2 = 2S1$.

Y luego la medida de la superficie del pez es: $56S1 = 28S2 = 14S3$. Se presentará una etapa de comparación y discusión sobre los resultados obtenidos, se podrán hacer confrontaciones con las dos gráficas presentadas para que se **validen** las diferentes respuestas y procedimientos obtenidos.

ESTÁNDARES DE MATEMÁTICAS: PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS

| Ejes temáticos | 1° a 3° | 4° a 5° | 6° a 7° | 8° a 9° | 10° a 11° |
|-----------------------------|---|--|---|---|--|
| CONCEPTO DE MAGNITUD | 1. Reconocer atributos mensurables de los objetos y eventos (longitud, superficie, capacidad, masa y tiempo) en diversas situaciones 2. Comparar y ordenar objetos | 1. Diferenciar atributos mensurables de los objetos y eventos (longitud, superficie, volumen, capacidad, masa-peso, tiempo, y amplitud angular) en diversas situaciones. 6. Reconocer el uso de magnitudes y las dimensiones de las unidades respectivas en situaciones aditivas y multiplicativas. | 3. Calcular áreas y volúmenes a través de composición de figuras de cuerpos. | | |
| SISTEMAS DE MEDIDAS | 3. Realizar y describir procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados de acuerdo con el contexto. 4. Analizar y explicar la pertinencia de usar una determinada unidad de medida y un instrumento de medición | 2. Seleccionar unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones. | 1. Utilizar técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas. 4. Identificar relaciones entre unidades y para medir diferentes magnitudes. | 2. Selección y usar técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados. 3. Justificar la pertinencia de utilizar unidades de medida específicas en las ciencias. | 1. Diseñar estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos. 2. Resolver y formular problemas que involucren mediciones derivadas para atributos tales como velocidad y densidad. |



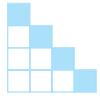
ESTÁNDARES DE MATEMÁTICAS: PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS

| Ejes temáticos | 1° a 3° | 4° a 5° | 6° a 7° | 8° a 9° | 10° a 11° |
|----------------------------|---|---|--|---|---|
| SISTEMAS DE MEDIDAS | <p>5. Utilizar y justificar el uso de estimaciones de medidas en la resolución de problemas relativos a la vida social, económica y de ciencias.</p> <p>6. Reconocer el uso de las magnitudes en situaciones aditivas y multiplicativas</p> | <p>3. Utilizar y justificar el uso de la estimación en situaciones de la vida social, económica y en las ciencias.</p> <p>4. Utilizar diferentes procedimientos de cálculo para hallar la medida de superficies y volúmenes.</p> <p>5. Calcular el área y volumen de figuras geométricas utilizando dos o más procedimientos equivalentes.</p> | <p>2. Resolver y formular problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas)</p> <p>5. Resolver y formular problemas que requieren técnicas de estimación</p> | <p>1. Generalizar procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y volumen de sólidos.</p> | <p>3. Justificar resultados obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva, rangos de variación y límites en situaciones de medición.</p> |
| CÁLCULO | | <p>6. Reconocer el significado y el sentido de las magnitudes en situaciones aditivas y multiplicativas</p> <p>7. Describir y argumentar relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando es constante una de las dimensiones.</p> <p>8. Reconocer y usar la proporcionalidad para resolver problemas de medición (de alturas, cálculo del tamaño de grupos grandes....)</p> | | | |



BIBLIOGRAFÍA

- ARTIGUE, M, DOUADY, R., MORENO, L., GÓMEZ, P., Ingeniería didáctica en educación matemática, pp, 33-59, "una empresa docente", Grupo editorial Iberoamericana, México, 1995.
- ASOCOLME, Asociación Colombiana de Matemáticas Educativas, Estándares Curriculares para Matemáticas, Cuadernillos de Matemáticas Educativas, N° 5, Gaia, 2002.
- BROUSSEAU, G., "Fundamentos y método de la didáctica de las matemáticas, en: Lecturas de didáctica de las matemáticas, escuela francesa. Compilación de Ernesto Sánchez y Gonzalo Zubieta. Traducido de Fondements et méthodes de la didactique des mathematiques, Recherches en didactique des mathematiques. Pp 33-115, 1993.
- CASTRO, Encarnación, y Otros, Estimación Cálculo y Medida, Matemáticas: cultura y aprendizaje, N° 9. Síntesis, Madrid, 2000. 205 p.
- CHAMORRO, Carmen y Otro, El Problema de la Medida, Matemáticas: cultura y aprendizaje, N° 17. Síntesis, Madrid, 1991. 136 p.
- De la Torre, Andrés, Anotaciones a una lectura de Arquímedes, U. de A., Medellín, 1993.
_____, La modelización del espacio y del tiempo, Universidad de Antioquia, Medellín, 2003.
- FIOL, M. Luisa y Joseph M. Proporcionalidad Directa. La Forma y el Número. Matemáticas: cultura y aprendizaje, N° 20. Síntesis, Madrid, 1990. 185 p.
- GODINO, Juan; BATANERO, Carmen. Medida de Magnitudes y Didáctica para maestros, www.ugr.es/local/godino/edumat-maestros/, Granada, 2002.
- HEATH, Thomas L. The thirteen books of Euclid's Elements, Dover publications, N. Y. 1993.
- LUENGO, G, Ricardo y Otros, GRUPO BETA, Proporcionalidad Geométrica y Semejanza, Matemática: cultura y aprendizaje, N° 14, Síntesis, Madrid 1990.
- LOVEII, K. Desarrollo de los Conceptos Básicos Matemáticos y Científicos en los niños, Morata, Madrid, 1986.
- MEN, Colombia, Estándares Básicos de Matemáticas, Santafé de Bogotá, Mayo, 2003
- MEN, COLOMBIA, Lineamientos Curriculares Matemáticas, Magisterio, Bogotá, 1998. 129p



- MEN- ICFES, Matemáticas Escolares, Aportes para orientar procesos de innovación, Bogotá, 2003.
- MEN-ICFES, Evaluar para transformar, Aportes de las pruebas saber al trabajo en el aula, Bogota,2002-2003.
- MESA BETANCUR, Orlando, Contextos para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas, Instituto de educación no formal, Medellín, 1998.
- OBANDO, G, MUNERA, j, Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemáticas, en, Educación y Pedagogía, No 35, Vol, XV, Universidad de Antioquia, Medellín, 2003