

# ANEXO 10. TAREA ESPECIAL Y SU ANÁLISIS

## 1. FICHA DE LA TAREA ESPECIAL

*Objetivo 2.* Construir todas las posibles permutaciones sin repetición para un conjunto dado.

*Sesión No 3:* Tarea especial

*Tiempo disponible:* 110 minutos repartidos de la siguiente manera.

10 minutos: Realimentación del diario de la sesión 2.

90 minutos: Realimentación de tarea especial.

10 minutos: Cierre de actividad y elaboración del diario de sesión.

### 1.1 Formulación:

T2 Finalistas de campeonato

En una hoja de examen registre sus procedimientos y resultados a la siguiente actividad.

Un campeonato premiará solamente a los mejores cuatro equipos. Los finalistas son los equipos amarillo, azul, verde y blanco.

¿Cuáles serían las posibles posiciones (primero, segundo, tercero y cuarto) que ocuparían los equipos al finalizar el campeonato?

1. Trabajo en parejas

a. Utilicen las fichas de ensamble para representar a cada equipo.

b. Si el equipo amarillo ocupa el primer lugar, ¿qué lugares pueden ocupar los demás equipos?

c. Y si es el azul el que ocupa el primer lugar, ¿qué lugares pueden ocupar los demás equipos?

d. Representen con las fichas todos los posibles resultados del campeonato.

## 2. Trabajo con el curso

e. Un estudiante de cada pareja levantará uno de sus arreglos y le contará al resto de la clase el orden de clasificación final que representan con esas fichas. Cada pareja que observa el arreglo presentado si tiene uno igual lo agrupará en un sitio diferente.

f. ¿Es importante que las fichas estén armadas de la misma manera que las del arreglo mostrado?, ¿se pueden girar para hacerlas coincidir? Expliquen al resto de la clase su respuesta según el orden que indique el profesor cuando pidan la palabra.

## 3. Trabajo en parejas

g. Construyan un diagrama de árbol que represente los posibles resultados del campeonato.

h. Comparen sus resultados con los obtenidos en el diagrama de árbol. Si falta alguno justifique por qué.

i. Escriban en la hoja examen los resultados que dan respuesta a la pregunta de la tarea.

j. Si sólo fueran premiados los tres mejores equipos, ¿cuáles pueden ser dichos equipos? Haga uso de tablas, diagrama de árbol y listas para representarlos. ¿Qué ventajas o desventajas tiene cada una de las representaciones usadas para poder saber cuáles son los posibles resultados del campeonato?

4. Trabajo individual. En una hoja de examen, resuelva el siguiente ejercicio.

k. En un triángulo rectángulo las razones que se pueden establecer entre las medidas de pares de lados diferentes son usadas en trigonometría. Por ejemplo en el triángulo de la figura 2, la razón  $4/5$  corresponde al coseno del ángulo  $\alpha$ .

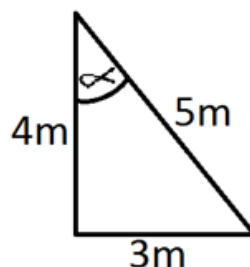


Figura 2. Triángulo rectángulo

l. Liste todas las posibles razones entre las medidas de los lados de este triángulo

m. Construya una tabla de doble entrada y verifique las listas obtenidas en el punto anterior. ¿Se obtienen los mismos resultados? Si no es así justifique por qué

n. Construya un diagrama de árbol y verifique las nuevas listas obtenidas en el punto (k). ¿Se obtienen los mismos resultados? Si no es así justifique por qué.

o. Use un color para marcar los resultados que considera diferentes en la lista, el diagrama de árbol y en la tabla.

p. ¿Se pueden considerar la razones  $3/3$ ,  $4/4$  o  $5/5$  como permutaciones de dos elementos del conjunto  $\{3,4,5\}$ ? Explique por qué.

## 1.2 Componentes

*Meta:* que el estudiante haciendo uso de los sistemas de representación construya todos los arreglos posibles atendiendo las condiciones de permutaciones sin repetición en una situación conocida.

*Materiales:* guía impresa, hojas examen, fichas de ensamble de diferentes colores.

*Agrupamiento:* trabajo en parejas apartado (a), punto (3), plenaria con el curso punto (2), y trabajo individual punto (4).

## 1.3 Interacción

*Intervención del profesor.* El profesor intervendrá al presentar la tarea y entregar los materiales; mientras se usa el material en situaciones en las que se prevén errores de orden y repetición como en (a), (b) y (c); al moderar el debate entre estudiantes cuando justifican su trabajo; (d) y (e); cuando el estudiante incurra en errores al construir el diagrama de árbol (f); cuando presenten los arreglos definitivos luego de compararlos con los obtenidos en el diagrama de árbol (g), (h); al presentar la tarea individual; al hacer la realimentación en la siguiente sesión.

*Interacción estudiantes.* Los estudiantes interactuarán con el profesor al realizar preguntas con respecto al uso del material y la construcción de los arreglos; al hacer observaciones con respecto a la tarea individual; trabajarán en parejas con las fichas de ensamble; al argumentar al resto del curso sus resultados; al verificar los resultados.

## 1.4 Función de T.2

Esta tarea se ubica en la fase de desarrollo. El material utilizado permite fijar los arreglos revelando errores y contribuye a trabajar aspectos relacionados con el orden y la repetición y también con los relacionados con la construcción de los diferentes sistemas de representación. Lo anterior en los sentidos diagnóstico y superación previo a las sesiones correspondientes a los objetivos 3 y 4.

Esta tarea es el punto intermedio de la unidad didáctica. Implica construir el conjunto de permutaciones, proceso clave para las tareas posteriores. Además, pretende promover la comparación y verificación de resultados para unificarlos y reconocer el sistema de representación más apropiado para abordar una situación que involucra permutaciones. Lo anterior pretende contribuir a que el estudiante pueda argumente sus estrategias al resolver las tareas posteriores.

## 1.5 Significatividad

Esta tarea presenta dos situaciones familiares para los estudiantes. La primera situación fácilmente relacionable con cualquier deporte o actividad competitiva. La noción de PSR cobra sentido al determinar las diferentes posiciones de los equipos y una respuesta acorde a la situación. La segunda situación es significativa en cuanto se refiere a un tema de matemáticas estudiado anteriormente. La noción de PSR cobra sentido al determinar los diferentes cocientes encontrados y relacionarlos con las razones trigonométricas.

Las fichas de ensamble no implican mayor dificultad. Excepto, tal vez, por el problema que se aborda de cómo se mira la ficha para saber cuál es el primero y cuál es el cuarto por lo que el trabajo con ellas permite que construyan los arreglos con las condiciones de orden y repetición propias de las PSR. Poner en juego conocimientos relacionados con el uso de los sistemas de representación permite a los estudiantes usar métodos para obtener respuestas.

Construir arreglos usando las fichas y compararlos con los compañeros representa un reto y una motivación para los estudiantes, pues generan ambiente de competencia. El poder verificar de diferentes maneras su construcción les dará oportunidad de corregirla y complementarla, de opinar y proponer construcciones con más confianza

### **1.6 Complejidad**

Dado que los literales (a), (e), (j), (k) y (l) requieren dar respuesta a la pregunta ¿cuáles? corresponden al nivel de reproducción. Para ello se pide construir los arreglos (listas) con material manipulable teniendo en cuenta el orden y la elaboración de un diagrama de árbol.

La tarea alcanza un nivel de conexión al desarrollar la plenaria con el curso (d y e) pues pide que se explique cómo se obtienen los arreglos, considerando los argumentos de otros. En (i) se modifican las condiciones de la situación y el estudiante debe elegir una forma de representar PSR basado en los literales previos. Se establecen traducciones entre sistemas de representación (4). También debe hallar similitudes entre las permutaciones construidas (fichas) y las listadas (diagrama de árbol).

### **1.7 Caminos de aprendizaje**

En la figura 1 se muestran las secuencias de capacidades para O2. De C41 al primer C39, se deduce con cuáles datos se van a construir las posibles permutaciones. Las subdivisiones en C15, C60 y C50 corresponden a las diferentes formas para construir un conjunto de permutaciones haciendo uso de sistemas de representación (tablas, diagrama de árbol y listas, respectivamente). Las capacidades C5-7 tienen que ver con verificar si los arreglos son o no permutaciones. La capacidad C68 se activa al realizar la comparación entre sistemas de representación.

La parte final C20 Identificar que la cantidad de permutaciones obtenidas usando un sistema de representación no cambia al representarlas con otro. C39 concluir cuál de los sistemas de representación es más funcional de acuerdo a la cantidad de datos. C26-47 corresponde a la presentación del conjunto de permutaciones en el sistema de representación elegido. C21. Excluir de una tabla la diagonal. C11-13. Garantizar que al enlistar un elemento o dato en un nivel del diagrama de árbol, éste no exista en el nivel anterior y usar el patrón de orden que asigna el diagrama de árbol para evitar la repetición en los arreglos.

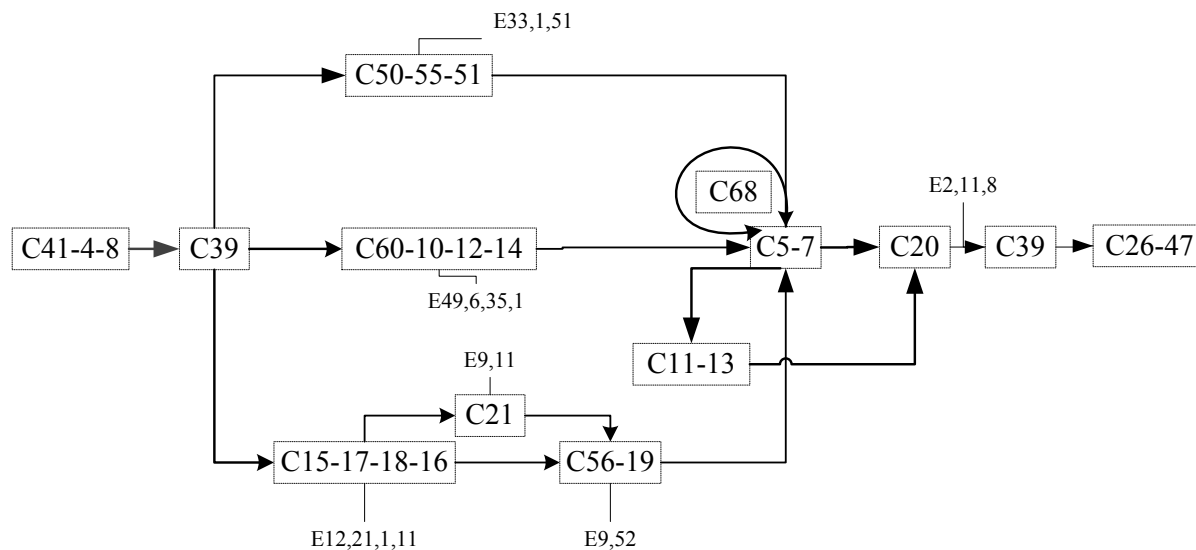


Figura 2. Grafo de O2

### 1.8 Ayudas

Las ayudas planteadas para esta tarea se usarán al identificar que los estudiantes incurren en los errores previstos. Para ello se tienen en cuenta los grupos de errores asociados a cada una de las secuencias de capacidades (ver figura 2).

#### Relacionadas con E33-1-51 Listas

- Aclaración del cómo ensamblar las fichas.
- ¿Es posible que una representación tenga solo tres fichas?
- ¿Un mismo equipo puede ocupar el primer y tercer puesto a la vez?
- ¿Es posible que una misma representación tenga dos fichas del mismo color?
- ¿Cuántos diferentes arreglos se pueden obtener al girar las fichas ensambladas?
- ¿Es posible que una misma permutación tenga dos o más números iguales?
- ¿El resultado de  $3/5$  es igual al resultado de  $5/3$ ?
- ¿Cuál es la cantidad de números que debe tener cada arreglo?
- En trigonometría ¿es lo mismo hablar de seno y de cosecante, o de coseno y secante, o de tangente y cotangente? ¿se representan igual?

#### Relacionadas con E49-6-35-1 Diagrama de árbol

- Se presentará el árbol genealógico de la actividad diagnóstica y se pedirá recordar su modo de lectura.
- Presentar solo una parte del diagrama de árbol (figura 3.) como única posibilidad de respuesta, y

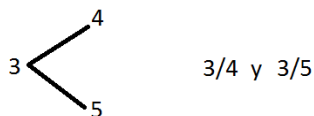


Figura 3. Parte del diagrama de árbol

- l. ¿Es posible encontrar otras respuestas (figura 4) usando el diagrama de árbol.  
 $4/3$  y  $4/5$

Figura 4. Posible respuesta diagrama de árbol

- m. ¿Qué se debe tener en cuenta para construir el diagrama de árbol que genere todas las posibles respuestas?  
n. Explicación de cómo se obtienen los arreglos a partir de los elementos relacionados en las ramas del diagrama de árbol.

Para E9-11, 12-21-1, 52 Tabla de doble entrada

- o. ¿Es posible plantear una razón entre un lado y él mismo en un triángulo?  
p. Se presentara como ejemplo la siguiente tabla de doble entrada

	a	b	c
a	aa	ab	ac
b	ba	bb	bc
c	ca	cb	cc

- q. Hacer énfasis en la justificación del punto e. de la tarea.

Relacionadas con E2-18 Comparación de cantidad de permutaciones producto de diferentes representaciones.

- r. ¿Un mismo equipo puede ocupar el primer y tercer puesto a la vez?  
s. ¿En una razón se pueden tener tres valores?  
t. Comparar los resultados obtenidos mediante listas diagrama de árbol y la tabla de doble entrada.

## 2. ANÁLISIS DE LA TAREA ESPECIAL

La elección responde a que esta tarea es el punto intermedio de la unidad didáctica. Implica construir el conjunto de permutaciones haciendo uso de diversas representaciones, proceso clave para tareas posteriores. Por eso en este punto nos interesa constatar si se han activado las capacidades relacionadas, además porque,

- ◆ contiene una de las subestructuras conceptuales consideradas para el tema, la enumeración;
- ◆ se promueve la comparación y verificación de resultados para unificarlos y reconocer el sistema de representación más apropiado para abordar una situación que involucra permutaciones;
- ◆ requiere justificaciones que implican la comprensión y el uso de la definición de permutaciones sin repetición; y

◆ su complejidad está en un nivel de conexión y de reproducción, para las competencias comunicar y representar.

Adicionalmente, es la única de las tareas que incluye trabajo individual por lo que resultaría interesante evaluar sus resultados. Pretendemos evaluar con el trabajo individual la activación de secuencias de aprendizaje similares a las previstas en el desarrollo del trabajo grupal. La intención es preparar la realimentación de la tarea de modo que se efectúe en una sesión completa que incluya las ayudas necesarias para subsanar la mayor cantidad de errores en los que hayan podido incurrir hasta este punto.