



## CONOCIMIENTOS SOBRE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS DE UNA MUESTRA DE FUTUROS PROFESORES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Pedro Arteaga  
Universidad de Granada (España)  
parteaga@ugr.es

*En este trabajo se analizan los gráficos estadísticos producidos por 207 futuros profesores de educación primaria al resolver un proyecto abierto de análisis de datos, en el cual tenían que comparar dos distribuciones para obtener unas conclusiones sobre las intuiciones de la clase con respecto al azar. Dentro de las habilidades fundamentales para desarrollar una buena comprensión gráfica por parte de los estudiantes se encuentran la construcción de gráficos y la lectura e interpretación de los mismos, por ello el objetivo de este trabajo es evaluar cómo los futuros profesores construyen gráficos estadísticos y cómo los leen e interpretan para obtener información de utilidad. Los resultados muestran diversidad de errores en la construcción, la mayoría relacionados con las escalas y otros conceptuales. La lectura e interpretación resultó difícil para los futuros profesores ya que simplemente un 13% fueron capaces de realizar una lectura correcta y completa.*

### PALABRAS CLAVE

Gráficos estadísticos, comprensión gráfica, futuros profesores, educación primaria.

### INTRODUCCIÓN

Los gráficos estadísticos tienen en la actualidad gran presencia en nuestra sociedad, ya que se encuentran frecuentemente presentes en los medios de comunicación y en Internet (Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras, 2011). Además el lenguaje gráfico es esencial tanto en la comunicación de información como en la organización y en el análisis de datos al considerarse una herramienta de *transnumeración*: un componente básico para el razonamiento estadístico que permite obtener nueva información al cambiar de sistemas de representación (Wild y Pfannkuch, 1999). La construcción y la lectura e interpretación de gráficos estadísticos es una parte esencial de la cultura estadística (Watson, 2006; Ridgway, Nicholson, y McCusker, 2008), la cual Gal (2002) define como la unión de dos competencias relacionadas: (a) interpretar y evaluar críticamente información estadística proveniente de distintas fuentes y (b) comunicar informaciones razonadas sobre tales informaciones cuando es relevante.

Toda esta importancia de los gráficos estadísticos se ha visto reflejada en directrices curriculares internacionales como las del NCTM (2000), y también en las directrices curriculares españolas (MEC, 2006; MEC, 2014), donde se incluye el trabajo con gráficos estadísticos desde primer ciclo de la Educación Primaria. Para que estas recomendaciones curriculares tengan éxito se hace necesaria la formación estadística de los futuros profesores de educación primaria, pero la realidad es que los



estudiantes para maestros de educación primaria entran a las facultades de educación con una limitada formación estadística (Bruno y Espinel, 2005; Espinel, 2007; Espinel, González, Bruno y Pinto, 2009), y el tiempo en dichas facultades para su educación estadística es bastante limitado.

Por todo ello el objetivo general de la presente investigación es evaluar el conocimiento que sobre gráficos estadísticos posee una muestra de futuros profesores de Educación Primaria de la Universidad de Granada, al realizar un proyecto abierto de análisis de datos. Las producciones gráficas de los estudiantes son analizadas desde distintos puntos de vista con el fin de obtener información sobre las habilidades de los futuros profesores en relación a su competencia gráfica.

En lo que sigue mostramos unas ideas que nos servirán de marco de referencia del trabajo para posteriormente desarrollar el problema de investigación y comentar los resultados obtenidos; se finaliza el trabajo con unas conclusiones, recomendaciones educativas y futuras líneas de investigación.

### **MARCO DE REFERENCIA**

Ya que en este trabajo queremos evaluar las habilidades gráficas de los futuros maestros de educación primaria, uno de los primeros puntos a aclarar es qué entenderemos en este trabajo por comprensión de gráficos estadísticos. Watson (2006) indica que son muchas las habilidades necesarias para llegar a desarrollar una buena comprensión gráfica y el desarrollo de las mismas está relacionado con distintos elementos del currículo de matemáticas. Friel, Curcio y Bright (2001) definen comprensión gráfica como “las habilidades de los lectores de gráficos para entender el significado de gráficos creados por otros o por ellos mismos.” (p.132). Siguiendo a estos autores Wu (2004), define un marco conceptual con cuatro componentes sobre la comprensión de gráficos: lectura gráfica, construcción gráfica, interpretación gráfica y evaluación de gráficos estadísticos. A continuación mostraremos un resumen de las investigaciones más relevantes en este campo.

#### *Investigaciones sobre construcción de gráficos estadísticos*

A pesar de la gran importancia de los gráficos estadísticos en el currículo y en la vida diaria, la investigación en didáctica de la estadística muestra que en la educación primaria y secundaria son muchos los errores que los estudiantes cometen en la construcción de gráficos, que como hemos visto anteriormente es una componente importante para lograr una buena comprensión gráfica (Wu, 2004).

El primer paso para construir un gráfico estadístico sería elegir un gráfico adecuado tanto para el tipo de variable, como para el problema planteado, pero los estudiantes fallan en muchas ocasiones en esta elección. Li y Shen (1992) analizan las producciones gráficas realizadas por sus estudiantes, encontrando los siguientes problemas: elección de una escala inadecuada para el objetivo pretendido, omisión de escalas en algunos de los ejes, no especificar el origen de coordenadas y no proporcionar suficientes divisiones en los ejes. En este sentido Watson (2006) nos advierte de la importancia de trabajar las escalas de los gráficos con nuestros estudiantes, ya que a través de ellas, en muchas ocasiones la información puede ser manipulada.



Otros autores como Lee y Meletiou (2003), alertan de cuatro categorías de razonamientos erróneos a la hora de trabajar con los histogramas:

- Percepción de los histogramas como representación de datos aislados, suponiendo que cada rectángulo se refiere a una observación particular.
- Tendencia a observar el eje vertical y comparar las diferencias en las alturas de las barras al comparar la variación en los histogramas.
- Interpretación determinista de los histogramas.
- Interpretación de histogramas como gráficos de dos variables (es decir, como si fuesen diagramas de dispersión).

Wu (2004) analiza los errores que estudiantes de secundaria cometen en la construcción de gráficos, encontrando errores relacionados con los títulos, ejes y escalas de los gráficos, pero también otros que tienen que ver con concepciones erróneas de objetos estadísticos como las variables, frecuencia y distribución de frecuencias.

#### *Investigaciones sobre lectura e interpretación de gráficos estadísticos*

Ya que parte importante para desarrollar una buena comprensión gráfica es que los estudiantes sean capaces de leer e interpretar correctamente distintas representaciones, algunos autores como Bertin(1967) definen niveles de lectura e interpretación gráfica; en nuestro trabajo vamos a utilizar la clasificación realizada por Curcio (1989) que es similar a la de Bertin y consta de los siguientes niveles:

- *Leer los datos:* se trata de una lectura literal del gráfico, es decir, no se realizan interpretaciones de la información que se presenta en el gráfico ni tampoco se realizan cálculos. Un ejemplo sería determinar en un gráfico de barras la frecuencia asociada a un valor de la variable.
- *Leer dentro de los datos:* en este caso se realiza ya una interpretación e integración de los datos en el gráfico, por ejemplo determinar la moda de una distribución analizando un gráfico de barras.
- *Leer más allá de los datos:* consiste en la realización de inferencias con la información que se presenta en el gráfico y que va más allá de realizar cálculos y comparaciones. Consiste en predecir tendencias o valores, de acuerdo al contexto representando, considerando la información que se puede observar.

Friel, Curcio y Bright (2001) posteriormente añadieron a la clasificación anterior un nivel al que llamaron *leer detrás de los datos*, que consiste en valorar críticamente los datos mostrados en el gráfico y valorando la forma en que se recogieron dichos datos. Este último nivel no lo tendremos en cuenta en nuestro trabajo, pero será interesante tenerlo presente para futuras investigaciones.

#### *Comprensión gráfica por parte de futuros profesores*

Las investigaciones de Bruno y Espinel (2005), y Espinel (2007), ponen de manifiesto que los errores relacionados con la comprensión gráfica no son exclusivos de los estudiantes de la escuela primaria y secundaria, sino que también los futuros profesores de sus estudios comenten errores en la construcción de gráficos y al evaluar gráficos estadísticos realizados por estudiantes ficticios.



Otros autores como Monteiro y Ainley (2007), estudiaron la competencia de futuros profesores brasileños cuando leen e interpretan gráficos tomados de la prensa diaria, mostrando los resultados del estudio que dichos futuros profesores no poseen suficiente conocimiento estadístico para realizar las tareas que se les piden.

### **MÉTODO, INSTRUMENTO DE RECOGIDA DE DATOS Y MUESTRA**

Como hemos mencionado previamente, el objetivo general de la presente investigación fue evaluar los conocimientos estadísticos que una muestra de futuros profesores de educación primaria ponen en juego al trabajar con gráficos estadísticos. Los datos se tomaron a partir de un proyecto abierto de análisis de datos llamado 'Comprueba tus intuiciones sobre el azar' y se realizó como una sesión práctica dentro de la asignatura 'Currículo de Matemáticas en Educación Primaria', que formaba parte de los antiguos estudios de la diplomatura de maestro en educación primaria.

En este proyecto se compararon un par de variables estadísticas con la finalidad de concluir sobre las intuiciones del conjunto de la clase; para ello los futuros profesores tuvieron que inventar una secuencia de 20 lanzamientos de una moneda (secuencia simulada) sin realmente lanzar la moneda, con el objetivo de que dicha secuencia pasase por aleatoria para otra persona. Posteriormente realizaron 20 lanzamientos de una moneda real (secuencia real). Este experimento se realizó individualmente y se inició un debate sobre cómo poder analizar los datos obtenidos por el conjunto de la clase. Entre todos se sugirió considerar la variable estadística 'número de caras' en las secuencias real y simulada.

Se registraron los resultados obtenidos para esa variable para el conjunto de la clase. Posteriormente analizaron esos datos y tuvieron que comparar las distribuciones del número de caras en las secuencias real y simulada, para concluir sobre si las intuiciones de la clase eran buenas o no (proyecto descrito detalladamente en Godino, Batanero, Roa y Wilhelmi, 2008).

En nuestro caso nos centramos en evaluar las producciones gráficas que realizaron los futuros profesores al comparar dichas distribuciones.

La muestra estaba formada por 207 futuros profesores de la especialidad de Educación Primaria de la Universidad de Granada, distribuidos en 6 grupos, cada uno de ellos, de entre 30 y 40 alumnos de dos cursos académicos diferentes.

### **RESULTADOS**

En este trabajo nos centramos únicamente en los resultados obtenidos en relación a la construcción de gráficos y también a su lectura e interpretación, ya que ambas habilidades son consideradas fundamentales para desarrollar una buena cultura estadística por parte de los ciudadanos (Watson, 2006), y forman parte de las habilidades necesarias para desarrollar una buena comprensión gráfica en los estudiantes (Wu, 2004).

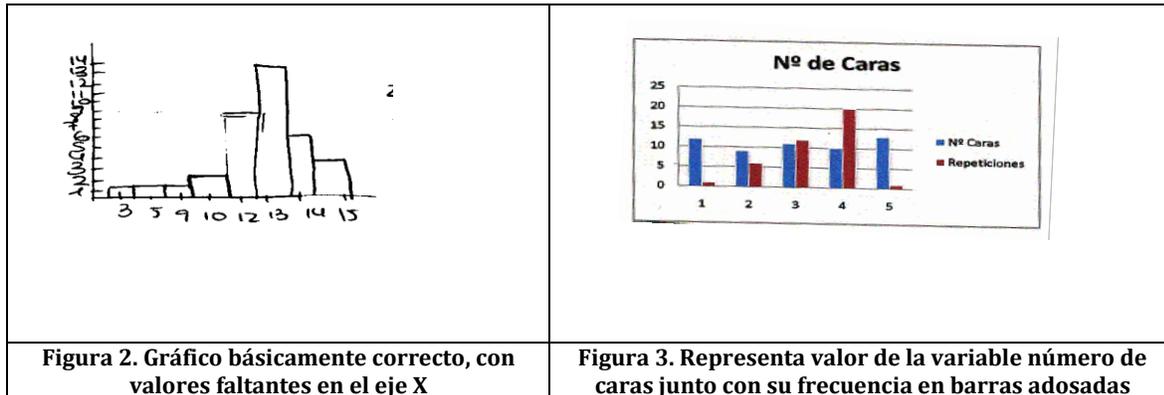
#### *Resultados sobre la construcción de gráficos estadísticos*

Se destaca que aunque en el proyecto no se pedía explícitamente que se realizaran gráficos, de los 207 participantes de nuestra muestra, 181 realizaron algún gráfico. Se





recomendaciones como las de Watson (2006), que dice que hay que prestar especial atención a las escalas, porque los gráficos pueden ser manipulados a través de ellas. En la Figura 2 se muestra un ejemplo de gráfico en el que el estudiante omite los valores de la variable de frecuencia nula y por lo tanto representa incorrectamente los valores numéricos en la recta real.



- *Gráficos incorrectos.* Incluimos en esta categoría gráficos que tienen errores graves, muchos de ellos detectados ya en investigaciones previas con niños; este tipo de gráficos no permiten a los futuros maestros obtener información de interés para resolver el proyecto y obtener conclusiones sobre las intuiciones de los conjuntos de clase sobre el azar. Dentro de esta categoría encontramos errores como los siguientes: intercambiar frecuencia y valor de la variable, altura de la barra, o del punto, o el ángulo no proporcional a la frecuencia, representar el valor de la variable junto con su frecuencia en dos barras adosadas, representar el valor de la variable multiplicado por su frecuencia, gráficos no apropiados para la variable, representación de promedios y estadísticos de dispersión en un mismo gráfico, etc. Aproximadamente el 30% de los participantes de nuestra muestra que realizaron gráficos cometieron gráficos con errores graves. En la Figura 3 podemos observar como el futuro profesor representa el valor de la variable número de caras con su frecuencia asociada en barras adosadas, representación que hace muy difícil la interpretación del gráfico. Este gráfico fue construido utilizando una hoja de cálculo y puede ser debido al desconocimiento de este estudiante de las opciones del software y por lo tanto acepta como buena la representación que realiza sin ser crítico con la misma, es decir realiza un *uso acrítico* del software (Ben-Zvi y Friedlander, 1997).

#### *Resultados sobre la lectura e interpretación de los gráficos estadísticos*

Una vez que los futuros profesores construyeron sus gráficos, tuvieron que leerlos e interpretarlos para obtener información que les fuese de utilidad para las conclusiones finales del proyecto. En este sentido Friel, Curcio y Bright (2001), resaltan la importancia de que los alumnos sean capaces de leer gráficos creados por ellos mismos y por otras personas. En nuestro caso hemos catalogado las lecturas realizadas atendiendo a la clasificación de Curcio (1989):



- *No leen el gráfico:* aproximadamente un 30% de los futuros profesores que realizaron gráfico no lo utilizan para su proyecto, no leyéndolo ni extrayendo de ellos información de utilidad. En ocasiones esto se debe a que sus gráficos contenían varios errores de construcción, lo que imposibilitaba dicha lectura.
- *Lectura incorrecta:* después de leer el gráfico, aproximadamente un 12% de los futuros profesores realizan lecturas incorrectas de sus gráficos. En este caso también puede ser debido a la elección de gráficos no adecuados o debido a errores conceptuales, como por ejemplo confusión entre valores de la variable y frecuencias, o interpretación errónea de distintos estadísticos a partir del gráfico.
- *Leer los datos:* aproximadamente un 23% de los participantes realizan lecturas correctas pero literales, se trata de lecturas que aunque son correctas, se centran en las características superficiales de los gráficos. Por ejemplo el alumno MCB que lee los valores máximo y mínimo de la variable sin llegar a la idea de rango: “El número de caras de la secuencia simulada está en torno a 7 y 14 caras, por lo tanto los 33 alumnos que hemos participado en estos lanzamientos hemos tenido la imaginación de anotar un mínimo de 7 caras y un máximo de 14”.
- *Leer dentro de los datos:* los futuros profesores clasificados dentro de este nivel fueron capaces de realizar comparaciones y buscar relaciones dentro de los datos, por ejemplo fueron capaces de comparar promedios como la media, moda y mediana pero no fueron capaces de tener en cuenta estadísticos de dispersión como el rango, por lo que la lectura no fue del todo completa. En el siguiente ejemplo, podemos observar como el estudiante AG, usando un lenguaje impreciso, es capaz de interpretar correctamente la forma del gráfico que realizó y detectar la moda: “El sistema de representación de datos usado es el diagrama de líneas ya que se pueden ver las diferencias entre la secuencia simulada y real; si la línea asciende, la frecuencia aumenta. El punto más alto del diagrama corresponde al valor de la variable que tiene mayor frecuencia, como ocurre en... (Pone un ejemplo)”. Aproximadamente el 22% de los estudiantes de nuestra muestra que realizaron gráfico realizaron una lectura en esta categoría.
- *Leer más allá de los datos:* en esta categoría nos encontramos que los futuros profesores son capaces de realizar inferencias y obtener conclusiones completas a partir del gráfico (aproximadamente un 13%); participantes en este nivel llegaron a tener en cuenta tanto la dispersión de los gráficos como los promedios en las distribuciones, al realizar la comparación y por lo tanto, realizar conclusiones teniendo en cuenta ambas características de los datos (promedio y dispersión). En este apartado encontramos ejemplos como el del alumno RC que es capaz de, a partir del gráfico, obtener la moda y el rango de las distribuciones que tenía que comparar: “Puedo afirmar, basándome en la tabla y el gráfico realizados que: en la secuencia simulada la moda es 12 y 13 (a simple vista yo creía que era 11 y 12). En la secuencia real es 11. El rango en la primera es 6 y en la real es 8”.

Se destaca también que aproximadamente un 42% no fue capaz de realizar una interpretación del gráfico construido por ellos mismos, o dicha lectura e interpretación fue incorrecta.

## CONCLUSIONES



En resumen, nuestra investigación sugiere que la construcción e interpretación de gráficas es una actividad compleja y confirma algunas de las dificultades descritas por Li y Shen (1991) y Wu (2004) en los estudiantes y por Bruno y Espinel (2005) y Espinel (2007) en los futuros profesores, a pesar de que éstos deben transmitir lenguaje gráfico a sus alumnos y utilizarlo como una herramienta en su vida profesional. La mejora de la enseñanza de la estadística en las escuelas debe comenzar desde la educación de los profesores que han de tener en cuenta los gráficos estadísticos.

La investigación reseñada y el estudio llevado a cabo muestran que la construcción y lectura de gráficos es una habilidad compleja, ya que pone en juego habilidades no sólo estadísticas, sino también elementos de geometría, de proporcionalidad, de representación de números e intervalos en la recta real, etc. Por ello el trabajo con gráficos permite trabajar de manera interrelacionada los distintos bloques de contenido de matemáticas. En este sentido creemos que los gráficos son un tema privilegiado que podríamos utilizar para trabajar distintos conceptos matemáticos (Arteaga, Contreras y Ruiz, 2008).

Esta investigación también nos muestra que la formación estadística, y en particular sobre gráficos estadísticos, de futuros maestros de educación primaria, no es todo lo buena que cabría desear; ya que esta problemática es de carácter internacional, cabe señalar que diversos organismos internacionales como la IASE (International Association for Statistical Education) y el ICMI (International Commission on Mathematical Instruction), organizaron un estudio que trataba de dar solución a problemas relacionados con la formación estadística y didáctica de profesores de estadística (Batanero, Burrill y Reading, 2011). Esto muestra la importancia de prestar mucha atención a la formación de los futuros profesores de matemáticas en estadística, tema que tendrán que trabajar en su futuro profesional.

Este trabajo puede ser continuado con el diseño de actividades formativas para los estudiantes que entran en las facultades de ciencias de la educación, que tengan tanto en cuenta los conocimientos estadísticos necesarios para desarrollar una buena comprensión gráfica como los conocimientos didácticos de su enseñanza.

## REFERENCIAS

- Arteaga, P. (2011). Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores. Tesis de doctorado. Granada: Universidad de Granada.
- Arteaga, P., Contreras, J.M. y Ruiz, B. (2008). Sentido numérico y elaboración de gráficos estadísticos. En J.M. Cardeñoso y M. Peñas (Eds.), *Actas de las XIV Jornadas de Investigación en el Aula de Matemáticas: Sentido Numérico* (pp. 119-126). Granada: Sociedad Thales de Educación Matemática.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Contreras, J.M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números*, 76, 55-67.
- Batanero, C., Burrill, G. y Reading, C. (Eds.). (2011). *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study*. New York: Springer.



- Ben-Zvi, D., y Friedlander, A. (1997). Statistical thinking in a technological environment. En J. Garfield y G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (pp. 54-64). Voorburgo: International Statistical Institute.
- Bertin, J. (1967). *Semiologiegraphique*. Paris: Gauthier-Villars.
- Bruno, A. y Espinel, M.C. (2005). Recta numérica, escalas y gráficas estadísticas: un estudio con estudiantes para profesores. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemáticas VII*, 57-85.
- Curcio, F.R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: NCTM.
- Espinel, C. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Investigación en Educación Matemática*, 11, 99-119.
- Espinel, C., González, T., Bruno, A. y Pinto, J. (2009). Las gráficas estadísticas. En L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en Educación Estadística* (pp. 133-156). Melilla: Facultad de Humanidades y Educación.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32 (2), 124-158.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70 (1), 1-25.
- Godino, J., Batanero, C., Roa, R. y Wilhelmi, M.R. (2008). Assessing and developing pedagogical content and statistical knowledge of primary school teachers through project work. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading y A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the Joint ICMI /IASE study. Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education*. Monterrey, México: International Commission on Mathematical Instruction and International Association for Statistical Education. [http://www.ugr.es/~icmi/iase\\_study/](http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/).
- Lee, C. y Meletiou, M. (2003). Some difficulties of learning histograms in introductory statistics. *Joint Statistical Meetings- Section on Statistical Education*. <http://www.statlit.org/PDF/2003LeeASA.pdf>.
- Li, D.Y. y Shen, S.M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics*, 14 (1), 2-8.
- MEC (2006). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación primaria*. Madrid: Autor.
- MECD (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*. Madrid: Autor.
- Monteiro, C. y Ainley, J. (2007). Investigating the interpretation of media graphs among student teachers. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2 (3), 188-207. <http://www.iejme/>.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Ridgway, J., Nicholson, J. y McCusker, S. (2008). Mapping new statistical literacies and illiteracies. Trabajo presentado en el 11<sup>th</sup> International Congress on Mathematics Education. Monterrey, México.
- Watson, J.M. (2006). *Statistical Literacy at School: Growth and Goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wild, C., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67 (3), 223-265.
- Wu, Y. (2004). Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs. Trabajo presentado en el 10<sup>th</sup> International Congress on Mathematics Education. Copenhagen, Dinamarca.