La enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística

UN IMPERATIVO MORAL: LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA NO PUEDE DEJARSE AL AZAR

María Soledad Estrella
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile)
soledad.estrella@ucv.cl

La conferencia aborda la enseñanza de la estadística, destacando tres modelos específicos del área: la guía GAISE, el ciclo investigativo PPDAC, y el ambiente para el aprendizaje del razonamiento estadístico SRLE. Además, se centra en el desarrollo del pensamiento estadístico según la jerarquía cognitiva de alfabetización estadística, razonamiento y pensamiento estadístico.

PALABRAS CLAVE

Didáctica de la estadística, Educación Estadística, enseñanza y aprendizaje, estudio de clases.

Introducción

Uno de los derechos civiles más importantes hoy en día es la educación, equitativa y de calidad. El imperativo de la educación es enfrentar la pobreza y propiciar el cambio hacia una buena vida.

Nuestra actual sociedad requiere que los ciudadanos sean competentes en evaluar críticamente afirmaciones basadas en datos y en argumentar con fundamentos en la evidencia que entregan los datos. El estudio de la estadística provee a los estudiantes de herramientas, ideas y disposiciones para reaccionar inteligentemente a la ingente información del mundo que les rodea. La sociedad ha demandado que la estadística, la probabilidad y la inferencia estadística sean parte de muchos currículos en el mundo.

Al promover y mejorar la capacidad de los estudiantes a pensar estadísticamente, surge un problema en todos los niveles erarios: los profesores en formación y en ejercicio, tienen escasa preparación en la enseñanza y aprendizaje de la estadística, y tal y como Bruns y Luque (2014) sostienen, las nuevas evidencias en investigación educativa indican que una vez que los niños entran a la escuela, ningún factor es tan importante como la calidad de los profesores.

Las soluciones de formación de profesores a nivel gubernamental, serán gestionadas por el Ministerio de Educación, que será responsable de proveer actualizaciones de los contenidos disciplinares y didácticos a los profesores en ejercicio vinculándolos con su práctica de aula. En otro nivel, la universidad es la responsable de la formación inicial de profesores, y deberá integrar en sus mallas curriculares asignaturas de los contenidos disciplinares de estadística y probabilidad, así como de las propias didácticas asociadas. Finalmente el impacto de la solución en las aulas escolares está en manos de los profesores actuales y futuros, pues cada día y en cada aula, es el



La enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística

profesor quien crea ambientes para propiciar el aprendizaje y es quien guía a los estudiantes a una comprensión profunda de la estadística fundamental.

En este escenario desafiante y dinámico, la Didáctica de la Estadística (Educación Estadística) se ha convertido en un creciente y apasionante campo de investigación y desarrollo. La emergente Didáctica de la Estadística proporciona resultados desde sus investigaciones que pueden ser llevados al aula escolar con el fin de promover aprendizajes funcionales, profundos y duraderos.

En esta conferencia se tratan de articular las propuestas relativas al desarrollo de niveles cognitivos y modelos de enseñanza de la estadística y la probabilidad como GAISE, PPDAC y SRLE; y también el Estudio de clases de Japón que permite promover el desarrollo profesional docente. Estos aportes se desarrollan y comentan a continuación vinculando con experiencias escolares, para propiciar la integración de las problemáticas de Didáctica de la Estadística.

MARCO DE REFERENCIA

Los aspectos conceptuales consideran los resultados desde la investigación y de marcos teóricos de la Didáctica de la Estadística, en especial la guía GAISE, el ciclo investigativo PPDAC y el ambiente para el aprendizaje del razonamiento estadístico SRLE. Además, se centran en el desarrollo del pensamiento estadístico según la jerarquía cognitiva de alfabetización estadística, razonamiento y pensamiento estadístico.

EXIGENCIA SOCIAL DE INSERCIÓN DE LA ESTADÍSTICA EN LA ESCUELA

La inserción de la estadística en la escuela ha forzado una dinámica en las instituciones que no ha sido abordada positiva ni exitosamente en varios países, cuestión que complejiza y dificulta la acción de profesor formado para la enseñanza y aprendizaje de la matemática, al cual el currículo impone una tarea de enseñanza para la que no tiene experiencia, ni instrucción. Es de esta manera que, en la mayoría de los países, la estadística se incluye desde los primeros años a través de toda la escolaridad, convirtiéndose en un desafío difícilmente abordable para los profesores que deben producir este aprendizaje en sus alumnos, y en una fuente de fenómenos didácticos.

Hoy en día en Colombia, y también en Chile y en la mayoría de Latinoamerica, se considera a la educación estadística como parte de la enseñanza y del debate en la sociedad; ella está presente en los medios y en la escuela.

La mayoría de los currículos escolares del mundo ha incorporado recientemente un eje de estadística y probabilidades en la asignatura de matemáticas desde los primeros años de escolaridad. Este nuevo contenido tensiona a los profesores en ejercicio y en formación, pues su currículo profesional no contiene propuestas consolidadas en cuanto a estadística y su educación, y tampoco hay en el sistema una tradición de enseñanza de la estadística escolar. Además, ellos no están familiarizados con el análisis de datos, ni con su variabilidad ni con lo no determinista en la matemática (Batanero, Burrill y Reading, 2011).



La enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística

Según la información disponible, la relación entre la matemática y la estadística escolar no es clara para los profesores; de hecho, no parece que, en general, ellos se cuestionen esa relación y es posible encontrar en las aulas cierta reducción aritmética de la estadística, lo que comporta 'ver' los datos como números y no como números en contexto (Cobb y Moore, 1997).

En la mayoría de los países, los nuevos cambios curriculares han colocado la enseñanza y aprendizaje de la estadística como un eje transversal en toda la etapa escolar. En la formación de profesores de nivel preescolar y de educación básica, lentamente se han incorporado a las mallas de estudio los contenidos de Eestadística y probabilidades. Sin embargo, los profesores en ejercicio, además de no tener estudios ni prácticas de enseñanza en este tipo de contenidos ni en sus representaciones, no poseen experiencia ni acceso a información que les permita entender las dificultades de comprensión de los conceptos estadísticos, o de inferencia o de probabilidad, que exigen procesos distintivos y complejos (del Pino y Estrella, 2012).

NIVELES COGNITIVOS: DESDE LA ALFABETIZACIÓN AL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO

En la última década han aparecido tres conceptos importantes dentro del área de la didáctica de la estadística, que desde su origen anglosajón se denominan statistical literacy, statistical reasoning, y statistical thinking. Esta jerarquización cognitiva fue inicialmente desarrollada por Garfield (2002) y se originó en el aprendizaje de la estadística a nivel licenciatura (educación superior). En adelante se identifican algunas de las características de cada nivel cognitivo.

Alfabetización estadística

Esta alfabetización involucra la comprensión y uso de lenguaje básico y las herramientas de estadística: saber lo que significan términos estadísticos, comprender el uso de los símbolos estadísticos, y reconocer y ser capaz de interpretar las representaciones de datos (Rumsey, 2002). Ben-Zvi y Garfield (2004) precisan la alfabetización estadística, incluyendo importantes habilidades básicas que se usan para comprender la información estadística, como la capacidad de organizar datos, construir y presentar tablas, y trabajar con diferentes representaciones de datos. Estos autores también incluyen la comprensión de conceptos, vocabulario y símbolos, y una comprensión de la probabilidad como una medida de incertidumbre.

Razonamiento estadístico

Ben-Zvi y Garfield (2004) establecen que este tipo de razonamiento se puede definir como lo que hacen las personas al razonar con ideas estadísticas y al dar sentido a la información estadística. Esta interpretación implica tomar decisiones basadas en conjuntos de datos, representaciones de los datos, o medidas de resumen de los datos. El razonamiento estadístico puede conectar un concepto a otro (por ejemplo, centro y dispersión), o puede combinar ideas acerca de los datos y el azar. Este razonamiento significa también comprender y ser capaz de explicar e interpretar cabalmente los procesos y los resultados estadísticos.

Pensamiento Estadístico

Si el razonamiento estadístico se entiende como la forma en que las personas razonan con las ideas y dan sentido a la información estadística, este tipo de pensamiento

involucra habilidades de pensamiento de orden superior –mayores al razonamiento estadístico–; es la forma de pensar de profesionales estadísticos e incluye el conocer cómo y por qué usar un método particular, el medir, el diseñar o modelar estadísticamente.

El pensamiento estadístico implica una comprensión de por qué y cómo se realizan las investigaciones estadísticas. Esto incluye reconocer y comprender el proceso de investigación completo (desde la pregunta planteada, la recopilación de datos, la elección de los análisis, los supuestos de las pruebas, etc.), la comprensión de cómo los modelos se utilizan para simular fenómenos aleatorios, la comprensión de cómo los datos se originan para estimar las probabilidades, reconociendo cómo, cuándo, y por qué las herramientas de inferencia existentes pueden utilizarse, e involucra ser capaz de comprender y utilizar el contexto de un problema para planificar y evaluar las investigaciones y sacar conclusiones (Chance, 2002). En la Figura 1 (Estrella, 2010) elaborada a partir del artículo de Garfield y Ben-Zvi (2007), se presentan las características que distinguen al pensamiento estadístico.



Figura 1. Características del pensamiento estadístico

Los fundamentos en los que descansa el pensamiento estadístico, descritos por Wild y Pfannkuch (1999), emergen en la acción de los procesos: (1) el reconocer la necesidad de datos; (2) la transnumeración; (3) la percepción de la variación; (4) el razonamiento con modelos, y (5) la integración de la estadística y el contexto.

El componente fundamental, reconocer la necesidad de los datos, base de la investigación estadística, es la hipótesis de que muchas situaciones reales solo pueden comprenderse a partir del análisis de datos que han sido recogidos adecuadamente. La experiencia personal o la evidencia de tipo anecdótico no son confiables y pueden llevar a la confusión en los juicios o en la toma de decisiones.

El segundo componente es la *transnumeración*, término que indica la comprensión que surge en el proceso dinámico de cambio de representaciones en diversos registros. Este término, acuñado por Wild y Pfannkuch en 1999, se refiere al proceso de "cambiar de representación para generar comprensión" (1999, p. 227). La transnumeración responde a que a veces en la fase de análisis y organización de datos,



La enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística

una representación puede develar algo nuevo que previamente estaba oculto, entregando más comprensión del problema.

Pfannkuch y Rubick (2002) sostienen que razonar con datos es complejo y requiere de la imaginación de los estudiantes para producir una red de conexiones entre el conocimiento contextual y el estadístico. Dicha integración permite a los estudiantes construir significados a partir de datos a través de un diálogo constante en una cadena de representaciones estadísticas. Estas autoras describen que la transnumeración es pensar acerca de cómo cambiar la representación actual en otra representación, por ejemplo, involucraría pensar sobre reclasificar los datos, o representar los datos en tablas o gráficos.

El tercer componente es la *percepción de la variación*, que requiere de la comprensión de la variación que hay y se transmite en los datos, así como de la incertidumbre originada por la variación no explicada. La variación afecta la formulación de juicios basados en los datos, ya que sin una comprensión de que los datos varían a pesar de los patrones y tendencias que puedan existir, las personas tienden a expresar generalizaciones basadas en un conjunto particular de datos como certezas en vez de posibilidades.

El cuarto componente es el *razonamiento con modelos* estadísticos, y se relaciona con cualquier herramienta estadística que representa la realidad, pero diferenciando el modelo de los datos y al mismo tiempo relacionando el modelo con los datos. Para que las personas sean capaces de dar sentido a los datos, el pensamiento estadístico requiere el uso de modelos. A nivel escolar, los modelos apropiados con los cuales los estudiantes podrían razonar incluyen gráficos, tablas, medidas de resumen (tales como mediana, media y rango).

El último componente fundamental del pensamiento estadístico es la *integración de la estadística y el contexto*, que destaca la realización de conexiones entre el conocimiento del contexto y los resultados de los análisis estadísticos para llegar al significado. Vincular continuamente el conocimiento del contexto de una situación objeto de investigación con el conocimiento estadístico relacionado con los datos de esa situación, permite dar sentido a los datos y una comprensión más profunda de los mismos, y por lo tanto es un indicativo de un nivel mayor de pensamiento estadístico. Esta integración ayuda a los estudiantes a comprender que la estadística no se desarrolla alejada de los verdaderos problemas, sino que está dentro de un contexto real.

IDEAS ESTADÍSTICAS FUNDAMENTALES

En los últimos años, el desarrollo de la Educación Estadística ha llevado a precisar algunas de las ideas estadísticas claves, ellas incluyen: datos, distribución, variación, representación, asociación y modelación de relaciones entre dos variables, modelos de probabilidad, y muestreo e inferencia (Garfield y Ben-Zvi, 2008; Burrill y Biehler, 2011).

Los datos pueden considerarse como el corazón del trabajo estadístico; los sujetos necesitan comprender que los datos son números con un contexto, reconocer la



La enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística

necesidad de datos para tomar decisiones y evaluar la información; los diferentes tipos de datos, los métodos para recolectarlos (vía encuestas) y producirlos (en experimentos), hacen la diferencia en los tipos de conclusiones que se pueden extraer; además, conocer las características de una buena calidad de los datos, ayuda a evitar el sesgo y el error de medición.

El concepto de *distribución* permite comprender que un conjunto de datos puede examinarse y explorarse como una entidad (una distribución), más que como un conjunto de casos separados; que un gráfico de estos datos (cuantitativos) puede resumirse en términos de forma, centro, y dispersión; que las diferentes representaciones de los mismos datos pueden revelar distintos aspectos de la distribución; y que las distribuciones pueden estar formadas desde valores de datos individuales o desde estadísticos de resumen, tales como la media (es decir, distribuciones de medias muestrales).

La variabilidad es una característica omnipresente en el ciclo investigativo estadístico, puesto que permite comprender que los datos varían, algunas veces en forma predecible. Existen fuentes de variabilidad que pueden reconocerse y usarse para explicarla. Algunas veces la variabilidad corresponde al muestreo aleatorio o al error de medición; otras veces, surge de las propiedades de lo que se mide. Una parte importante del análisis de datos es determinar cuán desviados están los datos en la distribución; esto usualmente ayuda a conocer una medida de centro cuando se interpretan medidas de variabilidad, y la elección de estas medidas depende de la forma y otras características de la distribución. Diferentes medidas de variabilidad muestran cuestiones diferentes acerca de la distribución; por ejemplo, la desviación estándar se enfoca principalmente en la distancia típica desde la media, el rango entrega la diferencia entre el valor mínimo y el máximo, y el RIQ, rango intercuartil, entrega el ancho de la mitad central de los datos. La idea de centro de una distribución como una 'señal en un proceso aleatorio' considera la comparación de dos conjuntos de datos para la toma de decisiones (Konold y Pollatsek, 2002), 'señal' que puede resumirse por una medida estadística, como la media o mediana. Es muy útil interpretar una medida de centro junto a una medida de dispersión, y estas decisiones a menudo se basan en la forma de la distribución y si hay, o no, otras características tales como *outliers*, agrupaciones, vacíos o asimetrías.

Los *modelos* estadísticos son útiles para explicar o predecir los valores de los datos. Comparar los datos a un modelo para ver qué tan bien se ajustan los datos, examinando los residuos o desviaciones al modelo. También es posible usar modelos para simular datos, con el fin de explorar propiedades de procedimientos o conceptos.

La *aleatoriedad* permite comprender que cada resultado de un evento aleatorio es impredecible, y aun así se pueden predecir los patrones a largo plazo.

El concepto de *covariación* permite comprender que la relación entre dos variables cuantitativas puede variar de una forma predecible. Algunas veces esa relación puede modelarse, lo que permite predecir valores de una variable usando los valores de la otra variable.

El *muestreo* indica que mucho del trabajo estadístico incluye tomar muestras y usarlas para estimar o tomar decisiones acerca de la población desde la cual se extraen. Las muestras extraídas de la población



varían. Freundenthal (1974, citado en Burril y Biehler, 2011) señaló respecto al muestreo, que lo importante para la estadística es la variación de muestra en muestra y que esta variación disminuye a medida que el tamaño muestral aumenta. La *inferencia* estadística permite hacer estimaciones o tomar decisiones basadas en las muestras de los datos, en estudios observacionales y experimentales. La exactitud de las inferencias está ligada a la variabilidad de los datos, el tamaño muestral y lo apropiado de los supuestos que subyacen a tales muestras aleatorias de los datos, por ejemplo, independencia o equiprobabilidad.

Respecto a la idea de *representaciones*, todos los diagramas, tablas y gráficos que ayudan a la representación de los datos en estadística, se ven como estructuras relacionales que permiten organizar y visualizar los datos, pudiendo entregar conocimiento sobre el comportamiento de los datos en cuanto a distribución y variabilidad.

Los aprendices y enseñantes necesitan comprender a un nivel conceptual profundo varias de las ideas estadísticas fundamentales, las cuales sirven como guías de la enseñanza y el aprendizaje de los alumnos.

MODELOS DE ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

La abundante investigación en Didáctica de la Estadística en las últimas décadas, y algunos artículos de destacados profesionales estadísticos han ayudado a conformar un cambio de paradigma en la conceptualización de la enseñanza de la estadística. Pfannkuch y Ben-Zvi (2011) señalan que una reforma en la enseñanza ha evolucionado a partir de los avances tecnológicos, de la identificación y precisión de las características del pensamiento estadístico y de las 'grandes ideas' que sustentan a la estadística. Estos investigadores señalan que la explicación y exploración de estas ideas han contribuido a enfoques que enfatizan el Análisis Exploratorio de Datos (EDA), la atención a la construcción de la comprensión conceptual de los estudiantes, y al currículo que tiene como objetivo desarrollar el razonamiento de los estudiantes, el pensamiento y la alfabetización.

En Zapata (2011) se puede encontrar una detallada exposición de los modelos GAISE y el ciclo investigativo PPDAC. Y respecto a la inclusión de la guía GAISE en el currículo, es posible considerar las recomendaciones para el currículo escolar del eje Estadística y Probabilidad, de Araneda *et al.* (2011).

Ambiente de aprendizaje para el razonamiento estadístico

El Ambiente de aprendizaje de razonamiento estadístico (SRLE, por sus siglas en inglés), es un ambiente que promueve razonar estadísticamente y que pretende desarrollar en los estudiantes una comprensión profunda y significativa de la estadística (Garfield y Ben-Zvi, 2008). Este ambiente combina materiales, actividades, normas de la clase, andamiajes, discusión, tecnología, enfoque de enseñanza y evaluación. El modelo está basado en cinco principios del diseño de enseñanza (Cobb y McClain, 2004, citados en Ben-Zvi, 2011) (ver Figura 2).

- Enfocar el desarrollo de la comprensión en las ideas estadísticas fundamentales.
- Utilizar datos reales y motivadores que involucren a los estudiantes en la elaboración y prueba de conjeturas e inferencias estadísticas.
- Usar actividades de clase colaborativas basadas en la indagación para apoyar el desarrollo del razonamiento de los estudiantes.



- Integrar el uso de herramientas tecnológicas que permitan a los estudiantes poner a prueba sus conjeturas, explorar y analizar datos de manera interactiva.
- Promover normas del aula que incluyen el discurso y argumentación estadística centrados en las ideas estadísticas fundamentales.
- Usar métodos de evaluación alternativos para comprender lo que los alumnos saben y cómo desarrollan su aprendizaje estadístico.

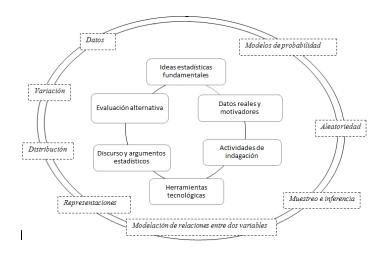


Figura 2. Seis elementos claves del Ambiente de Aprendizaje para el Razonamiento
Estadístico (SRLE) e ideas estadísticas fundamentales

Zvi

Pfannkuch y Ben-Zvi (2011)

proponen extender el modelo SRLE a un curso para formación de profesores cuyos componentes incluyen: profundizar la comprensión de conceptos estadísticos claves; desarrollar la habilidad para explorar y aprender desde los datos; desarrollar la argumentación estadística; usar evaluación formativa; e incorporan que los profesores comprendan el razonamiento de los alumnos, en especial sus errores y dificultades.

El Estudio de clases para la mejora de la enseñanza de la estadística

En el Estudio de clases inicialmente un grupo de docentes *preparan* una clase o un conjunto de clases, seleccionando materiales relevantes para llegar al objetivo definido; luego discuten, y diseñan su plan de clase. Posteriormente, uno de los docentes participantes en el diseño *implementa* la clase de estudio o de investigación, en la cual el grupo que diseñó la clase participa como observador crítico; además, pueden presenciar la clase otros profesionales de la educación. En la ejecución de la clase, el profesor comienza con la revisión de la sesión anterior, luego presenta el problema del día, esto es el desafío en forma de pregunta; los estudiantes deben comprender el problema, luego trabajan de forma individual o grupal, discuten los métodos de resolución descubiertos, finalmente se genera la puesta en común con discusión y argumentación, desde la cual surgen las conclusiones (Figura 3).



Figura 3. Fases del Estudio de Clases

Luego de la ejecución de la clase los profesores y, eventualmente los observadores, se reúnen en una sesión crítica para *revisar y analizar la clase ejecutada*, que se proyecta para una próxima implementación que permitirá ir mejorando el diseño y su implementación.

En el Estudio de clases y en el plan de la clase se tratan algunos procesos reiterativos que debiese realizar el profesor, como monitorear, anticipar y seleccionar alumnos. Esto significa monitorear cómo los alumnos exploran y resuelven la tarea, las estrategias y representaciones que usan; anticiparse a los errores o las demandas de la tarea, lo cual requiere que el profesor haya hecho la tarea, buscando más de una estrategia de solución (reparando tanto en las correctas como en las erróneas); y seleccionar a los alumnos que compartirán sus estrategias y representaciones distintas y promoverán la discusión, según el monitoreo realizado durante la clase (Estrella y Olfos, 2013).

Los componentes del modelo se evidencian en la operacionalización del plan de clases del Estudio de clases, que precisan: la situación problema de estadística y las preguntas claves (conceptos estadísticos fundamentales, datos reales, e indagación); la anticipación a las posibles respuestas de los alumnos (comprensión del razonamiento de los alumnos y argumentación estadística); la intervención docente (monitorear, explorar y aprender desde datos, y argumentar estadísticamente); y la evaluación de la marcha de la clase (evaluación formativa).

CONCLUSIONES

El modelo SRLE, Ambiente de Aprendizaje de Razonamiento Estadístico, favorece el desarrollo de una comprensión significativa de la estadística, y promueve demandas cognitivas altas con el fin de razonar estadísticamente 'haciendo estadística'.

Nuestro interés como investigadores es la continua construcción de una base común de investigación en el área, que permita que la Didáctica de la Estadística pueda seguir evolucionando y aportando al conocimiento y a la sociedad. Por ello, para abordar las características del pensamiento estadístico y los procesos activados en el proceso enseñanza y aprendizaje, es recomendable atender a los niveles cognitivos e ideas fundamentales de la estadística reseñados en Garfield y Ben-Zvi (2008) y la habilidad de transnumeración de Wild y Pfannkuch (1999), respectivamente. Dado que los profesores de primaria o de secundaria están interesados en operacionalizar la Didáctica de la Estadística, finalizamos proponiendo adoptar el modelo de aprendizaje

SRLE dentro del ciclo investigativo PPDAC, mediante la metodología de Estudio de clases japonés, que llevada a cabo por los mismos enseñantes permite el mejoramiento de su clase y de los aprendizajes que promueve.

REFERENCIAS

- Araneda, A., del Pino, G., Estrella, S., Icaza, G. y San Martín, E. (2011). Recomendaciones para el currículo escolar del eje estadística y probabilidad. http://www.soche.cl/archivos/Recomendaciones.pdf.
- Bruns, B. y Luque, J. (2014) *Profesores excelentes: cómo mejorar el aprendizaje en América Latina y el Caribe*. Perú: Banco Mundial, Galese SAC.
- Batanero, C., Burrill, G. y Reading, C. (Eds.). (2011). *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE Study.* New York: Springer.
- Ben-Zvi, D. (2011). Statistical reasoning learning environment. *EM TEIA Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 2 (2).
- Ben-Zvi, D. y Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3-15). New York: Springer.
- Burrill, G. y Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE study* (pp. 57-69). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Chance, B. (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Journal of Statistics Education*, *10* (3).
- Cobb, G. y Moore, D. (1997). Mathematics, statistics, and teaching. *American Mathematical Monthly*, 104 (9), 801-823.
- del Pino, G. y Estrella, S. (2012). Educación estadística: relaciones con la matemática. Pensamiento educativo. *Revista de Investigación Educacional Latinoamericana*, 49 (1), 53-64.
- Estrella, S. (2010). Instrumento para la evaluación del conocimiento pedagógico del contenido de estadística en profesores de educación básica. Tesis de maestría. Chile: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- Estrella, S. y Olfos, R. (2013). Estudio de clases para el mejoramiento de la enseñanza de la estadística en Chile. En A. Salcedo (Ed.), *Educación Estadística en América Latina: Tendencias y Perspectivas* (pp. 167-192). Venezuela: Universidad Central de Venezuela.
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10 (3).
- Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). Helping students develop statistical reasoning: Implementing a statistical reasoning learning environment. *Teaching Statistics*, *31* (3), 72-77.
- Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review*, 75 (3), 372-396
- Konold, C. y Pollatsek, A. (2002). Data analysis as the search for signals in noisy processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 259-289.
- Pfannkuch, M. y Ben-Zvi, D. (2011). Developing teachers' statistical thinking. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE study* (pp. 323-333). Dordrecht, The Netherlands: Springer.





La enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y la estadística

Pfannkuch, M. y Rubick, A. (2002). An exploration of students' statistical thinking with given data. *Statistics Education Research Journal*, *1* (2), 4-21.

Rumsey, D.J. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. Journal of Statistics Education, *10* (3), 6-13.

Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. International *Statistical Review*, *67* (3), 223-265.

Zapata, L. (2011). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 1 (33), 234-247.