



ANÁLISIS COGNITIVO EN LA PREPARACIÓN DE UN EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA ACERCA DE VARIABLES ESTADÍSTICAS Y SUS ESCALAS DE MEDICIÓN

Maritza Méndez, Nydia Valero e Ingrith Álvarez
Universidad Pedagógica Nacional (Colombia)

mdma_mmendezr304@pedagogica.edu.co, mdma_nbvaleror286@pedagogica.edu.co,
ialvarez@pedagogica.edu.co

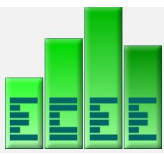
El ciclo de análisis didáctico (Gómez, 2002) se compone entre otros elementos del análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación. En el proceso de preparación del experimento de enseñanza se trabaja en el desarrollo de los primeros tres primeros elementos. Se describe de manera general los referentes teóricos relacionados con el ciclo de análisis didáctico específicamente el análisis cognitivo, en el cual según González y Gómez (2013) señalan que el foco de atención recae sobre el aprendizaje del estudiante, razón por la cual se especifican lo que se espera que aprendan los estudiantes acerca de las escalas de medición y la variable estadística, esto concretado en el planteamiento de competencias, objetivos y capacidades. Esta comunicación reporta un avance del trabajo de maestría titulado 'Variable estadística y escalas de medición' enmarcado en la línea de investigación en Educación Estadística de la Universidad Pedagógica Nacional.

PALABRAS CLAVE

Variable estadística, escalas de medición, análisis cognitivo, errores y dificultades.

INTRODUCCIÓN

Investigadores concuerdan en que el proceso de medición y las propiedades de medición de los datos sean analizados a fondo, especialmente en relación con los cuestionarios y escalas de medición que se utilizan para recoger la información (Svensson, 2009). En efecto, la relación entre las propiedades de los datos y la elección de los métodos estadísticos para la recolección, descripción y análisis de los mismos, son aspectos que deben tenerse en cuenta al momento de llevar a cabo un análisis de datos, además de identificar las escalas de medición correspondientes a los tipos de datos, ya que cada escala tiene propiedades que determinan un adecuado análisis (Merli, 2010). Esto hace pertinente la reflexión sobre la incorporación del estudio de las escalas de medición en el currículo escolar de matemáticas, puesto que al llevar al aula dicho objeto se podrán reconocer características del proceso pedagógico referido a éste, de tal suerte que dichas características aporten herramientas para diseñar actividades que posibiliten a los estudiantes un adecuado tránsito hacia niveles superiores de comprensión de la variable estadística y desarrollar sus competencias como ciudadanos estadísticamente cultos.



Por tanto, asumiendo como objetivo diseñar un experimento de enseñanza que tenga en cuenta dificultades y errores que presentan estudiantes al desarrollar actividades de análisis de datos y centrando la atención en la comprensión de variables estadísticas y las escalas de medición inmersas en dichas situaciones, se considera pertinente y como parte de la metodología de indagación, realizar un análisis didáctico que oriente la exploración, la profundización y el trabajo con los diferentes y múltiples significados del objeto matemático escolar involucrado, para efectos de diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje.

Para realizar esta propuesta se trabaja en las fases del experimento de enseñanza propuestas por Molina, Castro, Molina y Castro (2011) articuladas con el análisis didáctico propuesto por Gómez (2002), quienes plantean en primera instancia, el diseño del experimento y de las actividades a las que se han de ver enfrentados los estudiantes, lo cual es fundamentado en un análisis de contenido, análisis cognitivo y un análisis de instrucción en relación con el objeto de estudio.

Teniendo en cuenta los elementos que hacen parte de éste análisis cognitivo, surgen de los errores y dificultades evidenciados en una prueba diagnóstica y de los reportados por investigaciones relacionadas con el tema, se pudo plantear expectativas de aprendizaje (competencias, objetivos y capacidades) que se espera faciliten la superación de los errores en torno a la variable estadística y las escalas de medición.

MARCO DE REFERENCIA

El experimento de enseñanza

El experimento de enseñanza, dentro de la metodología de diseño, es un modelo cercano a la “práctica habitual del docente, al consistir en el diseño, puesta en práctica y análisis de un conjunto de intervenciones, en un aula, que persigue un aprendizaje” (Molina *et al.*, 2011, p. 84), por lo cual es escogida esta metodología para llevar a cabo la propuesta; se trabaja con las fases propuestas por Molina *et al.* (2011) articuladas con el análisis didáctico propuesto por Gómez (2002), quienes plantean en primera instancia, el diseño del experimento y de las actividades a las que se han de ver enfrentados los estudiantes, lo cual es fundamentado en un análisis de contenido, análisis cognitivo y un análisis de instrucción en relación con el objeto de estudio.

En el proceso de preparación del experimento de esta propuesta se desarrolló en primer lugar el *análisis de contenido*, este es el primero de los análisis que componen el ciclo de análisis didáctico en el cual se abordó a través de los elementos que lo componen en forma integrada la *estructura conceptual*, referida a los conceptos, procedimientos y relaciones que entre ellos tienen que ver con la escalas de medición y variable estadística; los *sistemas de representación*, referidos a los modos en que el concepto puede llegar a presentarse (numérico, gráfico, tabular, pictórico, verbal, manipulativo, etc.), y la *fenomenología*, la cual se relaciona con la utilidad y los contextos en los cuales tiene sentido el uso de las escalas de medición y variable estadística.



Análisis Cognitivo

Luego del análisis de contenido se procede a realizar el análisis cognitivo, para Gómez (2002) el análisis cognitivo comprende “la identificación, descripción y caracterización de los errores en los que los escolares pueden incurrir al abordar dichas tareas, de las dificultades que subyacen a esos errores y de los obstáculos que es necesario superar para resolver dichas dificultades” (p. 272).

Socas (1997) define error como la presencia, en el alumno, de un esquema cognitivo inadecuado y no solamente como consecuencia de falta específica de conocimiento; además caracteriza al obstáculo como el conocimiento que ha sido satisfactorio durante un tiempo para la resolución de ciertos problemas, y que por esta razón se fija en la mente de los estudiantes, pero que posteriormente resulta inadecuado y difícil de adaptarse cuando el alumno se enfrenta a nuevos problemas, así, un obstáculo es un conocimiento, más no una falta del mismo, el estudiante lo utiliza para producir respuestas adaptadas en un cierto contexto pero cuando se usa ese conocimiento fuera de dicho contexto, se generan respuestas inadecuadas.

Por ende, los errores son manifestaciones de dificultades (de diversa naturaleza) de los alumnos, las cuales se conectan y refuerzan en redes complejas que se concretan forma de obstáculos (Socas, 1997). González y Gómez, (2013) señalan la dificultad como una circunstancia que impide o entorpece la consecución de los objetivos de aprendizaje previstos, indican además que la importancia de las dificultades en el análisis cognitivo reside en identificarlas, conocer qué factores son los responsables de que aparezcan y saber de qué modo se pueden superar.

En la preparación del experimento de enseñanza se continua con el análisis de instrucción en donde se ha de caracterizar el modelo de enseñanza, dentro del marco de la Educación Estadística, que se adopta para llevar al aula el objeto de estudio; según Gómez (2002), “se debe diseñar, seleccionar, identificar y describir las tareas que hacen parte de las actividades de enseñanza y aprendizaje” (p. 76).

DESARROLLO DE LA PROPUESTA

González y Gómez (2013) señalan que en el análisis cognitivo el foco de atención recae sobre el aprendizaje del estudiante, razón por la cual se especifica las expectativas sobre lo que se espera que aprendan los estudiantes acerca de las escalas de medición y la variable estadística, esto es concretado en el planteamiento de competencias, objetivos y capacidades. Además, como lo afirma Gómez (2007) el análisis cognitivo se relaciona con las limitaciones que surgen en el proceso de aprendizaje, las cuales se concretan en las dificultades y los errores.

Aunque para González y Gómez (2013) los objetivos y las capacidades concretan las expectativas del profesor sobre el aprendizaje del estudiante, es interés de esta propuesta tomar como punto de referencia los errores y dificultades para el diseño de la secuencia de actividades. De esta forma, los objetivos de aprendizaje (Tabla 1) se plantean en términos de la superación de los mismos, expresados a través de adverbios como ‘correctamente’, ‘sin error’, ‘adecuadamente’, ‘selección apropiada’:



CÓDIGO	OBJETIVOS DE APRENDIZAJE
OA1	Identificar adecuadamente la variable estadística involucrada en el estudio estadístico, clasificarla de acuerdo a su naturaleza y reconocer la escala de medición en la cual se encuentra.
OA2	Clasificar y organizar datos de acuerdo a cualidades y/o atributos, representándolos a través de tablas y gráficas, reconociendo la relación entre el conjunto de datos de la variable presentada y la escala de medición en la cual se encuentra, seleccionando la(s) representación(es) apropiada(s) para presentar la información.
OA3	Elegir y utilizar métodos de análisis estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y a la escala de medición de la variable estadística (nominal, ordinal, de intervalo o de razón).

Tabla 1. Objetivos de aprendizaje

Partiendo de los objetivos, se plantean las capacidades que muestran de forma concreta las actuaciones que se esperan de los estudiantes para afrontar las tareas a proponer, relacionadas con la superación de errores referidos a escalas de medición y la variable estadística en actividades de análisis de datos, estas se muestran en la Tabla 2.

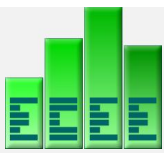
CÓDIGO	CAPACIDADES
CA0	Obtener información a través de encuestas, estudios y otras fuentes de información.
CA1	Identificar elementos de un estudio estadístico: población, muestra y variable.
CA2	Clasificar la variable presentada o estudiada según su naturaleza.
CA3	Determinar la escala de medición que se adecúa a la variable presentada.
CA4	Clasificar los datos de acuerdo a la clase o intervalo a que pertenece.
CA5	Ordenar los datos (en forma creciente o decreciente).
CA6	Hallar el número de veces que aparece el valor de la variable en la muestra o en la clase o lo asocia a la frecuencia absoluta
CA7	Calcular el cociente entre la frecuencia absoluta y el tamaño de la muestra y asociarlo a la frecuencia relativa.
CA8	Expresar la frecuencia relativa en porcentajes.
CA9	Elaborar tablas de frecuencias (para datos no agrupados y agrupados), mediante la adecuada clasificación de los datos.
CA10	Elaborar diagramas de barras, gráficos de sectores, histogramas y polígonos de frecuencias.
CA11	Realizar una lectura literal del gráfico sin interpretación de la información contenida en el mismo.
CA12	Interpretar e integrar los datos en el gráfico, comparando cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas.
CA13	Hallar medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para datos agrupados y no agrupados.
CA14	Interpretar el comportamiento de un conjunto de datos a través de las medidas de tendencia central.
CA15	Determinar el rango o recorrido de los datos de variables cuantitativas.
CA16	Establecer el número de clases (k) en que se van a agrupar los datos.
CA17	Determinar la amplitud de clase para agrupar los datos.
CA18	Formar intervalos y agrupar datos.

Tabla 2. Capacidades para abordar las tareas relacionadas con la superación de errores y dificultades



La revisión de literatura referida a investigaciones relacionadas con el asunto en cuestión y los resultados de la prueba diagnóstica, posibilitan una síntesis (Tabla 3), respecto a dificultades y errores relacionados con la elección incorrecta del tipo de gráfico, debido a la no identificación de: la variable involucrada y la escala en la cual se encuentra representada; errores sobre la definición de las escalas de medición y representación de los datos en gráficas estadísticas; errores frente a las medidas de análisis seleccionadas (en este caso de centralización) según la variable estadística considerada; y en cuanto a las nociones en torno a variable estadística. Se concreta y relacionan además, las competencias, los objetivos y las capacidades a los que se han de aportar a través del proceso de la superación de los errores y dificultades identificados.

DIFICULTADES	ERRORES	COMPETENCIAS	OBJETIVOS	CAPACIDADES
Confusión de nociones en torno a la variable estadística	<ul style="list-style-type: none"> E1 Confundir conceptos como: caso, variable, frecuencia. (Pinto, 2010, p. 380) E2 Confundir dato con variable. E3 Confusión entre frecuencia y valor de la variable (Wu, 2004). E4 Confunde la variable estadística según la naturaleza (cualitativa- cuantitativa) 	Resolver problemas de estadística descriptiva con el análisis unidimensional de la variable involucrada	OA1	CA0 CA1 CA2 CA4 CA6 CA7 CA9 CA11 CA12
Elección incorrecta del tipo de gráfico de acuerdo con la variable involucrada y la escala en la cual se encuentra	<ul style="list-style-type: none"> E5 No logran establecer la relación entre el tipo de variable y el tipo de gráfico, es decir que no son adecuados todos los gráficos para los diferentes tipos de variables. E6 Diferenciar entre los rectángulos de un gráfico de barras y del histograma. (Pinto, 2010) E7 Interpretación equivocada de la información a partir de la gráfica de frecuencias acumuladas de variables discretas, debido a que estas presenta discontinuidades de salto. (Batanero, C., Godino, J., Green D., Holmes P. y Vallecillos A., 2001) 	Resolver problemas de estadística descriptiva con el análisis unidimensional de la variable involucrada Modelar procesos y fenómenos de análisis estadísticos a través de los diferentes registros de representación	OA2	CA0 CA2 CA3 CA4 CA6 CA7 CA8 CA10 CA15 CA16 CA17 CA18
No definición de las escalas de medición y representación de los datos en gráficas estadísticas	<ul style="list-style-type: none"> E8 Elegir escalas de representación no adecuadas para el objetivo predeterminado (Batanero, C., Godino, J., Green D., Holmes P. y Vallecillos A, 2001) E9 Omitir las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical, o en ambos. (Wu, 2004), E10 No especificar el origen de coordenadas. E11 No proporcionar suficientes divisiones en las escalas de los ejes, porque no se reconoce la escala asociada a la variable que se está representando. E12 Desconocer conceptos como escala de medición, variable, características de los gráficos, significado de barra y ejes (Pinto, 2010, p. 362). E13 No hay comprensión sobre la información que representan los ejes. E14 No se tiene clara los diferentes gráficos estadísticos adecuados a la naturaleza de los datos. 	Modelar procesos y fenómenos de análisis estadísticos a través de los diferentes registros de representación	OA2 OA3	CA2 CA3 CA10 CA12 CA15 CA16 CA17 CA18
No correspondencia entre medidas	<ul style="list-style-type: none"> E15 Calcular la mediana y la media en datos cualitativos nominales. E16 No relacionan la naturaleza de los datos 	Comunicar, razonar; formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos	OA3	CA1 CA2 CA3



de análisis y el tipo de variable	con el análisis que puede hacerse a través de las Medidas de tendencia central.	referidos a la pertinencia de utilizar o no resúmenes estadísticos a través de las medidas de tendencia central de acuerdo a la escala de medición en la que se encuentre medida la variable presentada		CA5 CA9 CA13 CA14
-----------------------------------	---	---	--	----------------------------

Tabla 3. Relación entre dificultades, errores, competencias, objetivos, y capacidades

Teniendo los anteriores insumos se da paso al análisis de instrucción, el cual según Gómez (2002) es el diseño, selección, identificación y descripción de las tareas que harán parte del las actividades de enseñanza y aprendizaje. En el análisis de instrucción la atención está centrada en la enseñanza siendo de gran importancia los medios que va a usar el profesor para lograr los objetivos de aprendizaje.

A continuación se presenta una de las consignas que hace parte de la actividad 1, que involucra el tratamiento de situaciones relacionadas con las nociones en torno a la variable estadística. En esta consigna se pide identificar la variable involucrada en un estudio sobre pesos de un objeto obtenidos en un experimento, se busca con esta situación trabajar sobre el error 2, que está relacionado con la confusión entre dato y variable estadística; para esto el estudiante ha de usar las capacidades CA0 y CA1, que centran su atención en obtener información e identificar la población, muestra y variable de un estudio estadístico.

El profesor de la clase de estadística le presenta la siguiente situación a sus estudiantes, y les pide identificar cuál es la variable estadística involucrada.

Un objeto pequeño se pesó con un mismo instrumento, separadamente, por 9 estudiantes en una clase de física. Los pesos obtenidos por cada estudiante (en gramos) fueron:

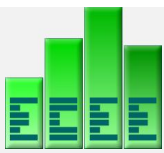
Julián dice a sus compañeros: *¡lo tengo! Las variables estadísticas son 6,2 6,0 6,0 15,3 6,1 6,3 6,2 6,15 6,2 respectivamente.*

¿Qué piensas acerca de la afirmación de Julián?, ¿es correcta? _____
¿Por qué?

Consigna 2 de la actividad 1

CONCLUSIONES

La experiencia de la preparación de un experimento de enseñanza atendiendo a elementos del ciclo de análisis didáctico, específicamente el análisis cognitivo, permite tomar conciencia acerca de elementos que se deben tener en cuenta para llevar a cabo



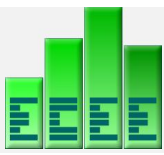
un experimento de aula, logrando identificar elementos para el diseño de tareas relacionadas con las actividades de enseñanza y aprendizaje de las variables estadísticas y sus escalas de medición. Entre estos elementos, la relación entre dificultades, errores, competencias, objetivos y capacidades constituye una importante herramienta para establecer los conjuntos de tareas a seleccionar o diseñar, y para analizar el trabajo desarrollado por los estudiantes durante el experimento en el aula.

Desde el análisis cognitivo se reconoce que la planificación curricular requerida para abordar los tipos de variables estadísticas y sus escalas de medición en actividades de análisis de datos, debe considerar el estado inicial de los estudiantes frente a las habilidades, errores y dificultades presentes en el tratamiento del objeto estadístico. Las propuestas de actividades deberán una vez identificados dichos estados iniciales, formular tareas que lleven a los estudiantes a superar los obstáculos identificados, de esta forma los estudiantes tienen una oportunidad para el aprendizaje a través del reconocimiento de los errores por medio de tareas que le permitan analizar las diferentes situaciones, comparar los resultados con los de sus compañeros para advertir el error o los errores y verificar lo razonable de sus respuestas.

Para seguir con la preparación del experimento de enseñanza se continuará con el “análisis de instrucción en donde se ha de caracterizar el diseño, selección, identificación y descripción de las tareas que hacen parte de las actividades de enseñanza y aprendizaje” (Gómez, 2002, p. 76). Dicho análisis de instrucción se realizará teniendo en cuenta los objetivos propuestos al inicio del ciclo de análisis didáctico, el análisis de contenido y el análisis cognitivo.

REFERENCIAS

- Batanero, C., Godino, J., Green, D., Holmes, P. y Vallecillos, A. (2001). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25 (4), 527-547.
- González, M. y Gómez, P. (2013). Análisis cognitivo. Módulo 3. http://funes.uniandes.edu.co/2041/1/Apuntes_Modulo3.pdf.
- Gómez, P. (2007). Análisis didáctico. Una conceptualización de la enseñanza de las Matemáticas. (Capítulo 2). En Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular. *Revista EMA*, 7(3), 251-292.
- Merli, G. (2010). Escalas de medición en Estadística. *Telos*, 12 (2), 243-247.
- Molina, J., Castro, E., Molina, M. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias didácticas*, 29 (1), 75-88.
- Pinto, J. (2010). Conocimiento didáctico del contenido sobre la representación de datos estadísticos: estudios de casos con profesores de estadística en carreras de psicología y educación. Tesis de doctorado. España: Universidad de Salamanca. <https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/dissertations/10.Sosa.Dissertation.pdf>.



- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp.125-178). Barcelona, España: Horsori.
- Svensson, E. (2009). Experiencing the complexity of reality before graduation. *Next steps in statistics education IASE/ISI Satellite*. http://iase-web.org/documents/papers/sat2009/2_2.pdf.
- Wu, Y. (2004). Singapore Secondary School Students. Understanding of Statistical Graphs. National Institute of Education. Nanyang Technological University, Singapore. Trabajo presentado en el 10th International Congress on Mathematics Education. Copenhagen, Denmark.