

# Procesos de Metacognición que suele utilizar los estudiantes para identificar cardiodes y sus respectivas ecuaciones a partir del comportamiento de tangentes en una circunferencia <sup>1</sup>

Metacognition processes often used by students to identify their respective cardioid and from behavioral equations of tangents to a circle

Processos de metacognição frequentemente utilizados pelos alunos para identificar seus respectivos cardióide e das equações comportamentais de tangentes a um círculo

Recibido: mayo de 2013  
Aceptado: agosto de 2013

Lady Carolina Cedeño Niño<sup>2</sup>  
Deisy Viviana Gómez Ardila<sup>3</sup>  
Nelly Lorena Santos Alape<sup>4</sup>

## Resumen

Éste documento da cuenta de lo desarrollado por 4 estudiantes en el espacio de formación Seminario de Problemas en 5° semestre de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital, el cual permitió identificar las diferentes estrategias utilizadas y abordadas por los estudiantes para identificar cardiodes y sus respectivas ecuaciones y así reconocer su comportamiento y lugar geométrico, partiendo de un problema específico dado por el docente, a partir del comportamiento de tangentes en una circunferencia estas estrategias llevaron a reconocer algunos procesos de meta-cognición que se utilizaron a lo largo del desarrollo del problema.

**Palabras clave:** Meta-cognición; matemáticas superiores; geometría; cardiodes; profesor; formación inicial de profesores; estrategias; comportamiento de ecuaciones; lugares geométricos.

## Abstract

This paper reports that developed by 4 students in the training space Problems Seminar 5th semester of Bachelor of Primary Education with emphasis in Mathematics from the University District, which allowed us to identify the different strategies used and addressed by students to identify cardioid and their respective equations and thus recognize their behavior and locus, based on a specific problem given by the teacher, from the behavior of tangents on a circle these strategies led to recognize some

1 Artículo de Investigación.

2 Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas. Bogotá, Colombia. Contacto: carito.blue7@hotmail.com

3 Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas. Bogotá, Colombia. Contacto: deisy1803@hotmail.com

4 Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas. Bogotá, Colombia. Contacto: nellisity520@hotmail.com

meta-cognitive processes that were used to throughout the development of the problem.

**Keywords:** Meta-cognition, higher mathematics, geometry, cardioid, teacher, initial teacher training, strategies, behavior equations; loci.

## Resumo

Este artigo relata que se desenvolveram por quatro estudantes na formação do espaço Problemas Seminário quinto semestre de Licenciatura em Educação Básica com ênfase em Matemática da Universidade Distrital, o que nos permitiu identificar as diferentes estratégias utilizadas e dirigidos pelos alunos aos identificar cardióide e suas respectivas equações e, portanto, reconhecer o seu comportamento e local, com base em um problema específico dado pelo professor, a partir do comportamento de tangentes em um círculo estas estratégias levaram a reconhecer alguns processos meta-cognitivos que foram usados para Durante o desenvolvimento do problema.

**Palavras-chave:** Meta-cognição, matemática superior, geometria, cardióide, professor, a formação inicial de professores, as estratégias, as equações de comportamento; loci.

## Planteamiento del problema

El desarrollo de ésta presentación surge del siguiente problema: “Dada una circunferencia con un punto A sobre ella se trazará la tangente a la circunferencia que pasa por este punto; Luego se ubica un punto B que puede estar sobre, dentro o fuera de la circunferencia, pasando una perpendicular a la tangente que pase por el punto B, generando el punto de intersección C”. El desarrollo de este problema se da en variar la ubicación de los puntos y así encontrar su lugar geométrico, llevando a la identificación de cardiodes, generando a partir de la resolución de problemas que los estudiantes desarrollen diferentes estrategias de solución a través de procesos de Metacognición.

## Marco de referencia conceptual

Partiendo del desarrollo frente a las estrategias y procesos meta cognitivos generados por la resolución de problemas en el abordaje y desarrollo del problema establecido se resaltarán tres bases teóricas fundamentales: Resolución de problemas,

procesos Meta cognitivos, ecuaciones polares y cardiodes.

La resolución de problemas se tomó desde la perspectiva de Charnay (1993)

Quien percibe un problema como una terna, situación-alumno-saber, en la que hay una idea de obstáculo a superar, y donde el entorno es un elemento del problema, en particular las condiciones didácticas, es decir, organización de clase, intercambios, expectativas explícitas o implícitas del docente, etc. (p.51)

Se pretende resaltar el proceso de meta-cognición y los caminos que utilizaron tres estudiantes para la construcción e identificación de cardiodes y sus respectivas ecuaciones; y su comportamientos a partir del caso específico tangentes en una circunferencia; para identificar dichos procesos es necesario «resaltar la reflexión de los estudiantes en el proceso de resolución, ya que esto favorece el proceso de construcción del conocimiento» García, G. & Santarelli, N. (2004).

Para Flavell (1993) la meta-cognición consiste en “[...] el conocimiento que uno tiene acerca

de los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionado con ellos, por ejemplo, las propiedades de la información [...] relevantes para el aprendizaje [...]. La meta-cognición hace referencia, entre otras cosas, a la supervisión activa”.

Frente al aspecto matemático se dio uso de la gráfica de ecuaciones en coordenadas polares.

La gráfica de una ecuación en coordenadas polares consiste en todos aquellos puntos que tienen por lo menos un par de coordenadas que satisfacen la ecuación:

## Metodología

La metodología establecida en este documento está determinada por el uso de la resolución de problemas, en donde se destacan actividades y prácticas que espontáneamente se dan en un aula de matemáticas, propiciadas por un problema establecido y por la intervención fortuita del docente. Teniendo en cuenta la metodología se tomó como instrumento de recolección de datos el cuaderno resolutor, el cual nos permite tener evidencias concretas de lo realizado en cada clase y los posibles procesos vistos en dichas clases.

Para el análisis se toma como base el marco interpretativo<sup>5</sup> que permite examinar los procesos meta-cognitivos que se dan en las clases de seminario de problemas, y partiendo del cuaderno resolutor se tendrán en cuenta aquellas circunstancias de clase que los propician o los inhiben esto a partir de las evidencias presentadas en las conjeturas, las preguntas, las certezas y el consenso a lo que se llegaba en cada clase finalizada.

A continuación se hace referencia a los niveles establecidos por el marco interpretativo, los cuales se tuvieron en cuenta a la hora de analizar las diferentes estrategias y procedimientos expuestos en el cuaderno resolutor por el grupo de estudiantes,

esto nos permite identificar si efectivamente el grupo de estudiantes llegó a realizar procesos meta-cognitivos teniendo en cuenta que debieron pasar por los niveles que exige el marco interpretativo.

*Primer nivel. Actividades concretas:* Son las actividades llevadas a cabo para darle una solución al problema.

*Segundo nivel. Procesos cognitivos:* Son los que se llevan a cabo durante la resolución del problema; esto implica la solución a las preguntas que se pueden dar en cada clase con relación al mismo. Siendo estos procesos los conocimientos que se ponen en juego en la comprensión del enunciado, la planeación y definición de la estrategia y la aplicación de dicha estrategia para obtener un resultado frente al problema.

*Tercer nivel. Procesos meta-cognitivos:* En los procesos meta-cognitivos se supervisa, valora el progreso y se re-orientan las actividades de Segundo Nivel.

Dentro de los procesos meta-cognitivos que se llevan a cabo en el aula de matemáticas destacan los siguientes:

- Interpretación del problema
- La implementación de la estrategia
- Los procedimientos llevados a cabo a partir de dicha estrategia
- Resultado al que se llega

Es importante aclarar que el desarrollo de estos procesos meta-cognitivos, en gran parte se da gracias a las intervenciones del docente a lo largo del procedimiento de la solución del problema

*Cuarto nivel. Procesos de auto-corrección:* Se trata de las actividades auto-correctivas que lleva a cabo el estudiante, derivadas de las actividades que él desarrolló en el Tercer Nivel.

5 Se pretende evidenciar las vivencias a partir del marco Interpretativo expuesto por Páez, Rigo y Gómez (2008) para identificar y examinar las prácticas meta-cognitivas que el profesor impulsa en sus clases de matemáticas.

Tabla 1

| Modelización   | Procesos Cognitivos  | Actividades meta- cognitivas   |
|--|--|--|
| Con el fin de que los estudiantes consigan dar un significado a la idea principal que está dando el problema el docente da una muestra de la forma que toma el lugar geométrico afirmando que la figura que se forma es un cardiode. | Los procesos cognitivos llevados a cabo por los estudiantes se centran, principalmente, en las variables involucradas en la situación problemática: según el punto donde se ubiquen los puntos determinados el lugar geométrico generara un tipo de cardiodes. | Solicitud de apoyo. La responsabilidad que asume el docente durante este segmento, consisten en ofrecer apoyo para quien lo solicite, con esto, el docente ofrece a los estudiantes una actividad meta-cognitiva, que consiste en que los estudiantes tomen conciencia de que la estrategia ejecutada lleve a un resultado concreto. |

Fuente: Elaboración propia

Tabla 2

| Procesos cognitivos   | Actividades meta-cognitivas  |
|---|--|
| En esta clase los estudiantes aplican la estrategia escogida en este caso se decide continuar haciendo ejemplos de cardiodes para ver si se llega a una conjetura. De esta manera al tratar de hacer ejemplos sobre el plano cartesiano para identificar alguna generalidad no se logra encontrar una regularidad específica con los puntos A, B y C. | Solicitud de apoyo. El docente hace la intervención ante varias de las inquietudes de los estudiantes en las cuales se resaltó la identificación de coordenadas polares y su posible significado con relación al problema establecido, en este caso el docente permite una actividad de <u>Metacognición</u> , en la que establece una posibilidad de re-crear una nueva estrategia teniendo en cuenta nuevos conceptos, pero sin dejar a un lado el trabajo ya establecido. |

Fuente: Elaboración propia

## Análisis de datos

Este análisis se da en diferentes momentos que indican las acciones realizadas por el grupo de estudiantes, evidenciadas en el cuaderno resolutor. Se expone, en el siguiente apartado, el análisis de lo realizado por el grupo frente al problema.

Nivel 1 (Planteamiento del problema). En busca de regularidades variando los diferentes puntos.

Nivel 2 (Reestructuración de las estrategias de planeación). En transcurso de las siguientes clases se evidenció que la figura que forma el lugar geométrico de C será algún tipo de cardiode, teniendo

como base una ecuación respectiva dependiendo de cada tipo de cardiode y que sería de gran ayuda las coordenadas polares.

Nivel 3 (Aplicación de la estrategia y comunicación de respuestas). En estas sesiones el grupo aplica la estrategia escogida en este caso hacer construcciones en Geogebra buscando regularidades específicas. De estas construcciones se evidenciaron 2 conjeturas.: Así se mueva el punto C o cualquier lugar fuera o dentro de la circunferencia el cardiode siempre tendrá contacto con la circunferencia inicial. Si la distancia del punto C al punto A es la medida del radio de la circunferencia la parte en la que el cardiode gira también mide el radio de la circunferencia.

Actividades meta-cognitivas. Ante este nuevo abordaje y nuevas conjeturas el docente aporta una actividad meta-cognitiva que consiste en que los estudiantes indaguen sobre la posible influencia de los valores que toman las variables presentes en la ecuación de cada una de las figuras que se forman en plano.

Nivel 4(Retroacción) En las últimas clases se evidencia una actividad meta-cognitiva ya que el grupo logra identificar que los diferentes tipos de cardioides que se generan les corresponden una ecuación polar que describe su comportamiento. Estableciendo una nueva estrategia a partir de dichas ecuaciones polares.

### Conclusiones

Se puede concluir que el docente juega un papel crucial en el desarrollo de los procesos meta cognitivo de los estudiantes al poner un problema que permita que los estudiantes aborden diferentes estrategias y que con preguntas orientadores encaminen los diferentes procederes que generen la construcción de un conocimiento implícito, como lo fue los cardioides y sus respectivas ecuaciones polares.

Es relevante destacar la función del cuaderno resolutor, ya que permitió evidenciar las estrategias cognitivas que determinaron los razonamientos cognitivos y meta-cognitivos del grupo de estudiantes. Los procesos meta cognitivos que generó

el grupo de estudiantes se dieron a partir de estrategias que en un principio no eran óptimas pero se fueron reestructuraron y llevaron a formalizar y adquirir nuevos conocimientos frente a los cardioides y sus respectivas ecuaciones.

### Referencias

- Charnay, R. (1993). *Aprender (por medio) de la resolución de problemas*. En: PARRA, C y SAIZ, I (Comp). *Didáctica de las Matemáticas: aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Piados, p 51-63.
- García, G. (2004). *Los procesos meta cognitivos en la resolución de problemas y su implementación en la práctica docente*. Educación matemática. Grupos de Santillana México. México: pp. 127-141
- Flavell, J.H. (1985). *Cognitive development*. Englewood Cliffs. NJ: Prentice Hall. [Traducción al castellano: Pozo, M.J. y Pozo, J.I. (Eds. y Trads.). (1993). *El desarrollo cognitivo*. Madrid: Aprendizaje Visor.]
- Mirela Rigo, D. P. (s.f.). *Propuesta de un marco interpretativo*. Recuperado el 23 de 11 de 2012, de <http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/actas/Actas13SEIEM/SEIEMXIII-RigoAlfonsoGomez.pdf>.