

# Integrando el uso de habilidades espaciales y geométricas para el aprendizaje significativo del concepto de volumen de sólidos con estudiantes de dibujo técnico<sup>1</sup>

Integrating the use of spatial and geometric skills for meaningful learning of the concept of volume of solid technical drawing students

Integrando o uso de habilidades espaciais e geométricas para a aprendizagem significativa do conceito de volume de sólidos estudantes de desenho técnico

Recibido: mayo de 2013  
Aprobado: agosto de 2013

Edgar David Jaimes<sup>2</sup>  
Avenilde Romo Vázquez<sup>3</sup>

## Resumen

El presente reporte plantea la necesidad de estudiar la problemática que gira en torno al aprendizaje del concepto de volumen de cuerpos sólidos desde el análisis del contexto del desarrollo del pensamiento espacial de estudiantes que demuestran habilidades en cursos independientes de la matemática escolar como es el dibujo técnico. Uno de los objetivos es proponer una metodología de trabajo que permita potenciar dichas habilidades en el aprendizaje de algunos conceptos geométricos, en particular el concepto de volumen, a través de un proyecto de aula transversal entre las áreas de dibujo y matemáticas con estudiantes de secundaria (13-14 años) del Instituto Técnico Industrial Francisco de Paula Santander ubicado en la ciudad de Puente Nacional (departamento de Santander en Colombia).

**Palabras clave:** Matemáticas escolares; geometría en tres dimensiones; habilidades espaciales, geométricas; volumen; matemáticas y otras disciplinas.

## Abstract

This report suggests the need to study the problem that revolves around learning the concept of volume of solids from the analysis of the context of the development of spatial thinking skills in students who demonstrate independent courses school mathematics as technical drawing. One objective is to propose a methodology that enables these skills enhance learning some geometric concepts, particularly the concept of volume, through a classroom project cross between the areas of drawing and mathematics with high school students (13-14 years) Industrial Technical

---

1

2

3 edjaimes@gmail.com Instituto Técnico Industrial Francisco de Paula Santander – Docente Investigador; avenildita@gmail.com Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN – México – Docente Investigadora

Institute Francisco de Paula Santander located in Bridge city National (Santander department in Colombia).

**Keywords:** school Mathematics, geometry in three dimensions spatial skills, geometry, volume, mathematics and other disciplines.

### Resumo

Este relatório sugere a necessidade de estudar o problema que gira em torno de aprender o conceito de volume de sólidos a partir da análise do contexto do desenvolvimento de habilidades de raciocínio espacial em estudantes que demonstram cursos independentes matemática escolar como desenho técnico. Um dos objetivos é propor uma metodologia que permite que essas habilidades melhorar a aprendizagem de alguns conceitos geométricos, em particular o conceito de volume, através de um projecto transversal em sala de aula entre as áreas de desenho e matemática com alunos do ensino médio (13-14 anos) Técnico Industrial Instituto Francisco de Paula Santander localizada em Bridge City National (Departamento de Santander, na Colômbia).

**Palavras-chave:** Matemática da escola, geometria em três dimensões habilidades espaciais, geometria, volume, matemática e outras disciplinas.

### Problema de investigación

En la actualidad, en muchos de los contextos de la educación colombiana de zona rural o urbana existen dificultades por parte de los estudiantes en la comprensión de conceptos, relaciones y propiedades geométricas básicas. Un caso muy particular es el de estudiantes que llevan cursos especiales de dibujo técnico durante su etapa de estudios secundarios los cuales desarrollan habilidades espaciales para la construcción de figuras de tres dimensiones en el plano a través de la geometría de proyecciones y que sin embargo, tienen dificultades para calcular y relacionar medidas geométricas como el perímetro, área, y volumen de figuras en contextos matemáticos y no matemáticos. A priori se identificó la desconexión existente entre el currículo de dibujo técnico y el de matemáticas en la praxis del Instituto Técnico Industrial de Puente Nacional (Instécnico). La enseñanza de las matemáticas en los niveles de primaria, secundaria y bachillerato, se limita al desarrollo algorítmico y procedimental de definiciones y fórmulas, muchas veces aislado de los contextos no matemáticos “reales” que pueden dar significado y relacionarse con la aplicación de estos conocimientos.

### Marco conceptual

La noción de los conceptos figurativos de Fischbein (citado por Pittalis & Christou 2010), propone que el razonamiento geométrico se caracteriza por la relación dialéctica entre una figura geométrica y un concepto geométrico, lo que indica la importancia de las propiedades de figuras de los conceptos geométricos. ¿Qué pensamiento desarrolla el niño cuando intenta relacionar figuras planas en 2D de figuras en 3D y el concepto de volumen? Es un cuestionamiento que tiene varias implicaciones teóricas que pueden explicar las dificultades en la construcción conceptual del volumen.

El modelo de Duval (citado por Pittalis & Christou 2010) define una postura del proceso interno del razonamiento geométrico de una persona. El razonamiento geométrico consiste en la visualización, la construcción y los procesos de razonamiento, destacando el papel de la representación visual de una afirmación geométrica. Hershkowitz, Parzys, & Van Dermolen (1996) diferencia entre dibujo y figura, la coordinación entre visualización y razonamiento sólo puede ocurrir realmente tras este

trabajo de diferenciación por lo que construir el concepto de volumen implica la visualización, la construcción y el razonamiento. Lo anterior debe considerarse para el análisis tanto de las actividades que se desarrollan en la enseñanza de dibujo técnico como de las actividades de enseñanza de geometría. El análisis debe permitir mostrar el rol que es dado a la visualización y a la construcción en estas actividades así como reconocer el razonamiento geométrico asociado. El objetivo de este trabajo es involucrar los procesos de visualización y razonamiento de dichas construcciones al concepto de volumen.

Las habilidades de la geometría tridimensional están definidas como la capacidad de los individuos para realizar varias tareas en un currículo específico de trabajo e incluyen tanto los conocimientos y habilidades relevantes, como la construcción de redes (la habilidad de combinar y analizar las imágenes visuales, es decir, con la forma como se analiza una imagen visual de acuerdo a sus componentes y la manera como se combinan dentro de nuevas imágenes), la representación de los objetos 3D de figuras 2D, la identificación de los sólidos y sus elementos, la estructura de las matrices de cubos (definida como el acto mental de construir una estructura o una forma de un objeto o conjunto de objetos), el cálculo de la superficie y el volumen de sólidos, y la comparación de las propiedades de figuras en 3D (NCTM, 2000).

Por otro lado, las habilidades espaciales: Visualización espacial, la orientación espacial y los factores de las relaciones espaciales, son diferenciadas e interrelacionadas con las habilidades de la geometría 3D como una forma de actividad mental que permite a los individuos crear imágenes espaciales y manipularlas en la solución de diversos problemas teóricos y prácticos. La visualización espacial se refiere a la habilidad de comprender los movimientos imaginarios en un espacio de tres dimensiones o la capacidad de manipular objetos en la imaginación. La orientación espacial se define como la capacidad de los estudiantes de

permanecer sin confusión por el cambio de orientación en la que puede estar presentada una configuración espacial. Las relaciones espaciales se definen como la capacidad de rotar mentalmente un objeto espacial como un todo de forma rápida y correctamente.

Según Pittalis & Christou (2010) el desarrollo de habilidades espaciales tiene un efecto en el mejoramiento de habilidades geométricas de 3D como el razonamiento de medida, afirman que el razonamiento en la geometría tridimensional está estrechamente relacionado con la habilidad del estudiante para calcular el área de volumen y la superficie de un sólido. Lo cual permite pensar que los estudiantes de dibujo técnico con estas habilidades deberían mejorar sus habilidades geométricas, pero esto no se da en el contexto del Instécnico, lo cual se debe al menos en parte, a la desvinculación de los currículos del dibujo técnico y la matemática escolar, que propicie el desarrollo de tareas en las cuales se conecte el uso de habilidades espaciales y geométricas asociadas a la habilidad de medición del volumen.

## Metodología y análisis de datos

Teniendo en cuenta esta clasificación de las habilidades espaciales y de geometría en 3D, se orienta el diseño didáctico de esta propuesta a identificar estas habilidades y propiciar su desarrollo a través de actividades específicas, para responder la pregunta de investigación: ¿Cómo identificar las habilidades espaciales y de geometría 3D que desarrollan los estudiantes de Dibujo Técnico relacionadas con el aprendizaje del concepto de volumen? Y ¿Cómo diseñar una propuesta didáctica para potencializar las habilidades espaciales de los estudiantes de Dibujo Técnico en el aprendizaje del concepto de volumen a través de la construcción de sólidos? Se adoptará como metodología la ingeniería didáctica que permite el diseño de situaciones didácticas (Brousseau, 1997).

## Como metodología de trabajo, se desarrolla en las siguientes fases

*Fase I:* Análisis preliminares. El objetivo de esta fase es identificar y medir las habilidades espaciales (visualización, orientación y relaciones espaciales) y de razonamiento de geometría en 3D (la representación de objetos 3D, la estructuración espacial, la conceptualización de las propiedades matemáticas y la medición) de los estudiantes mediante un test teniendo en cuenta el análisis del currículo del área de dibujo, una encuesta al grupo de docentes que imparten la materia y el diseño. En este mismo test se evaluará cualitativamente y cuantitativamente el grupo de estudiantes respecto a los conceptos de área, y volumen de superficies planas y de sólidos regulares e irregulares. Inicialmente se propone desarrollar el trabajo con estudiantes de 8° grado de secundaria (13 – 14 años).

*Fase II:* Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas. Los autores plantean diseñar un planeamiento de las actividades de clase que incluyan la manera de introducir los conceptos geométricos dentro de la construcción de modelos teniendo en cuenta justificar el aprendizaje de los conceptos como aplicaciones importantes que motiven la necesidad de su uso por parte de los estudiantes, con la intención de generar un conflicto cognitivo relacionado con la tarea del cálculo de material para un diseño determinado.

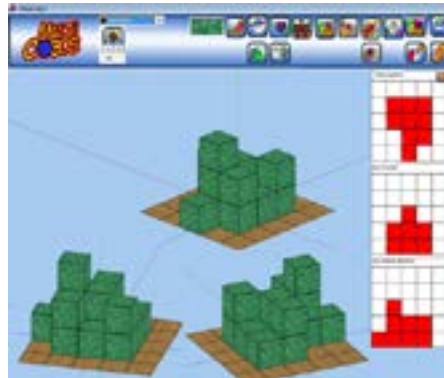
*Fase III.* Experimentación. Los autores plantean desarrollar las actividades programadas y realizar un seguimiento al trabajo de los docentes y de los estudiantes, así como al desarrollo de los conceptos geométricos definidos a través de videgrabaciones, entrevistas y la producción de los estudiantes. En esta fase el investigador asumirá el rol de docente y trabajará en las clases con el docente del área de dibujo. Se escogerá un grupo de trabajo teniendo en cuenta el que haya presentado mayores dificultades en los conceptos geométricos a tratar durante el diagnóstico.

*Fase IV.* Análisis a posteriori y evaluación. Se diseñará y aplicará un instrumento de evaluación similar al aplicado durante la primera fase para comparar los avances conceptuales y procedimentales alcanzados por los estudiantes.

## Resultados

Como resultados se espera determinar una relación explícita entre las habilidades espaciales y las habilidades de razonamiento geométrico en 3D con base a evidencia empírica. Una situación didáctica que se planea realizar es encontrar tareas de conservación de volumen de un objeto en diferentes perspectivas de rotación de un objeto formado de unidades cúbicas en un software en desarrollo llamado Multicubos desarrollado por Efraín Hoyos de la Universidad de Quindío (ver Figura 1).

Figura 1.



Fuente: Elaboración propia

Mostrar avances consistentes en la construcción de conceptos geométricos, específicamente el de volumen. Evidenciar el grado de sentido y significado del concepto de volumen, en la solución de tareas de construcción de figuras en 3D y su aplicación.

## Referencias

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers.

- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana & V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: An ICMI study*. Dordrecht: Kluwer.
- Fischbein, E. (1993). *The theory of figural concepts*. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), pp. 139–162.
- Hershkowitz, R.; Parzysz, B. & Van Dermolen, J. (1996). *Space and shape*. In Bishop & others (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*, pp. 161-204.
- Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- Pittalis, M. & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. In *Educational Studies Mathematics*. 75, pp. 191–212. Recuperado de <http://www.springerlink.com/content/79567651810h501n/>