

PROPUESTA DIDACTICA SOBRE RESOLUCION DE PROBLEMAS
DE SUMAS, RESTAS, MULTIPLICACIONES Y DIVISIONES EN LA E.G.B. (*)

Josefa Hernández Domínguez
M^{ca} Candelaria Afonso Martín
M^{ca} Mercedes Palarea Medina
Martín Manuel Socas Robayna

1. INTRODUCCION

La resolución de problemas ha sido siempre uno de los pilares básicos de la enseñanza de la Matemática. En los años 60, con la influencia de la llamada Matemática "moderna", quedó un poco relegada; pero en esta década ha vuelto a surgir con fuerza a nivel internacional, gracias al impulso del *Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de los Estados Unidos*, que en el informe "Agenda for actions. Recommendations for School Mathematics of the 1980's", propuso como objetivo prioritario la resolución de problemas, lo que fue asumido por la mayoría de los países como consigna para la enseñanza-aprendizaje de nuestra disciplina. El citado documento fue presentado en el *IV ICME* (Berkeley, 1980) y revisado en el *V ICME* (Adelaida, 1984).

Muchos profesores coinciden en que los resultados a que llegan los alumnos al resolver problemas son poco satisfactorios. Esta impresión se ha visto confirmada con el análisis que hemos hecho de diversas evaluaciones.

(*) Este trabajo fue presentado como comunicación en las VI Jornadas de la Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas "Isaac Newton" (1985).

2. ANALISIS Y COMENTARIOS DE DIVERSAS EVALUACIONES

Evaluación nº 1

Fue hecha en 1983 a alumnos del Ciclo Superior de E.G.B. (13 años) y de B.U.P. (17 años), de varios centros del extrarradio, urbanos y rurales de Canarias, con el propósito de evaluar aspectos de problemas sencillos.

Los 8 problemas propuestos fueron seleccionados de entre los que constituyeron la II Evaluación Nacional en Matemáticas, realizada en 1977-78 en U.S.A. (*)

En NUMEROS, 8, se analizan con detalle los resultados que, efectivamente, muestran el bajo nivel de respuesta en problemas elementales. Veamos algunos ejemplos:

Un hombre tiene que empaquetar 1310 raquetas en cajas. Cada caja puede contener 24 raquetas. ¿Cuántas raquetas quedarán después de completar todas las cajas posibles?

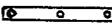
13 años : Extrarradio (56'05%); urbano (54'7%); rural (47'4%)

17 años : " (71'25%); " (67'5%); " (59'5%)

Un coche avanza 8 km en 5 min. Con la misma velocidad, ¿cuántos km puede recorrer el coche en una hora?

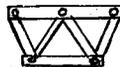
13 años : 28'25% , 27'2% y 9'1%

17 años : 75% , 81% y 66'5%

Manuel tiene un juego de construcción con 60 varas largas con tres agujeros ; 60 varas cortas con dos agujeros  y 60 tornillos. ¿Cuántas formas de este tipo puede construir?

13 años : 51'1% , 13'4% y 54'5%

17 años : 12'5% , 73'6% y 55%



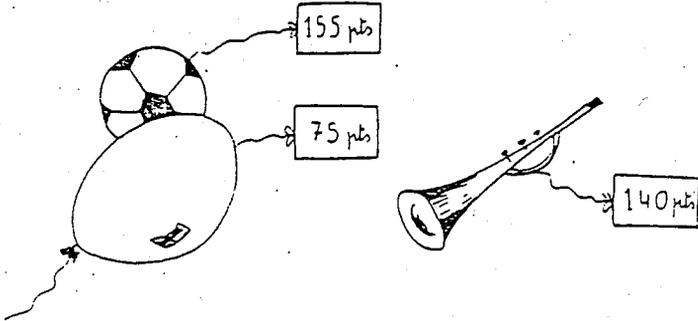
Consideramos que el tratamiento que se da a la resolución de problemas debe mejorar, y esta mejora debe iniciarse en los primeros niveles de la E.G.B.

(*) Estas evaluaciones son organizadas por la Asociación Nacional del Progreso Educativo cada cuatro años.

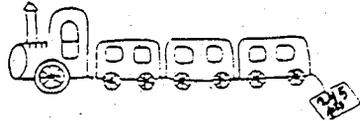
Evaluación nº 2 (Ciclo Inicial)

Analizamos 6 de los 52 items de una prueba confeccionada por el MEC y realizada en Octubre de 1983 a 8921 alumnos de colegios de toda España.

Juan ha comprado en la feria un balón, una trompeta y un globo.
¿Cuántas pesetas ha gastado?

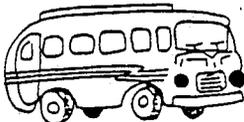


Un niño tiene 165 pesetas y quiere comprar un juguete de 245-pesetas. ¿Cuánto dinero le falta?

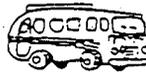


Al primero responde correctamente un 75% ; -al segundo, sólo un 39%.

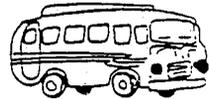
Estos tres autocares llevarán de excursión a los niños de una escuela. En la escuela hay un total de 220 niños. ¿Cuántos niños quedarán si van los tres autocares completos?



72 plazas



42 plazas



65 plazas

En este problema, en que hay que utilizar dos operaciones, baja a un 20% el número de aciertos.

Un chicle vale 8 pesetas. ¿Cuánto valdrán 24 chicles? (65%)

Cuento 18 ruedas de bicicleta. ¿Cuántas bicicletas hay?(53%)

Marta compró cinco sobres de cromos. Cada sobre tiene 3 cromos. ¿Cuántos cromos ha comprado? (43%).

Evaluación nº 3 (Ciclo Medio)

Fue hecha en Junio de 1984 a tres muestras de 228, 292 y 309 - alumnos de la Comunidad Autónoma Andaluza. Reproducimos a continuación tres de los problemas propuestos, uno por cada grupo, con indicación de los resultados obtenidos.

En un almacén hay 6 cajas con 248 naranjas cada una. Se reparten entre 12 niños. ¿Cuántas naranjas corresponden a cada uno?

El 68% lo planteó bien; acertó en el resultado el 51%.

Una maleta cuesta 1776 pesetas. ¿Cómo pagarías la factura utilizando el menor número de billetes y monedas? (Hay billetes de 1000, - de 500 y de 100 pesetas. Hay monedas de 50, 25, 5 y 1 pesetas) (33%)

Luis tiene 1214 pesetas y Carlos 400 pesetas. Juntan el dinero para comprar tres libros que cuestan 450 pesetas cada uno. El dinero sobrante se lo reparten por igual. ¿Cuánto dinero corresponde a cada uno?

Lo planteó bien el 65%, pero sólo el 55% dió el resultado correcto.

Puede observarse que el rendimiento es menor en problemas de descomposición que en los que intervienen varias operaciones.

Evaluación nº 4 (Evaluac. inicial de 6º nivel)

Se realizó en Septiembre del 84 en los colegios de la Comunidad Autónoma Canaria que están experimentando la reforma de la E.G.B. - El número de alumnos fue de 161. El número de items propuestos, 18; de ellos analizamos los cuatro siguientes:

. Observa la siguiente tabla:

<u>Galicia</u>	<u>Habs. en 1970</u>	<u>Extensión en km²</u>
La Coruña	1.004.188	7900
Lugo	415.052	9300
Orense	413.733	7300
Pontevedra	750.701	4500

Calcula:

- a) El número total de habitantes de Galicia (55%)
- b) La extensión de Galicia (50'9%)
- c) La diferencia de extensión entre Lugo y Pontevedra (37'2%)

. Un comerciante ha pagado 225.000 ptas por un coche usado, y quiere revenderlo con un beneficio de 55.000 ptas. ¿Cuál será el precio de la venta del coche? (44%)

. Redacta el enunciado de un problema que se resuelva con estas operaciones: $12 \times 3 = 36$; $100 - 36 = 64$ (27'9%)

. A María le gusta pasear en bicicleta. El sábado recorrió 12 km por la mañana. Por la tarde recorrió la mitad menos uno de los km recorridos por la mañana. ¿Cuántos km recorrió en total? (40'3%)

Esta prueba, pasada a niños que inician el Ciclo Superior de la E.G.B., es mucho más desalentadora. Vemos como, en el primer problema, cuando la operación a emplear es la suma, pero en un contexto diferente, sólo acierta la mitad aproximadamente de los alumnos, y, cuando tienen que restar, sólo da el resultado correcto un 37%. Es evidente también la dificultad para inventar problemas.

3. ASPECTOS GENERALES SOBRE EL PROCESO DE APRENDIZAJE PROPUESTO Y LA METODOLOGÍA SEGUIDA

En las consideraciones metodológicas que siguen haremos referencia a dos aspectos : De una parte, la selección, clasificación y graduación de los problemas ; de otra, la explicación de la metodología seguida para la resolución de los mismos.

La clasificación se consideró inicialmente según los tres siguientes puntos de vista:

- a) El orden de las magnitudes
- b) Los bloques de aprendizaje:
 - b₁) de relación con el medio
 - b₂) de cálculo
- c) Problemas de "sumar" o de "restar".

a) Los niños dan a veces soluciones "disparates" porque no tienen desarrollado el sentido de la magnitud de los números. Y así, se une a la dificultad del problema en sí, la que genera el empleo de números grandes. El hecho de que se acostumbren a escribir correctamente estos números en los niveles 3^o y 4^o, no implica el que deban ser utilizados in discriminadamente en los problemas. A este respecto sugerimos el siguiente orden de graduación:

1^o) Problemas sobre "100"

2^o) Problemas sobre "1000"

3^o) Problemas empleando cantidades mayores que "1000".

b₁) En cuanto a problemas de relación con el medio, diferenciamos:

1. Problemas de compra-venta, porcentajes, etc.

2. Problemas de geometría-topología (medidas de terrenos, etc.)

3. Problemas de estimación relacionados con los dos apartados anteriores; no sólo de estimación geométrica o topológica, sino también de estimación mental.

b₂) Respecto a los problemas de cálculo, distinguimos entre:

1. Problemas relativos a la naturaleza de las operaciones (automatismos)

2. Problemas donde no intervienen fórmulas (crucigramas aritméticos, dados, ejercicios de tablas, etc)

3. Problemas donde el niño es capaz de buscar una fórmula

c) Pensamos que si se orienta el aprendizaje a diferenciar, en un primer momento, que sólo existen dos modelos diferentes (problemas de "sumar" y problemas de "restar"), disminuirían las dificultades que en encuentran los alumnos en la resolución de problemas sobre las cuatro operaciones. Los primeros son aquellos en que se desconoce el "todo" y hay que determinarlo en función de las "partes", que sí son conocidas; comprenden los de sumar propiamente dichos y los de multiplicar. En los de "restar", que incluyen los de dividir, se da el "todo" y se pide algo relacionado con las "partes".

La metodología seguida en el desarrollo de nuestra propuesta surge, fundamentalmente, a partir de las dificultades que los alumnos encuentran en la resolución de problemas, que pueden clasificarse así :

1. Falta de comprensión del enunciado, porque:

- a) no poseen comprensión lectora
- b) no dominan el vocabulario utilizado
- c) no tienen interiorizadas las magnitudes empleadas
- d) las situaciones planteadas no les son familiares
- e) no diferencian los datos de lo que se les pide

2. Dificultad para elegir la estrategia a seguir (operaciones que hay que realizar).

3. Dificultad para determinar el orden en que hay que efectuar las operaciones.

4. No soler plantearse si la solución obtenida es o no acorde con la información dada en el enunciado.

Somos conscientes de que no es fácil establecer modelos normalizados para la resolución de problemas; sin embargo, nos hemos inclinado por diseñar y seguir uno basado en los cinco siguientes aspectos :

1. Los cuatro pasos que propone Polya (comprender el problema, concebir un plan, ejecutarlo y comprobar el resultado):

En lo relativo a comprensión del problema, es necesario tener en cuenta que, aparte del mayor o menor grado de lectura comprensiva que posea el niño, es importante utilizar un vocabulario y unas magnitudes adecuados. A veces utilizamos términos como "total", "más que", "alrededor", "cada", "ahora", "todavía", "tope", "algo", "lado", "otro", "mitad", ... que el alumno no entiende en el contexto de un determinado problema.

Para concebir un plan es necesario que el alumno tenga una capacidad de razonamiento adecuada, sentido común y creatividad.

En la ejecución, es básico que haya adquirido los automatismos necesarios y el uso de la notación correcta.

Por último, la comprobación del resultado va unida fundamentalmente al desarrollo del espíritu crítico.

2. Las tres etapas del aprendizaje señaladas por J. Bruner

El aprendizaje de las Matemáticas debe ser entendido como un proceso hacia la abstracción que se inicia ante situaciones concretas y que los alumnos deben ir alcanzando en forma progresiva. Según Bruner, en las siguientes etapas:

1^a) *Activa o manipulativa*, experimentando con objetos reales y mediante acciones manipulativas.

2^a) *Icónica*, etapa en que la acción manipulativa se traslada a un lenguaje gráfico.

3^a) *Simbólica*, donde la acción se expresa con signos y símbolos matemáticos.

3. El método científico

Sugerimos al respecto que en la resolución de un problema se observe, se efectúen tanteos, se saquen conclusiones y se comprueben.

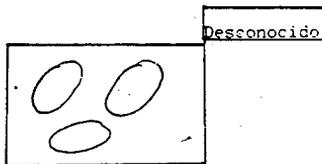
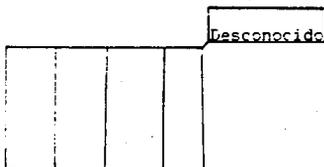
4. La relación partes-todo como base del razonamiento matemático

Esta relación constituye el fundamento del razonamiento matemático y tiene su equivalente en las acciones de agrupar y descomponer, base del sistema de numeración decimal y de las operaciones elementales. La sintetizamos en dos estrategias básicas para la resolución de los problemas que denominamos "algorítmicos":

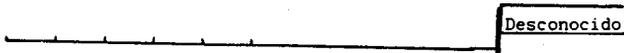
Estrategia n^o 1 (Problemas de sumar) :

Permite determinar, a partir de la representación global y de la relación partes-todo, el tipo de algoritmo a utilizar. Los principales gráficos que se sugieren son los siguientes:

Diagramas:



Recta numérica:



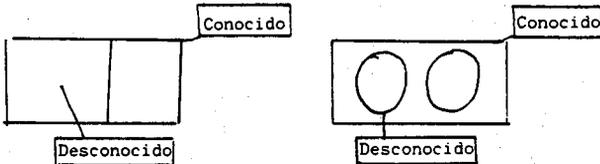
Flechas:



Estrategia n° 2 (Problemas de restar) :

Con las mismas bases de la anterior, está concebida también para facilitar la búsqueda del algoritmo a emplear. Sus esquemas gráficos son básicamente los que siguen:

Diagramas:



Recta numérica:



Flechas:



5. El lenguaje de los gráficos

Mediante este lenguaje se introduce a los niños en el mundo de las relaciones matemáticas; deben representar situaciones concretas, surgidas de la vida cotidiana, por medio de gráficos. Es muy importante ir educándolos en esta matemática de las relaciones, y no exclusivamente en la del número, ya que establecer relaciones y clasificarlas y ordenarlas, son operaciones fundamentales de la mente, que se utilizan en la vida ordinaria y en el mundo científico. Damos ejemplos de la utilización de diversos tipos de diagramas en un trabajo, continuación o complemento de éste: *Resolución de problemas interesantes y poco frecuentes.*

El método diseñado se concreta en tres tipos de fichas, que de nominamos M-1 , M-2 y M-2', y en una ficha de seguimiento, cuyos modelos - adjuntamos en los anexos. Presentamos a continuación su descripción :

FICHA M-2 (Anexo1)

Consta de los siguientes apartados:

Enunciado-historia

El niño escribirá en este apartado el enunciado del problema, procediendo luego a su lectura detenida, tratando de comprender todos y cada uno de sus términos (para lo cual es preciso utilizar un vocabulario y unas magnitudes adecuados en problemas familiares).

Gráfico-vineta

Se trata ahora de que el alumno exprese el problema (describe la situación) mediante un dibujo, pero sin solucionarlo. Pretendemos con ello reforzar la comprensión del problema y acostumbrarlo a pasar del lenguaje ordinario al gráfico-figurativo o pictórico. Entendemos éste como la primera etapa del aprendizaje, la etapa manipulativa, en términos de Bruner.

¿Qué datos te dan? ¿Qué te piden?

El obligar al alumno a contestar a estas preguntas constituye un refuerzo más en la comprensión del problema propuesto.

Calcula lo que te piden sin hacer operaciones

En este apartado el alumno representa el problema globalmente (el todo separado en sus partes), acostumbrándose así a pasar de un lenguaje gráfico-figurativo al no figurativo o ideográfico. Corresponde este segundo nivel a la etapa icónica de Bruner.

Con la representación global del problema y de la relación partes-todo, como base de razonamiento matemático, concretadas en las estrategias antes mencionadas, el alumno debe llegar a una solución del problema mediante el tanteo experimental y la utilización del lenguaje de los gráficos.

Este camino se debe seguir con magnitudes que giren en torno a 100.

Operaciones

Corresponde este apartado a la 3^a etapa que señala Bruner; el alumno ha de operar a nivel simbólico para encontrar la solución del problema. Debe inferir la operación necesaria y, en caso de varias, cuáles y en qué orden, a partir de la reflexión hecha en el apartado anterior, mediante el uso de las estrategias y de la representación global. Es importante insistir en que utilice las unidades correctas, tanto en las soluciones parciales como en el resultado final.

Escribe la historia con el resultado obtenido

Esto le hará reflexionar sobre la corrección o no de la solución obtenida y constituye un elemento importante para el desarrollo de su espíritu crítico.

Sugerimos el uso de este tipo de ficha para toda la E.G.B., -partiendo, en la mayoría de los casos, del enunciado del problema.

FICHA M-2' (Anexo2)

Se diferencia del modelo anterior en que el apartado "*Calcula lo que te piden sin hacer operaciones*" se sustituye por "*Representa globalmente el problema y explica cómo lo resolverías*". Se utiliza en los problemas con magnitudes grandes (en torno a 1000), ya que entonces el tanteo experimental y la representación ideográfica suelen tener cierta dificultad.

FICHA M-1 (Anexo3)

Este primer tipo de fichas lo utilizamos con los niños del Ciclo Inicial, que no poseen la lectura comprensiva. A partir de la viñeta, se origina un debate sobre su interpretación. Una vez todos de acuerdo, el profesor escribe en la pizarra el enunciado de forma clara y sencilla, y el niño lo transcribe en el recuadro *Historia*. También se usa esta ficha en problemas que se plantean a través de una escenificación.

Con los dos primeros apartados de las fichas M-1 y M-2 pretendemos ayudar a vencer la dificultad que tienen los niños para conectar-

el lenguaje con la acción. De esta manera, buscamos que partiendo de la -
escenificación o viñeta (acción) llegue a la historia (lenguaje) o vice
versa.

FICHA DE SEGUIMIENTO (Anexo4)

En ella los profesores van reflejando los resultados obteni -
dos por los niños en los diferentes apartados. En el modelo que adjunta
mos hemos considerado 17 aspectos a evaluar y dejamos otros a considera
ción del profesor. También incluye un recuadro de observaciones.

El código para rellenar la ficha es el siguiente : se señala -
con (+) o (-), respectivamente, el resultado correcto o incorrecto de ca -
da apartado; se deja en blanco, si el aspecto en cuestión no ha sido tra
tado, o bien el profesor no tiene criterio suficiente para decidir.

4. SUGERENCIAS SOBRE NORMAS A SEGUIR EN EL PLANTEAMIENTO DE - PROBLEMAS Y TIPOS DE ESTOS

El modelo comúnmente utilizado en nuestras aulas y reflejado -
en la mayoría de los libros de texto, en lo que a problemas se refiere, -
se basa en los siguientes principios: motivar, enseñar un modelo y auto -
matizar. Y generalmente ocurre que la motivación está alejada de la rea
lidad del niño, no se pasa a otros modelos sin que el alumno haya inte -
riorizado uno determinado y se automatiza mediante la repetición de pro
blemas equivalentes.

Proponemos este otro enfoque :

Motivar, proponiendo problemas reales y realistas sacados de la
vida cotidiana y del entorno del niño.

Trabajar indistintamente varios "modelos" mediante el plantea
miento de problemas más variados.

Llegar a la automatización del modelo por medio del razonamien
to analógico, no de la repetición.

En cuanto a las clases de problemas, sugerimos las que siguen:

.. Problemas con datos completos; unas veces en forma numérica
y otras no.

.. Problemas donde sobren o falten datos para su resolución.
.. Problemas abiertos, esto es, que tengan más de una solución o puedan resolverse de maneras diferentes.

.. Problemas en los alumnos tienen que dar el enunciado, respondiendo a una determinada pregunta o a unos datos.

.. Problemas expresados en lenguaje gráfico-figurativo, donde se da la pregunta y hay que elaborar el enunciado.

.. Problemas en lenguaje gráfico no figurativo, donde tienen que escribir el enunciado y resolverlos.

.. Problemas expresados en lenguaje simbólico, donde tienen que escribir el enunciado, dadas una o varias operaciones que los resuelven.

5. DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA

La experiencia se ha llevado a cabo en colegios de Tenerife, con 695 alumnos de los ciclos Inicial y Medio.

Los profesores propusieron dos problemas por semana, dedicando una hora a cada uno. En las primeras sesiones, se explicó a los niños los distintos apartados de la ficha y, posteriormente, se les entregó sin dar explicaciones.

Una vez resuelto el problema, se hizo una puesta en común, discutiendo los diferentes diagramas utilizados y aclarando dudas.

Los alumnos fueron archivando los problemas resueltos para que, en caso de presentárseles problemas similares, pudieran consultar el fichero y ver las analogías.

Aparte de los problemas propuestos para resolver en las fichas, los profesores proponían otros para ser resueltos en los cuadernos, sin obligar a los niños a cubrir todos y cada uno de los apartados de aquellas. Sin embargo, hemos creído interesante establecer una correlación mínima entre unos y otros problemas y, para ello, diseñamos los ordinogramas 0-1 y 0-2, que aparecen en los anexos 5 y 6.

Estos ordinogramas, aparte de contemplar los pasos fundamentales de la resolución de cualquier problema, incorporan tres estrategias sencillas:

- . Pienso el problema con cantidades más pequeñas.
- . Transformo el problema en una situación familiar concreta.
- . Busco problemas parecidos.

Sugerimos el empleo del 0-1 en el Ciclo Medio; el del 0-2, a finales del Ciclo Medio y en el Superior.

Lo descrito anteriormente puede hacer pensar en que se lleva al niño a un "encasillamiento" en el modelo y, por el contrario, lo que se pretende es que, desde el momento en que tenga su esquema lógico y propio, prescindiera de los modelos y ordinogramas y plantee la resolución del problema siguiendo su propia estrategia mental.

6. A MODO DE CONCLUSION

En la experiencia hemos apreciado que :

.. Los alumnos desarrollaron una mayor capacidad de expresión gráfica, al tener que dibujar las viñetas para reflejar la información dada por escrito. Además, esta necesidad les obliga a leer varias veces los enunciados, y los dibujos nos garantizan su comprensión.

.. A través de la relación *historia-viñeta* y de su inversa *viñeta(escenificación)-historia*, experimentaron un avance en el complejo problema de conectar el lenguaje con la acción, tanto mental como manipulativa.

.. Llegan a distinguir rápidamente entre datos y lo que se les pide averiguar.

.. Se van acostumbrando a una representación global del problema mediante el uso de las estrategias 1 y 2 y del lenguaje de los gráficos. Asimismo, deducen la operación u operaciones a realizar y el orden en que deben efectuarlas, a partir de las estrategias y la representación global. Por otro lado, algunos alumnos tienen dificultad en hallar el resultado mediante el "tanteo experimental" (sin hacer operaciones).

.. Al resolver problemas en sus cuadernos, mediante el uso de los ordinogramas, mantienen los pasos básicos de resolución, lo que nos indica que van interiorizando el esquema.

.. Son más críticos ante los resultados que obtienen.

.. Se elimina la sensación de fracaso, pues todos los alumnos son capaces de completar varios apartados de las fichas.

BIBLIOGRAFIA

- BALBUENA, L y otros - Técnicas de trabajo intelectual aplicadas a las Matemáticas - Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas "Isaac Newton"
- BALK, G.D. - Application of Heuristics Methods to the Study of Mathematics at School - Ed. Estud. in Math ,3,2 -1971
- BELL, A.W - The learning of general Mathematical Strategies - Doctoral Thesis - Shell Center for Mathematical Education - University of Nottingham
- BUTTS, T. - Problem Solving in Mathematics - Glenview, III :-Scott, Foresman & Co., 1973
- BURTON, L. - The teaching of Mathematics to young children using a Problem Solving Approach - Ed. Estud. in Math ,11.1
- CUADRAS, C.M. - Métodos de análisis multivariante - Universitaria - Barcelona, 1981
- GALVIN, W.P. y BELL, A.W - Aspects of difficulties in solution of problems involving the formation of equations - Shell Center for Mathematical Education - University of Nottingham
- GARDNER, M. - The scientific american book of mathematical puzzles and diversions - New York, 1959
- GREENES, C.E. , WILCUTT, R.E. y SPIKELL, M.A. - Problem solving in the Mathematics laboratory - Boston: Prindle. Weber & Schmidt ,1972
- HATFIELD, L.L. y BRADBARD, D.A. - Mathematical Problem Solving : Papers from a Research Workshop - Columbus. Ohio: ERIC/SMEAC, 1972
- HENDERSON, K.B. y PINGRY, R.E. - La solución de problemas en la matemática The learning of mathematics: Its theory and practice - Anuario del N.C.T.M.- Washington, 1953.
- HUDGINS, B.B. - Cómo enseñar a resolver problemas en el aula -Paidós, 1966
- KERLINGER, F.N. - Investigación del comportamiento - Interamericana, 1975
- KILPATRICK, J. - Stop of Bandwagon, I want of, Arithmetic Teacher. N.C.T.M Trillas, 1970.
- KRULIK, S. - Problem Solving in School Mathematics - 1980 Yearbook. Reston, VA: N.C.T.M. 1980
- KRULIK, S. - Problems, Problem Solving and Strategy Games - Math, Teacher, 70, 8 -1977
- KRULIK, S. y RUDNICK, J.A. - Problem Solving Handbook for Teachers - Boston: Allyn & Bacon , 1980

- LAKATOS, I. - El método de análisis y síntesis, en Matemáticas, Ciencia y -
Epistemología - Madrid - Alianza Editorial, 1981
- LESTER, F.K. - "Research on Mathematical Problem Solving" in Shunway .R.J.
ed. "Research in Mathematics Education" . Reston. VA. NCTM, 19080
- N.C.T.M. - Sugerencias para resolver problemas - México- Trillas, 1970
- NESHER, P. , GREENO, J.G y RILEY, M.S. - The development of semantic cate-
gories for Addition and Substraction - Ed. Stud. in Math., 13,4 -1982
- POLYA, G. - Cómo plantear y resolver problemas - México - Trillas, 1965
La découverte des Mathematiques - 2 vols - Prís - Dunod, 1967
Matemáticas y razonamiento plausible - Madrid - Tecnos, 1966
- POLYA, G. y KILPATRICK, J - The Standford Mathematics problem Book - New -
York - Teachers College Press, 1974
- SCHOENFELL, A.H. - Measures of Problem Solving Performance and of Problem

ENUNCIADO-HISTORIA	
GRÁFICO-VIÑETA	
¿QUE DATOS TE DAN?	¿QUE TE PIDEN?
CALCULA LO QUE TE PIDEN SIN HACER OPERACIONES	
	RESULTADO
OPERACIONES	
	RESULTADO
¿SON IGUALES LOS RESULTADOS?	
ESCRIBE LA HISTORIA CON EL RESULTADO OBTENIDO	

ENUNCIADO-HISTORIA

GRÁFICO-VIÑETA

¿QUE DATOS TE DAN?

¿QUE TE PIDEN?

REPRESENTA GLOBALMENTE EL PROBLEMA Y EXPLICA COMO LO RESOLVERÍAS

OPERACIONES

RESULTADO

ESCRIBE LA HISTORIA CON EL RESULTADO OBTENIDO

VINETA	
HISTORIA	
¿QUÉ DATOS TE DAN?	¿QUÉ TE PIDEN?
CALCULA LO QUE TE PIDEN SIN HACER OPERACIONES	
	RESULTADO
OPERACIONES	
	RESULTADO
¿SON IGUALES LOS RESULTADOS?	
ESCRIBE LA HISTORIA CON EL RESULTADO OBTENIDO	

