NUMEROS.14 - 1986

" ARITHMOS "

(Juego didáctico para comprender la aritmética en Z)

Alberto Petri Etxeberria
C.Pco. "Mª Ana Sanz"
Iruña

JUSTIFICACION DEL JUEGO

Todo juego didáctico es bien recibido en la medida en que nos aproxima a esa aspiración del "aprender jugando"; en este sentido se justifica por sí mismo. Sin embargo, en el diseño del presente material se han tenido más en cuenta consideraciones relativas a la búsqueda de vías más fáciles de comprensión y al consiguiente buen rendimiento, que otras de tipo lúdico, sin que por deba soslayarse este último aspecto.

En la enseñanza de los números enteros, el empleo didáctico de una multiplicidad de situaciones tomadas de la vida real, permite que el niño acepte sin dificultad la necesidad de la ampliación del campo numérico. Con el desarrollo social y técnico, una mayor complejidad en actividades tales como el contar, ordenar y medir, impone la profundización conceptual que da lugar a la necesidad de introducir Z, y, en la medida en que con él disponemos de una herramienta con la que podemos describir situaciones reales, se tiene la garantía de su aceptación como una exigencia natural.

Pese a todo, la comprensión y adquisición de los mecanismos operatorios plantea grandes dificultades a los alumnos y el superarlas parece que exige recorrer el camino genético. Surgen dificultades en el -

lenguaje, por cuanto los "signos" representan estados, variaciones y operaciones. Se dan también en la comprensión de ciertos resultados, como, por ejemplo, en (-2) - (-8), que amenazan con tambalear el propio y natural significado de las operaciones, como lo prueba la circunstancia de que, si bien ningún niño de 7º nivel ierra al determinar si un problema con números naturales se resuelve sumando o restando, sí que dudan en el caso de enteros. Y, por último, dificultades debidas a que ningún "modelo" de los utilizados para "justificar" la operatividad y la famosa "regla de los signos" permite contemplar todos los supuestos de una forma cómoda o natural, sin provocar en el niño sensaciones de artificiosidad o distorsión de la realidad.

Con los modelos y justificaciones pretendemos crear en la mente del alumno unas representaciones intelectualmente significativas de la aritmética de Z. Habida cuenta que el niño de 7º se está iniciando en el pensamiento abstracto, debe mostrársele en todo momento las vinculaciones entre las elaboraciones abstractas y las situaciones concretas. En la medida en que las primeras sean decriptivas de las últimas, se dará la comprensión clara y permanente de los nuevos conceptos. Además, a esta edad, en que se está todavía incómodo con las nuevas formas de pensamiento abstracto, se precisa de un soporte figurativo que confiera significado a los distintos supuestos aritméticos.

Cuando un modelo crea realmente este soporte sencillo e intuitivo, la aritmética de los enteros deviene en algo evidente, lográndose el automatismo "por pura lógica intuitiva", no porque haya que "sumar o restar valores absolutos y poner el signo..."

En este contexto de alcanzar la evidencia de la aritmética en Z mediante la posesión intelectual de representaciones significativas sustentadas en la intuición, se inscribe el diseño del material que presentamos. Basado en un modelo de tipo físico, y mediante una serie de manipulaciones, permite contemplar los diversos supuestos operatorios de un modo totalmente intuitivo. Su aplicación se extiende a los polinomios aritméticos o "churros", suma, resta y multiplicación.

La posesión por parte del chico de una imagen gráfica intelectualmente sencilla y descriptiva de la operación a realizar, asegura un aprendizaje eficaz y un automatismo comprensivo y exento de errores. Es to se logra, además, con una gran economía de tiempo: un máximo de dos semanas.

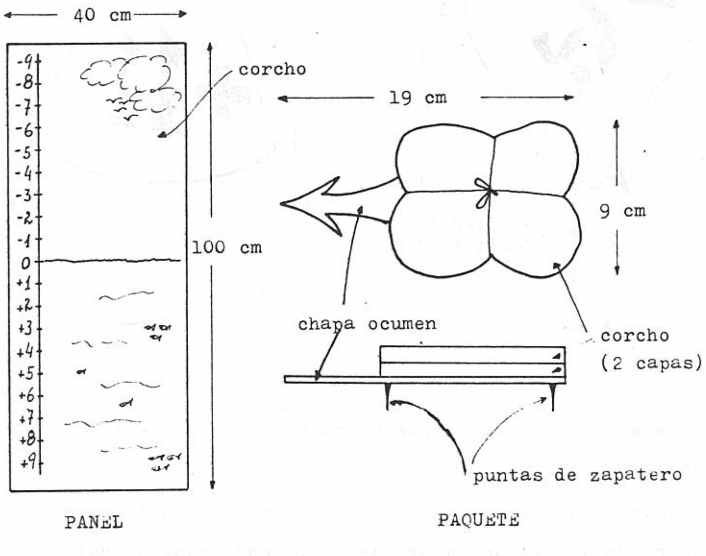
DESCRIPCION

Este material está patentado, pero mientras alguna versión más cómoda se comercialice, nos conformaremos con describir una forma "casera" del mismo.

Consta de un panel de corcho de, orientativamente, 100 x 40 cm, montado sobre chapa ocumen. En él viene representada una sección vertical "marina", donde la línea central corresponde a la superficie libre del agua.

En el margen izquierdo, se da una ordenación de los números enteros, figurando los negativos en la zona superior (atmosférica), mientras que los positivos representan profundidades marinas.

También sobre chapa ocumen, se construye una pieza que representa un paquete y va provista de unos clavos (mejor "puntas de zapatero") que permiten fijarla sobre el panel.

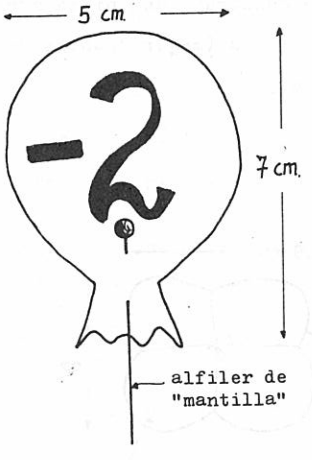


PANEL PAQUETE

Las figuras que siguen reproducen las piezas "globo" y "pesa". Se construyen de cartulina blanca y se colocan en el paquete mediante alfileres : las pesas, suspendidas de la parte inferior del paquete; los globos, clavados en la parte superior del mismo.

El paquete o pieza móvil puede ser desplazado en el panel verticalmente, dependiendo el sentido del desplazamiento de la manipulación ejercida sobre él al adosarle "globos", "pesas" o ambos, sobre los que se representan valores determinados : negativos, para los globos; positivos, para las pesas.

Es suficiente disponer de 30 piezas "globo" y 30 piezas "pesa" Conviene tener 4 ó 5 piezas de igual valor numérico; sobre todo para el producto. Obviamente, la mayor frecuencia de piezas iguales corresponderá a los valores absolutos pequeños.



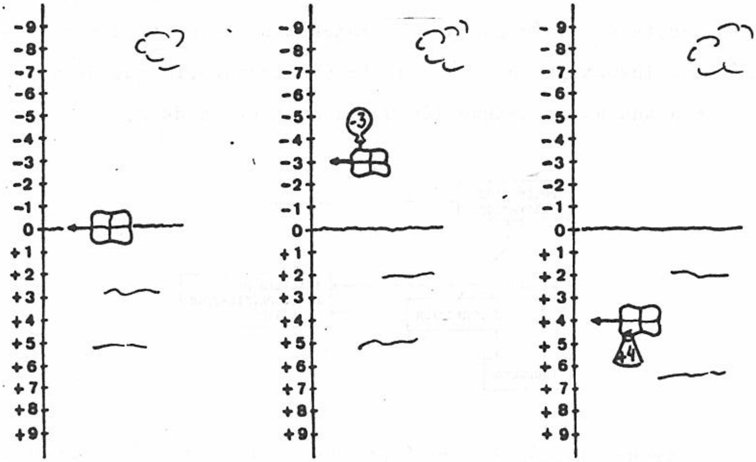
PIEZA GLOBO

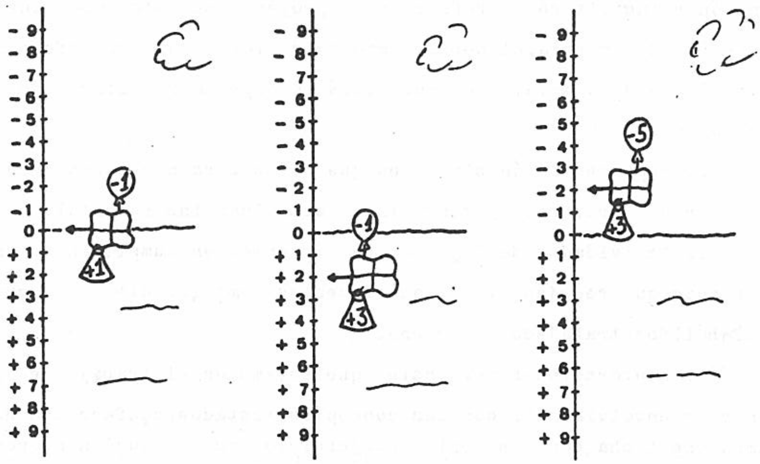
PIEZA PESA

Para empezar a jugar, se establece el siguiente convenio con los alumnos:

Unos duendecillos NEGATIVOS elevan el paquete, a partir del lugar en que se encuentre, un número de "niveles" igual al valor absoluto-del número entero que lleven grabado.

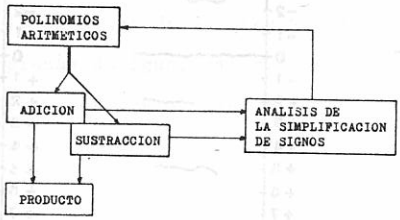
Dentro de las pesas, los duendecillos POSITIVOS hunden o hacen descender el paquete, a partir del lugar donde esté, un número de niveles igual al valor absoluto del número incorporado.





PLANTEAMIENTO DIDACTICO

Con nuestro trabajo nos proponemos que el alumno llegue, intuitivamente, a la comprensión y resultados de la operatoria básica con enteros. La base de este proceso nos la proporcionará la actividad manipulativa con el material descrito, que le permitirá desarrollar una experiencia concreta en el ámbito de los conceptos que pretendemos interiorice, así como investigar para descubrir propiedades, lo que de alguna forma representa una autoconstrucción de la aritmética de Z.



La secuenciación metodológica de los aspectos indicados en el esquema debe consistir en :

.. Actividad manipulativa, mediante la cual se pretende que el alumno "descubra" el resultado buscado. El empleo del material llamará su atención y facilitará su reflexión al proyectarse ésta sobre una realidad sensitiva concreta. El descubrimiento de los resultados, efectuado mediante lógica deductiva, le evindenciará el aspecto significativo de la aritmética en Z.

.. Representación simbólica, que se muestra necesaria para traducir, de forma clara, breve y sencilla la actividad instrumental.

.. Actividades de fijación, consistentes en cumplimentar una serie de fichas que recojan tanto los conceptos como los elementos gráficos y simbólicos trabajados en grupo.

.. Elaboraciones personales que estimulen el trabajo de integración y desenvolvimiento con los conceptos tratados, confeccionando cada alumno una ficha con una serie de ejercicios cuya solución propondrá a un compañero.

POLINOMIOS ARITMETICOS

A fin de que el niño llegue a identificar el signo "negativo" -de los globos- con desplazamientos hacia arriba, y el signo "positivo"- de las pesas-con desplazamientos hacia abajo, proponemos las siguientes actividades de familiarización :

.. Tenemos el paquete flotando y le colocamos un globo de magnitud -3 (tres duendécillos negativos en su interior) . ¿Qué hará el paquete? ¿ Subirá, bajará o se quedará donde está?

(Debe insistirse en que las respuestas sean completas, es decir, en que señalen el nivel haciendo uso, tanto del signo, como del valor absoluto que representa cada nivel).

.. Estando ahora el paquete en el nivel -3, le colocamos otro globo de magnitud -2 . ¿Qué ocurrirá? ¿Subirá, bajará o se quedará donde está? ¿Hasta dónde subirá?

.. Partiendo del nivel -5, le ponemos una pesa de magnitud +4. ¿En qué nivel se situará?

Después de una serie de ejercicios como los descritos, les haremos notar que la acción combinada de varias piezas *puede ser sustituida* por la acción de *una sola pieza* (globo o pesa).

En este momento, propondremos un modo de representar simbólicamente las acciones ejercidas sobre el paquete al colocarle piezas. Así, por ejemplo, si le hemos colocado un globo de -3 y luego uno de -2, podemos convenir en representar esto abreviadamente como -3-2. Y, puesto que esta acción combinada equivale a la de un sólo globo de -5, cabe escribir :

$$-3-2=-5$$

Obsérvese que todavía no hemos hablado para nada de *sumar* en términos explícitos. Proponemos una representación en forma de polinomio aritmético porque el propio polinomio aritmético es una suma *implícita* de enteros. A una acción manipulativa que supone ímplicitamente la acción de sumar, hacemos corresponder una representación en lenguaje simbólico aritmético que conlleva implícitamente el concepto de suma, es decir, el polinomio aritmético.

En la segunda media hora de esta primera sesión procederemos-así : mientras un alumno va colocando piezas, en número no superior a 3, sobre el paquete, otro va desplazandp éste de acuerdo con los valores y, un tercero, va escribiendo en la pizarra la representación aritmética de las piezas colocadas, para luego calcular el valor de la pieza única equivalente. Cada vez que concluya uno de estos ejercicios, se desprenden las piezas y se lleva el paquete al nivel cero.

Como complemento para fijar conceptos, se entregan las fichas A-1 , A-2 y A-3 para que sean cumplimentadas en casa.

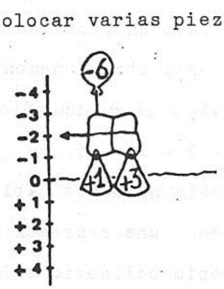
A la clase siguiente, ampliaremos la acción manipulativa y simbólica a un mayor número de piezas y pediremos la realización de las fichas A-4 , A-5 y A-6.

ADICION Y SUSTRACCION

Realizada la "preparación estructural" anterior, abordaremos la operatoria. En una misma sesión introduciremos la suma y la resta y, puesto que los chicos ya poseen una significación clara de estas operaciones, nuestro trabajo consistirá sólo en insistir.

Preguntados los alumnos por el significado de "sumar", responderán que "añadir". Y añadir será lo que vamos a entender por sumar números enteros.

Comenzamos por colocar varias piezas en el paquete:



Observamos que el paquete se encuentra en el nivel -2, esto es, el conjunto de piezas produce el mismo efecto que un globo de magnitud -2. Puesto que "añadir" es sinónimo de sumar, el hecho de que al paquete situado en -2 le añadamos, por ejemplo, la pesa +5, puede representarse sim bólicamente así

$$(-2) + (+5)$$

(Debe hacerse notar el diferente significado de los signos +)

¿Qué hará el paquete : quedarse quieto, subir, bajar, hasta qué nivel? La respuesta nos da la expresión simbólica

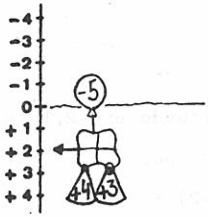
$$(-2) + (+5) = +3$$

¿Y si añadimos ahora el globo -7? Análogamente, llegamos a

$$(+3) + (-7) = -4$$

Para introducir la sustracción, preguntamos por el significado de esta operación y aprovechamos la respuesta, "quitar", para las actividades a realizar.

Disponemos una serie de piezas sobre el paquete. Por ejemplo, estas



La manipulación consistente en "quitar" al paquete situado en el nivel +2, el globo -5 que tiene, da lugar a la representación

$$(+2) - (-5)$$

y, después de insistir en que los dos signos - tienen aquí significados distintos, y hacer las preguntas relativas al desplazamiento del paquete, escribimos

$$(+2) - (-5) = +7$$

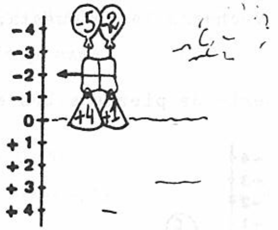
El proceso debe repetirse tantas veces como sea necesario. Es de destacar que obtener el efecto derivado de añadir (sumar) o quitar (restar) uno u otro tipo de piezas (números enteros), resulta muy sencillo para los chicos. De momento, no debe preocuparnos la rapidez de cálculo; nuestro interés se debe centrar en que opere "pensando", lo cual le dará seguridad y confianza.

Para el trabajo individual, las fichas B-1 , B-2 , B-3 y B-4.

SIMPLIFICACION DE SIGNOS

La realización de la ficha B-4 exige a los chicos un considerable esfuerzo de concentración. Las cosas estaban claras, pero este cálculo, deliberadamente propuesto, llega al límite de lo penoso. Tras ponderar estas circunstancias ante ellos, introducimos la simplificación de la escritura como método para agilizar el cálculo.

Utilizando una disposición como la de la figura, reflexionamos sobre los efectos de sumar o restar piezas, lo que, a estas alturas viene a ser como llover sobre mojado.



Si a este paquete, situado en -2, le añadimos una pesa, por ejemplo, la +3, lo que representamos por

$$(-2) + (+3) \ ,$$

el paquete <u>se hunde</u> 3 niveles. En otras palabras, sumar una pesa equivale a un hundimiento. Podemos, por tanto, simplificar la escritura y, en consecuencia, nuestro modo de pensar, haciendo

$$(-2) + (+3) = -2+3$$

Si nuestra manipulación consiste en añadir un globo, por ejemplo, el de magnitud -3, el resultado es que que el paquete <u>se eleva</u> 3 niveles. Esto es, sumar un globo equivale a una elevación. De aquí, la siguiente simplificación en la escritura:

$$(-2) + (-3) = -2-3$$

Y, si le quitamos una pesa, la +4, por ejemplo, el paquete <u>sube</u> y llegamos a

$$(-2) - (+4) = -2-4$$

Por último, si quitamos un globo, el -2, pongamos por caso, el paquete <u>se hunde</u> y, entonces, la representación es

$$(-2) - (-2) = -2+2$$

En resumen, cuando tengamos que sumar o restar enteros, y para hacer más ágil y cómodo el cálculo, podemos reemplazar dos signos seguidos, el que indica la operación y el indicativo del carácter de la magnitud, de acuerdo con la siguiente tabla:

$$+\ (+\ ) \longrightarrow +$$

$$-\ (-\ ) \longrightarrow +$$

$$+\ (-\ ) \longrightarrow -$$

$$-\ (+\ ) \longrightarrow -$$

La ejercitación al respecto corresponde a la ficha C-1.

MULTIPLICACION

Prosiguiendo en la línea de que los alumnos reflexionen en base a los conceptos que ya tienen interiorizados, comenzamos por recapacitar sobre el significado de la multiplicación, que para ellos equivale a una suma repetida (reiterada). Tras una breve reflexión, se concluye que los elementos de la multiplicación, los factores, no son homógeneos, en el sentido de la suma y la resta.

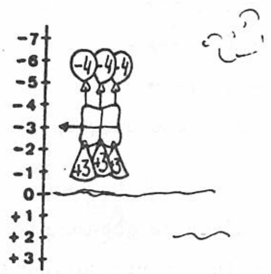
Ejemplo: Si adquirimos 8 manzanas a 12 ptas/manz., el importe de esta compra, obtenido mediante el producto 12 x 8, representa la suma de 12 repetido 8 veces. Aunque 12 representa pesetas y 8 representa manzanas, "magnitudes" de índole bien diferente, la lógica del proceso operativo hace que el número de manzanas represente el papel de factor de la repetición en el cálculo del importe.

Como en cualesquiera otros ejemplos siempre es posible la consideración de que uno de los factores haga el papel de indicativo de una cierta repetición, concluimos que, en nuestro juego, la multiplicación nos permitirá determinar el efecto de una acción reiterada.

Por ello, un factor indicará la pieza sobre la que se actúa: globo (nº negativo) o pesa (nº positivo); el otro será un indicador del número de veces que se repite una determinada acción. Así, si la acción consiste en añadir (sumar) la pieza que representa el primer factor, se indica esto acompañando del signo + el número de veces de la repetición. Por el contrario,si se trata de quitar(restar)dicha pieza,al número indicativo de las veces que la quitamos se le asigna el -.

Es decir,el producto de un entero cualquiera por otro positivo,se asocia con una suma reiterada(de globo o de pesa,según indique el primer entero) ; el producto por un negativo,se identifica con una resta reiterada. De acuerdo con esto ,realizamos la traslación del paquete.

Ejemplo:



Si quitamos al paquete dos globos de magnitud -4,esta acción reiterada la representamos por

$$(-4).(-2)$$

Y,si quitamos dos globos, ¿qué hará el paquete?

*Bajar.

¿Cuántos niveles?

*Ocho.

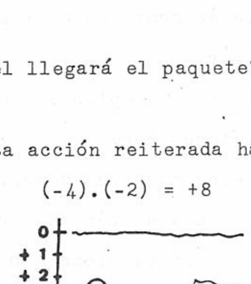
O sea,la variación es de ....

* (+8)

Y,¿a qué nivel llegará el paquete?

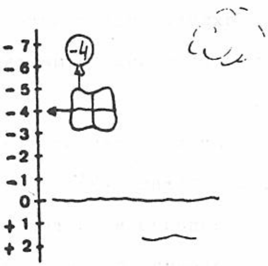
* Al (+5)

Puesto que esta acción reiterada ha producido un descenso de 8 niveles,concluimos que $(-4).(-2) = +8$



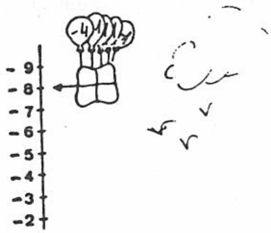
Si ahora le quitamos las tres pesas,el paquete se elevará nue - ve niveles (-9),es decir,

$$(+3).(-3) = -9$$



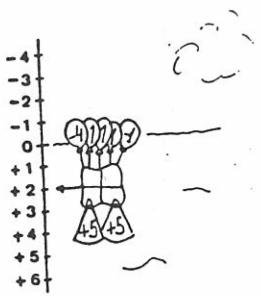
Si añadimos cuatro globos de -1,el paquete subirá cuatro nive- les (-4) y,por lo tanto,

$$(-1).(+4) = -4$$



Por último,si añadimos a continuación dos pesas de +5,el efec- to será un descenso de diez niveles (+10),esto es,

$$(+5).(+2) = +10$$



Durante la primera sesión de contacto con la multiplicación,y mientras los alumnos no hayan realizado las fichas de trabajo individual D-1 , D-2 y D-3, no debe introducirse la "regla de los signos". Los chicos deben hacer el esfuerzo de pensar las distintas acciones y sus resultados, lo que les dará una experiencia concreta de cálculo intuitivo. Así, verán en aquella regla más bien una forma rápida y ágil de multiplicar, que una "justificación".

También conviene comprobar previamente, de modo experimental, la conmutatividad del producto (ficha D-2)

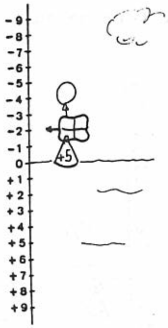
El análisis que nos conduce a la regla de signos se apoya en las representaciones mentales creadas por el juego :

" Si añadimos(+) pesas(+), el resultado es un hundimiento(+).
Si añadimos(+) globos(-), el resultado es una elevación(-).
Si quitamos(-) pesas(+), el resultado es una elevación(-).
Si quitamos(-) globos(-), el resultado es un hundimiento(+)"

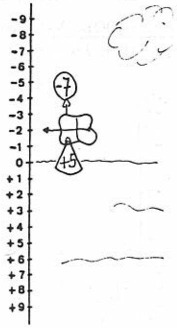
Ficha A-1 // ALUMNO:..

ACTIVIDAD: Escribe en cada pieza "vacía" la magnitud que le corresponde.

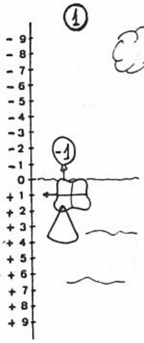
Ejemplo:



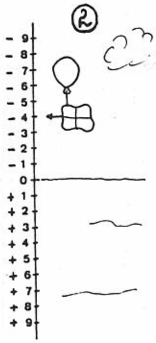
Solución:



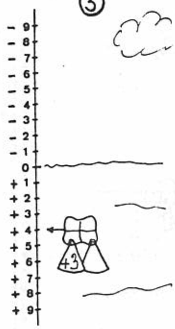
1



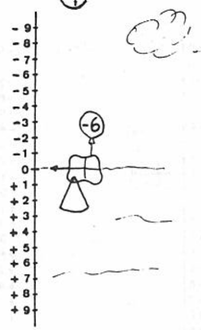
2



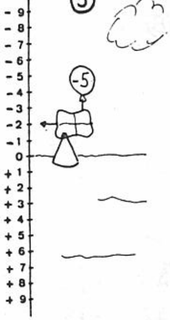
3



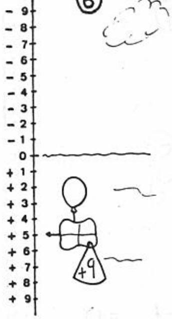
4



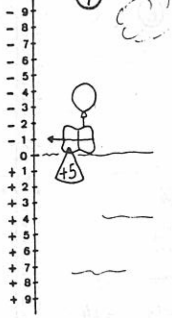
5



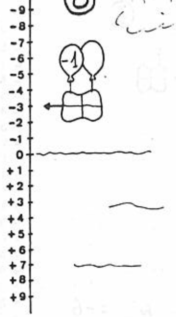
6



7



8

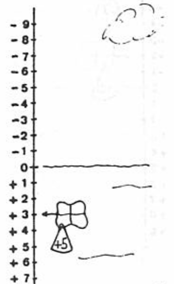


Ficha A-2 // ALUMNO:...

ACTIVIDAD GRAFICA: Dibuja en cada caso una pieza sobre el paquete, indicando su magnitud, a fin de que éste pueda hallarse en el nivel en que ha sido situado.

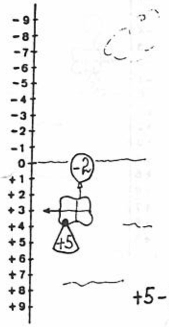
ACTIVIDAD SIMBOLICA: Completa en cada caso el término que falta en el polinomio aritmético.

Ejemplo:



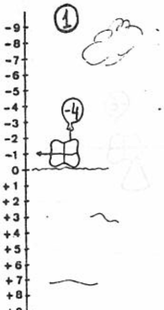
+5 ... = +3

Solución:



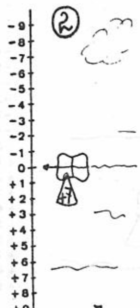
+5-2 = +3

①



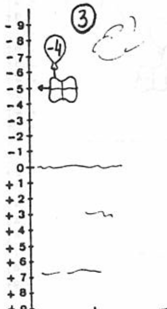
-4 ... = -1

②



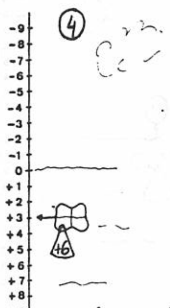
+7 ... = 0

③



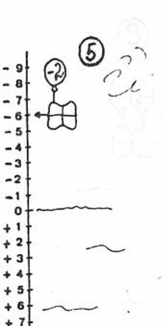
-4 ... = -5

④



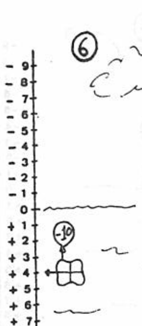
+6 ... = +3

⑤



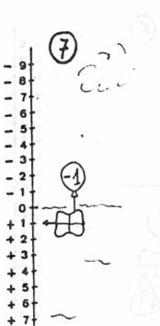
-2 ... = -6

⑥



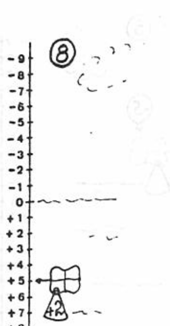
-10 ... = +4

⑦



-1 ... = +1

⑧



+2 ... = +5

Ficha A-3 // ALUMNO:.......................................

ACTIVIDAD SIMBOLICA: Calcula en los siguientes casos el valor o magnitud de la pieza resultante de la acción combinada de las dos piezas cuya representación simbólica se indica a continuación.

Ejemplo: +2-6 = Solución: +2-6 = -4

1) -3+6 =	14) -12-10 =	27) +4-4 =
2) -5+3 =	15) -5+12 =	28) -6+6 =
3) +9-5 =	16) +13+8 =	29) -5+5 =
4) -2-2 =	17) -20+12 =	30) +2-2 =
5) +7-4 =	18) +35-15 =	31) -1+1 =
6) -3+1 =	19) -40-25 =	32) -8-7 =
7) +5+4 =	20) +4-14 =	33) -7-8 =
8) -1+6 =	21) -9+13 =	34) +3-9 =
9) -8+7 =	22) +16-15 =	35) -9+3 =
10) -5-6 =	23) -47+47 =	36) +1+4 =
11) +4+9 =	24) -31+29 =	37) +4+1 =
12) +5-1 =	25) +47-38 =	38) -3+7 =
13) -7-3 =	26) -31-26 =	39) +7-3 =

De los resultados 27),28),29),30) y 31), ¿sacas alguna conclusión?

De los resultados 32) y 33), 34) y 35), 36) y 37), 38) y 39), ¿sacas alguna conclusión?

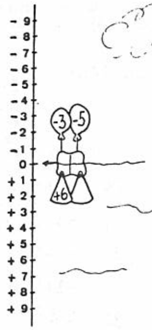
Cuando las piezas, globos o pesas, son iguales ¿qué haces para calcular la pieza resultante?

Y cuando las piezas son distintas, ¿ cómo calculas la resultante?

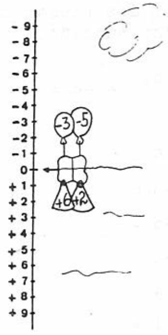
Ficha A-4 // ALUMNO:..

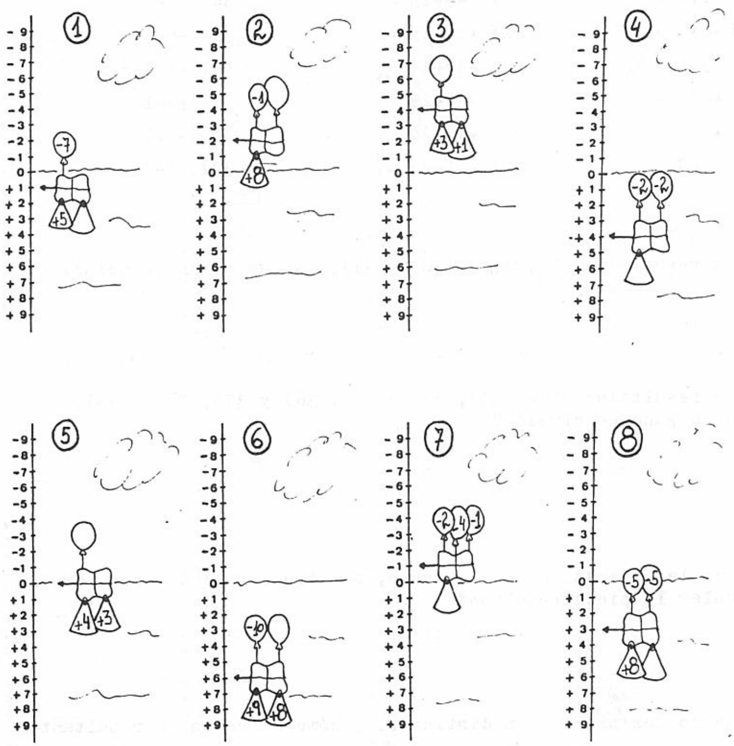
ACTIVIDAD: Escribe en cada pieza "vacía" la magnitud que le corresponde.

Ejemplo:



Solución:



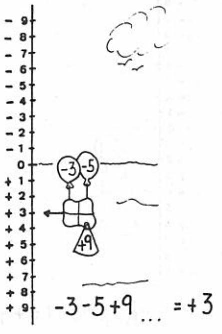


Ficha A-5 // ALUMNO:..

ACTIVIDAD GRAFICA: Dibuja en cada caso una pieza sobre el paquete, indicando su magnitud, a fin de que el paquete pueda hallarse en el nivel en que ha sido representado.

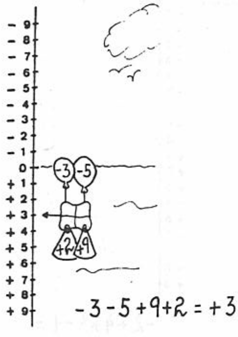
ACTIVIDAD SIMBOLICA: Completa en cada caso el término que falta en el polinomio aritmético.

Ejemplo:

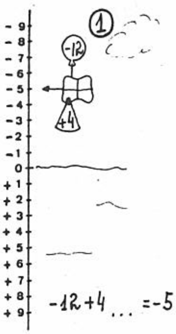


$-3-5+9\ldots=+3$

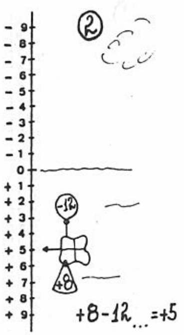
Solución:



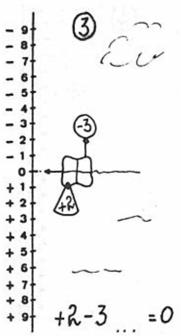
$-3-5+9+2=+3$



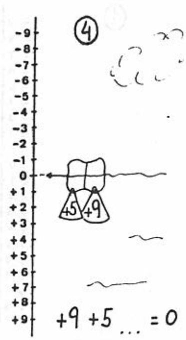
$-12+4\ldots=-5$



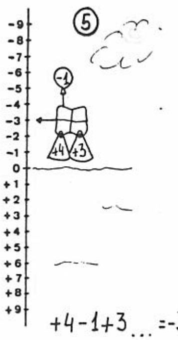
$+8-12\ldots=+5$



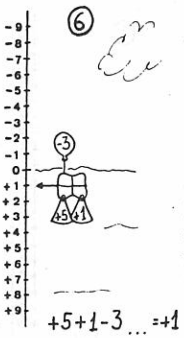
$+2-3\ldots=0$



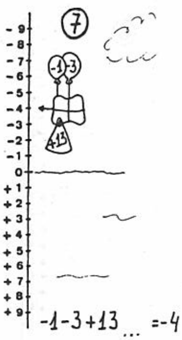
$+9+5\ldots=0$



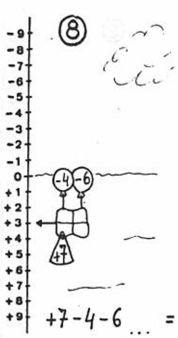
$+4-1+3\ldots=-3$



$+5+1-3\ldots=+1$



$-1-3+13\ldots=-4$



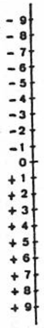
$+7-4-6\ldots=+3$

Ficha A-6 // ALUMNO:...

ACTIVIDAD SIMBOLICA: Calcula la resultante de la acción combinada de las piezas expresadas en forma simbólica.

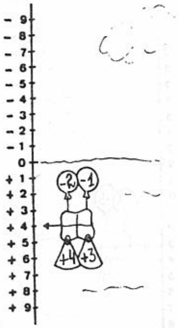
ACTIVIDAD GRAFICA: Dibuja el paquete cargado con las piezas expresadas en el polinomio aritmético y sitúalo en el nivel que deba estar.

Ejemplo:



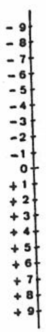
$-2+4+3-1=$

Solución:



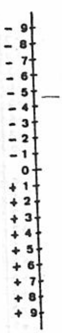
$-2+4+3-1=+4$

①



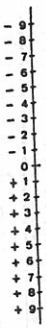
$+1-5+6-3=$

②



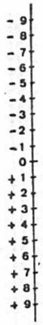
$-6+3+7-1=$

③



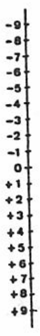
$-4-4+2+3=$

④



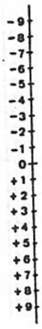
$+8-2-1-4=$

⑤



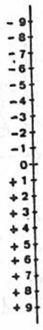
$-10-5+6+7=$

⑥



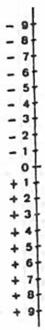
$+11-3-5+1=$

⑦



$+3+3-2-4=$

⑧

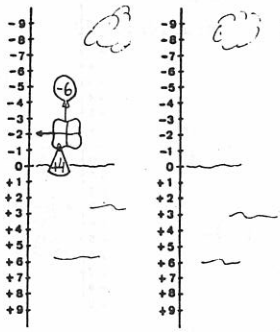


$-7+1-2+3=$

Ficha B-1 // ALUMNO:...

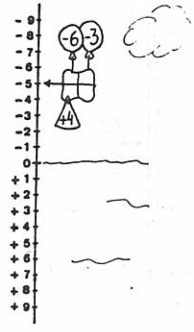
ACTIVIDAD: Dibuja en cada caso el paquete con la pieza añadida o sumada en el nivel al cual se desplaza. Calcula el resultado de la suma.

Ejemplo:



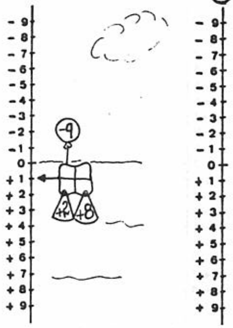
$(-2)+(-3)=$

Solución:



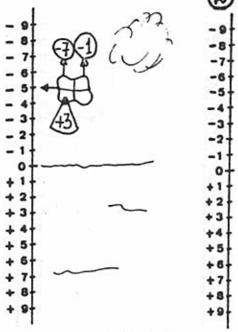
$(-2)+(-3)=-5$

1



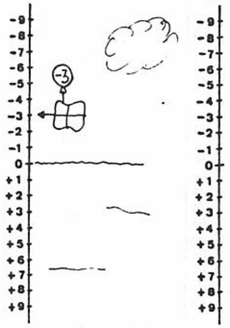
$(+1)+(-5)=$

2



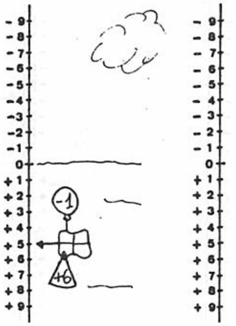
$(-5)+(+3)=$

3



$(-3)+(-3)=$

4

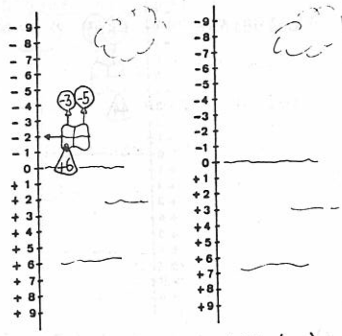


$(+5)+(+1)=$

Ficha B-2 // ALUMNO:.................................

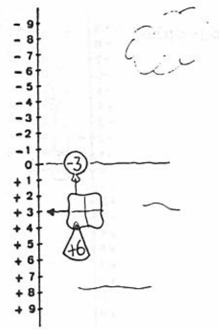
ACTIVIDAD: Dibuja en cada caso el paquete sin la pieza que le quitamos en el nivel al cual se desplaza. Escribe simbólicamente el resultado de la resta.

Ejemplo:



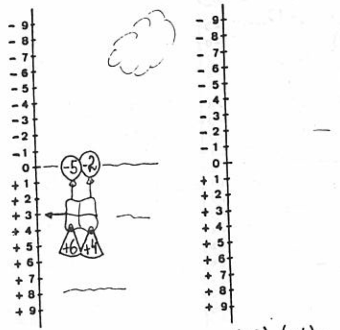
$(-2)-(-5)=$

Solución:



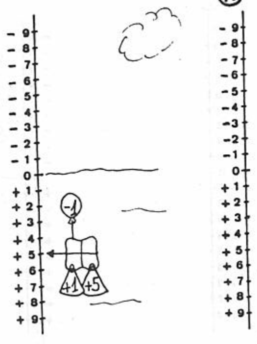
$(-2)-(-5)=+3$

①



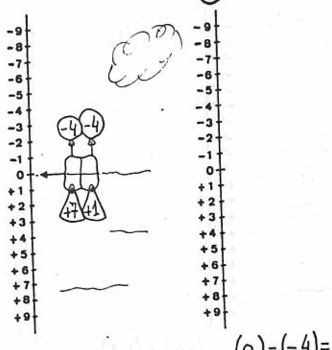
$(+3)-(+4)=$

②



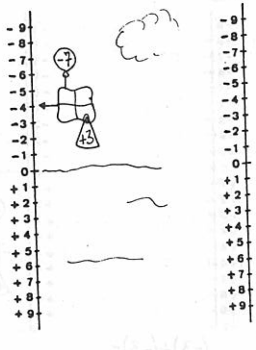
$(+5)-(+5)=$

③



$(0)-(-4)=$

④

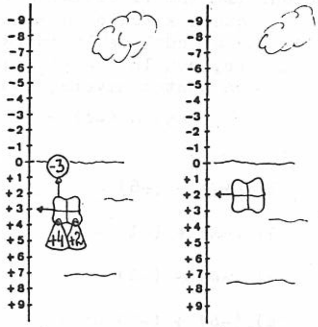


$(-4)-(+3)=$

Ficha B-3 // ALUMNO:...

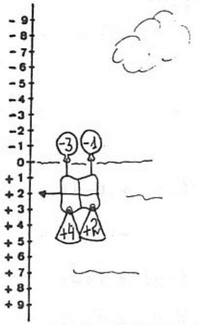
ACTIVIDAD: Añadiendo o quitando UNA SOLA PIEZA lograrás que el paquete se desplace al lugar indicado. Dibuja sobre el paquete las piezas que deba llevar e indica simbólicamente lo que has hecho.

Ejemplo:



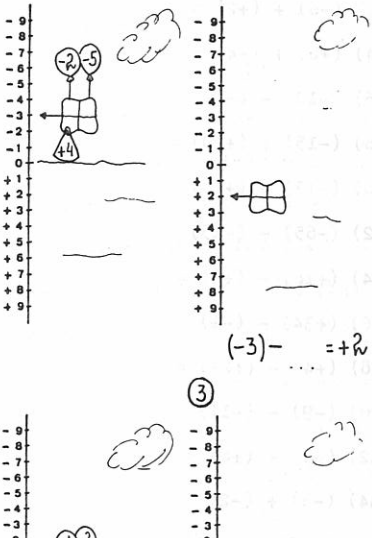
(+3)+ ... = +2

Solución:



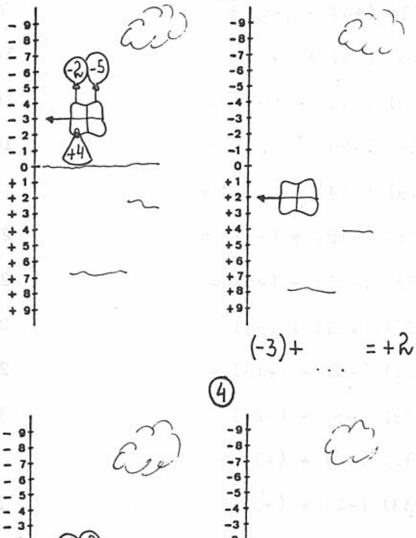
(+3)+(-1) = +2

①



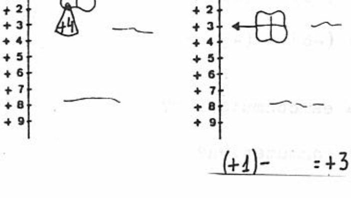
(-3)- ... = +2

②



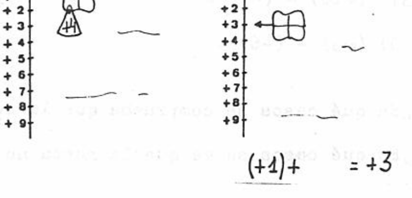
(-3)+ ... = +2

③



(+1)- ... = +3

④



(+1)+ ... = +3

Ficha B-4 // ALUMNO:..

ACTIVIDAD: Calcula el resultado de la serie de manipulaciones efectuadas en cada caso y de las cuales sólo se te da la representación simbólica.

Ejemplo:

(+5) - (-4) =

Solución: Imagina la situación: un paquete situado en el nivel +5 y al cual se le quita un globo, con lo que el paquete baja tantos niveles como ...

(+5) - (-4) = +9

1) (-5) + (-3) =

2) (+7) - (+6) =

3) (+9) - (-9) =

4) (-1) + (-1) =

5) (-3) + (+8) =

6) (+4) - (-1) =

7) (+2) + (-7) =

8) (-6) + (-7) =

9) (-5) - (-9) =

10) (-3) - (+8) =

11) (+4) - (-6) =

12) (-6) + (+2) =

13) (+2) + (+4) =

14) (+8) + (-4) =

15) (-12) - (+23) =

16) (-10) - (-20) =

17) (+25) - (+13) =

18) (-15) + (+20) =

19) (+14) - (+80) =

20) (+13) + (+16) =

21) (-16) + (-17) =

22) (-65) - (-15) =

23) (-11) - (+5) =

24) (+16) - (+8) =

25) (+17) + (-7) =

26) (+34) - (-1) =

27) (-6) - (+13) =

28) (+4) - (+21) =

29) (+3) + (-24) =

30) (-9) - (-11) =

31) (+6) + (+7) =

32) (+7) + (+6) =

33) (-2) + (-5) =

34) (-5) + (-2) =

35) (+12) + (-45) =

36) (-45) + (+12) =

37) (+10) - (-5) =

38) (-5) - (+10) =

39) (-3) - (-6) =

40) (-6) - (-3) =

¿En qué casos se comprueba que la suma es conmutativa?

¿En qué casos se ve que la resta no es conmutativa?

Ficha C-1 // ALUMNO:...

ACTIVIDAD: Calcula las siguientes operaciones simplificando antes los signos.

Ejemplo:

$(-5) + (+8) - (+1) =$

Solución:

$= -5+8-1 = +2$

1) $(+3) + (-6) =$

2) $(-9) + (+2) =$

3) $(-7) + (-7) =$

4) $(+3) + (+4) =$

5) $(+6) - (-2) =$

6) $(-7) - (+5) =$

7) $(-4) + (+8) =$

8) $(-1) - (-1) =$

9) $(+2) - (-3) =$

10) $(-9) + (-5) =$

11) $(-6) + (-4) =$

12) $(-7) - (-2) =$

13) $(\ 0) - (+1) =$

14) $(+8) + (\ 0) =$

15) $(+12) - (-5) =$

16) $(-23) + (+6) =$

17) $(+1) - (+5) + (+3) =$

18) $(-9) + (-3) + (-2) =$

19) $(+4) - (+7) - (+8) =$

20) $(-1) + (+1) - (+1) =$

21) $(-3) - (+5) + (-6) =$

22) $(+5) - (+15) - (-20) =$

23) $(-12) + (-5) - (-1) + (-4) =$

24) $(+3) + (-11) - (+5) - (-24) =$

25) $(-2) + (+3) - (-5) + (+1) =$

26) $(+4) - (+9) + (-17) - (-1) =$

27) $(-3) + (+2) - (-6) + (-6) =$

28) $(+5) - (-11) + (+50) =$

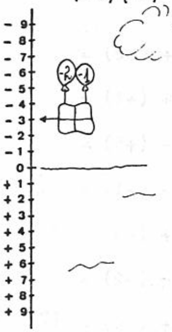
29) $(-8) - (-8) =$

30) $(-1) + (-2) =$

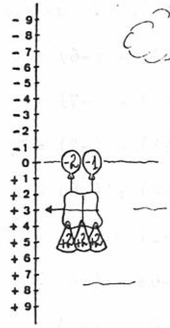
Ficha D-1 // ALUMNO:.......................................

ACTIVIDAD: Si ejercemos sobre el paquete la manipulación representada simbólicamente encima del dibujo, en forma de producto, deberás dibujar el paquete de acuerdo con la nueva situación creada.

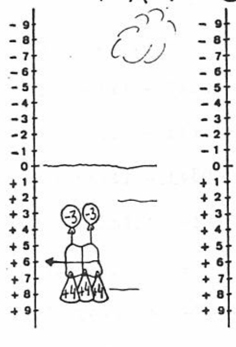
Ejemplo: $(+2)\cdot(+3)$



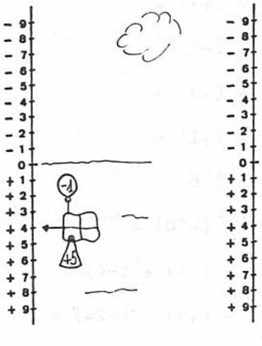
Solución:



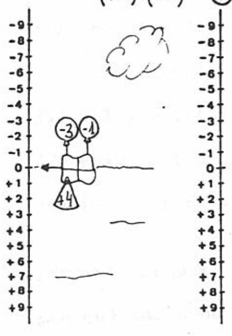
$(+4)\cdot(-3)$ ①



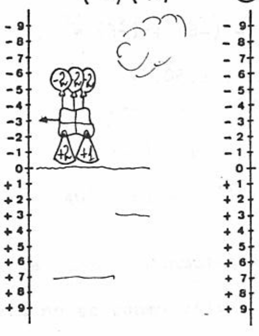
$(-5)\cdot(+2)$ ②



$(+6)\cdot(+1)$ ③



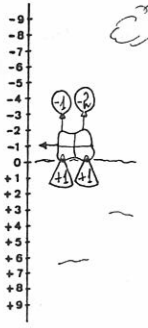
$(-2)\cdot(-2)$ ④



Ficha D-2 // ALUMNO:..

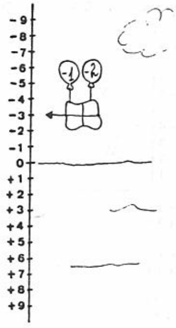
ACTIVIDAD: En cada caso, sobre el paquete ejercemos la manipulación representada simbólicamente en forma de producto. Calcúlalo y dibuja el paquete sobre el panel de acuerdo a la manipulación ejercida. ¿Observas alguna particularidad?

Ejemplo:



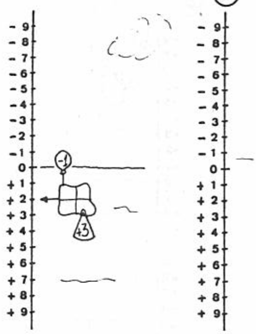
$(+1)(-2)= \dots$

Solución:



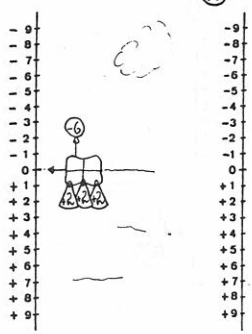
$(+1)\cdot(-2)=-2$

(1)



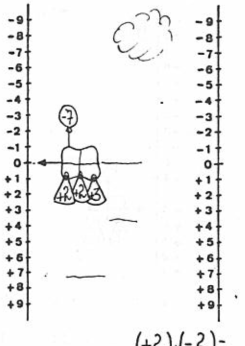
$(-3)\cdot(+2)= \dots$

(2)



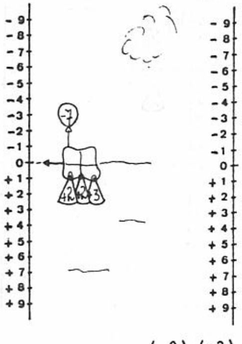
$(+2)\cdot(-3)= \dots$

(3)



$(+2)\cdot(-2)= \dots$

(4)

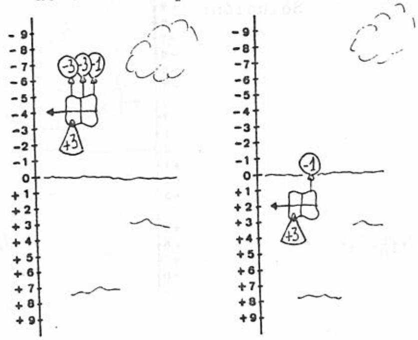


$(-2)\cdot(+2)= \dots$

Ficha D-3 // ALUMNO:..

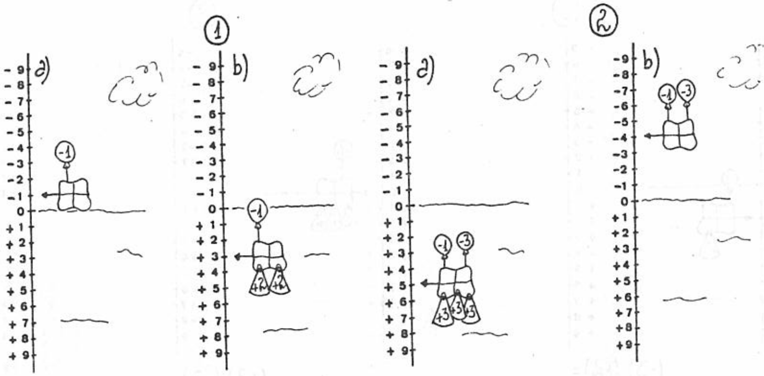
<u>ACTIVIDAD</u>.- Observa el dibujo a) y luego el dibujo b): verás que en unos casos hemos añadido y en otros quitado varias veces la misma pieza. Representa simbólicamente en forma de producto la manipulación ejercida, así como el importe de esta manipulación.

Ejemplo:



Solución:

$(-3)\cdot(-2)=+6$



....