

TENDENCIAS ACTUALES EN LA ENSEANZA DE LA
MATEMÁTICA A NIVEL INTERNACIONAL (V III)

Claude Gaulin

Universidad Laval (Canadá)

LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA COMO DISCIPLINA CIENTÍFICA NA-
CIENTE (*)

Antes de abordar el tema objeto de esta conferencia, quizás sea oportuno exponer brevemente cómo llegué a trabajar en el campo de la Di-
dáctica de la Matemática.

Yo obtuve en mi país el grado equivalente al doctorado espa-
ñol en Matemáticas y, durante varios años, dicté clases de Cálculo dife-
rencial e integral, Álgebra lineal, etc., en la Facultad de Matemáticas de
mi Universidad.

Desde hace veinte años no trabajo en la Facultad de Matemáti-
cas, sino en la de Educación; dedico todo mi tiempo a la educación mate-
mática.

Cuando decidí hacerlo, me encontré con una dificultad que aún-
hoy se da : la falta del número de especialistas suficiente en Didácti-
ca de la Matemática.

Tuve suerte, ya que pude trabajar con una persona muy conocida

(*) Conferencia dada a los alumnos de 5º curso de Matemáticas de la Uni-
versidad de La Laguna, en Marzo del 86. Con ella terminamos de informar-
sobre tres de las últimas intervenciones del profesor Gaulin en Tenerife

en todo el mundo, que decidió establecerse en Canadá, el profesor húngaro DIENES. Como ayudante suyo durante varios años, participando en los trabajos de diversas sociedades de profesores de Matemáticas, intentando escribir textos, colaborando en comisiones de programas, etc., he ido progresivamente aprendiendo.

Me han pedido que de una idea de qué tipo de investigación se está haciendo actualmente en Didáctica de la Matemática. Parece que en España hay una preocupación cada vez mayor por desarrollar esta disciplina. La semana pasada estuve en contacto con los profesores del Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias, de reciente creación, de la Universidad Autónoma de Barcelona. La mayoría de ellos tienen una formación básica en Matemáticas y están preparando tesis en Didáctica, con la ayuda, en ocasiones, de colegas extranjeros. Su deseo es dedicarse a trabajar e investigar en este campo. Tengo la impresión de que esta preocupación, común a muchos países, será tenida en cuenta en los futuros planes de estudio de España.

Haré unas observaciones que ayudarán a entender lo que sigue; evitarán ambigüedades.

En España existe el doctorado, pero no lo que en América se llama *Master degree*. Esto causa problemas a la hora de convalidar títulos académicos. Explicaré cómo está estructurada la enseñanza universitaria en mi país, en lo que a Matemáticas se refiere.

Todos los profesores salen de la Universidad; incluso los que van a enseñar en Preescolar. Un futuro profesor de alumnos desde 5 ó 6 años hasta 12, estudia durante 3 años, preparándose para enseñar, y obtiene al final la Licenciatura en Educación.

Los que pretenden enseñar en secundaria, a partir de los 12 años, también cursan 3 años en la Universidad, pero estando los dos primeros dedicados a una especialidad; Matemáticas en este caso. El tercero está principalmente consagrado a conseguir una preparación específica para enseñar. Reciben cursos de Didáctica, Psicopedagogía, Legislación escolar, etc. Para acceder a la Licenciatura deben asistir durante seis

semanas a escuelas para observar y practicar.

El grado inmediatamente superior a la Licenciatura es el *Master Degree*, que no tiene carácter obligatorio. Se obtiene con 2 ó 3 años más de estudios, que conducen a la elaboración de una tesis. Puede ser un Master en Matemática o en Didáctica de la Matemática.

Finalmente, la elaboración de una tesis sobre un tema importante, tratado de manera original, lleva al *Philosophy Doctor (PHD)* que, como se ve, no equivale al Doctorado español. También puede obtenerse en Matemáticas o en su Didáctica. Acceder al Master es previo a la obtención del PHD.

Antes de dar algunos ejemplos de investigación en Didáctica de la Matemática, me parece conveniente hacer algunas observaciones sobre esta materia.

Dar una definición de ella es difícil; depende del punto de vista. Se trata, claro, de la enseñanza y el aprendizaje de la ciencia matemática, de la educación matemática. Hasta hace algunos años se la identificaba con la Metodología. Era esta una visión muy limitada.

La D. de la M. es algo más que la consideración de los "métodos" para enseñar tal o tal cuestión. Incluye toda la problemática de la enseñanza-aprendizaje de la Matemática en todos los niveles e, incluso, de la Matemática que se hace fuera de las aulas.

Para trabajar en D. de la M., además de poseer los conocimientos correspondientes a, como mínimo, una Licenciatura, es necesario utilizar conocimientos de disciplinas diversas: Psicopedagogía, Tecnología educativa, algo sobre la historia y la epistemología de la Matemática (en especial, sobre la génesis de algunos conocimientos matemáticos). A veces, son de gran utilidad nociones claras sobre determinados aspectos lingüísticos, sociológicos o de Lógica. Todo ello permite hacer un trabajo serio y estudiar de manera más precisa todo lo que ocurre en el aprendizaje. Y, por supuesto, el empleo de un tipo u otro de conocimientos o la integración de varios, depende del tema de estudio en cuestión.

En este momento, no puede decirse que la D. de la M. sea una

disciplina adulta. Es más bien un campo multidisciplinar de investigación y, en sentido estricto, no cabe afirmar que tenga ya fijados sus objetivos y métodos de trabajo. En otras palabras, no es aún una disciplina autónoma, aunque existe un movimiento en todo el mundo que pretende que llegue a serlo en los próximos diez o quince años. En el V ICME (Australia, 1984) se dedicó una conferencia a este tema. En Alemania, en 1983, se trató ampliamente en un congreso de una semana de duración.

Todo ello pone de manifiesto el propósito de hacer de esta disciplina algo cada vez más serio, más científico, con métodos comparables a los de investigación en Física, Medicina o Matemática, con su mismo grado de rigor.

Por los ejemplos de investigación que daré a continuación, puede verse que actualmente existe una gran preocupación no sólo por los métodos de enseñanza de la Matemática y por los contenidos de sus programas, sino también por lo que pasa en la cabeza de los alumnos antes, durante y después del aprendizaje y, además, por la influencia de todo ello en la preparación de futuros currículos y la puesta en práctica de métodos nuevos de enseñanza.

Un ejemplo de investigación de tipo clásico, semejante a la que se hace en ciencias experimentales, es la que realizamos mi colega *Roberta Mura* y yo para averiguar cuál es el efecto del uso de la calculadora en la escuela, si afecta o no a la habilidad para calcular. (Ver NUMEROS. 15, págs. 12, ..., 17). Se han hecho muchos trabajos similares para averiguar si un determinado método es eficaz o no, comparándolo con otro. Es de destacar el uso que se hace en ellos de la Estadística.

Un trabajo más en la línea de las tendencias actuales es el que realizó uno de mis alumnos de *Master*. El tema surgió al observar la mala intuición que suele tenerse para resolver sencillos problemas de Estadística y Probabilidad, pese a haber hecho estudios de estas disciplinas. (Hay un trabajo muy importante al respecto, llevado a cabo por dos psicólogos de Israel, que hicieron investigaciones durante diez años en su país, Inglaterra y Estados Unidos). Mi alumno propuso 10 proble -

mas sencillos, cuya solución sólo requería cierto grado de intuición, a un grupo de 886 personas, alumnos de los últimos niveles de secundaria y futuros profesores, todos los cuales habían recibido cursos de Estadística y Probabilidad. El análisis de los resultados puso de manifiesto la pobreza intuitiva, respecto al azar y los fenómenos aleatorios, de la mayoría de ellos, confirmando así, en su país, lo que se había detectado ya en otros. En el intento de averiguar la razón de esto, hizo entrevistas de una hora de duración a unos 65 de ellos, pidiéndoles que explicaran por qué habían dado sus respuestas. Por último, completó su tesis formulando algunas hipótesis sobre las consecuencias de todo esto para la enseñanza de la Estadística y el Cálculo de Probabilidades en todos los niveles.

En una investigación como la reseñada, lo que se estudia no son métodos de enseñanza, sino los procesos mentales de los estudiantes de Matemáticas, así como sus concepciones durante el aprendizaje y con anterioridad y posterioridad a él. Es una línea de trabajo muy seguida actualmente en varios países, entre ellos Francia y Canadá. Es un tipo de investigación en parte psicológica y en parte didáctica.

En esta misma línea de trabajo está el estudio llevado a cabo por otro de mis alumnos, en el 84, con una muestra de alumnos del último curso de secundaria y futuros profesores en el último año de su carrera. Trató de averiguar la capacidad de visualización en el espacio y, para ello, preparó una serie de veinte o más pruebas, siguiendo las pautas de la literatura existente en Psicología y Didáctica de la Geometría. En su afán de averiguar la razón de la gran cantidad de respuestas revelantes de la poca habilidad para visualizar en tres dimensiones, realizó posteriormente una serie de entrevistas no dirigidas, esto es, que no sugirieran las respuestas, sino sólo tendentes a recabar más información. Utilizó en su preparación los trabajos más recientes de Australia.

Parece evidente que, si pese a haber pasado años estudiando Geometría, los estudiantes no consiguieron desarrollar la capacidad de visualización tridimensional, mucho tiene que ver en esto la forma en que-

se les ha enseñado. Hay que considerar la Geometría como una disciplina que también desarrolla la capacidad de visualizar, no presentarla sólo - como una secuencia de teoremas.

El trabajo al que me voy a referir ahora, que es otra de las - tesis que estoy dirigiendo en estos momentos, puede dar una idea de la - complejidad de los métodos de investigación en Didáctica de la Matemática. En él utilizamos procedimientos propuestos recientemente por investigadores americanos, franceses y ginebrinos.

Cuando una persona está intentando resolver un problema matemático, reflexiona sobre el mismo, intenta un método, lo abandona si no funciona, busca otro camino, y, así, hasta encontrar la solución. Después, verifica si todo cuadra. Es clásica esta manera de proceder.

Es esto un ejemplo de lo que en Psicología se denomina proceso metacognitivo o metacognición. Es reflexionar sobre lo hecho, colocarse a un nivel superior para tomar decisiones.

Estamos investigando este proceso con alumnos de secundaria, - de 16 a 18 años, de Marruecos. Mi estudiante preparó problemas, asegurándose previamente de que funcionaban bien, eran fáciles de comprender, etc. Cada problema fue propuesto a dos alumnos para que lo trabajaran juntos. Se les pidió que durante todo el proceso de resolución hablaran en voz alta para que todo pudiera ser grabado. El experimentador sólo intervino para estimular el trabajo, sin sugerir nada.

El trabajo posterior consiste en estudiar las transcripciones y las observaciones no verbales hechas por el experimentador. Para ello, hay técnicas especiales, ideadas por Schoenfeld y otros investigadores - que están estudiando la metacognición, hace dos o tres años.

El tratar de averiguar en qué momentos del proceso de resolución de problemas se dan comportamientos y decisiones de tipo metacognitivo, es un trabajo difícil y requiere una metodología muy refinada, que no abunda en el campo de investigación de las Ciencias exactas.

Otros ejemplos de investigaciones actuales:

Una colega, estudiante, está trabajando sobre las concepciones-

que tienen los alumnos y los futuros profesores sobre la noción de con-tinuidad de un función. Parece que cada uno es capaz de repetir la defi-nición, pero lo que pasa en su cabeza es otra cosa. Se trata de estudiar sus concepciones intuitivas de lo que es continuidad.

En cuanto a la noción de límite, hay una tesis donde se han re-gocado cinco tipos de concepción intuitiva; unas veces correcta y otras no.

El campo de investigación de una colega está relacionado con el tema de la mujer y la educación matemática. Es un estudio científico sobre el hecho de que en mi país hay poca participación femenina en la Matemática; hay pocas mujeres matemáticas y, en las escuelas, las chicas abandonan esta disciplina antes que los chicos. Es un ejemplo de la in-terrelación entre la Sociología y la Didáctica.

Un caso donde en un estudio didáctico-matemático intervienen aspectos lingüísticos, es el de una tesis de un estudiante de Marruecos que estoy dirigiendo en la actualidad. Se estudian en ella las dificul-tades de aprendizaje de las Matemáticas de alumnos de 12 a 14 años, deri-vadas del hecho de que recientemente se haya decidido que toda la ense-ñanza se imparta en árabe, en lugar de en francés. Complica el problema el que existe el árabe clásico (poco conocido, pero que es el empleado en la escuela) y el dialecto de la vida cotidiana, que tiene interferencias de tres lenguas. Esta coexistencia de francés, árabe clásico, dialecto y lenguaje matemático, genera dificultades adicionales en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, para cuyo estudio nos hemos de auxiliar de la Lógica y la Lingüística.

Y, para terminar, voy a hacer algunas observaciones que me pa-recen de interés :

Cuando se decide hacer una investigación didáctica, lo más im-portante en principio no es el método a seguir, sino la identificación de un problema, una cuestión, que merezca la pena investigar. Entonces, hay que tratar de clarificar el problema, precisarlo, limitarlo un poco para que sea posible estudiarlo en poco tiempo. Luego viene el elegir el mé-

todo más adecuado : comparar los resultados de un grupo experimental - con otro de control; realizar entrevistas ; analizar a través de la historia de qué manera se ha desarrollado un determinado concepto matemático y, a partir de ahí, obtener ideas sobre los obstáculos epistemológicos que se puedan encontrar en su aprendizaje, etc.

Cada método de trabajo tiene sus ventajas y sus limitaciones. Hoy día, es cada vez más aceptado el emplear una variedad de métodos, el combinar dos o tres de ellos.

Si se pretende hacer un trabajo serio, ha de tenerse muy en cuenta que, al igual que los investigadores de ciencias experimentales, se debe ser capaz de explicar por qué y cómo fueron obtenidas las conclusiones; posibilitar el que otras personas puedan averiguar si los resultados son o no válidos o hasta qué punto lo son. En este sentido, hay una tendencia creciente a hacer una investigación más seria, mejor controlada, no basada sólo en opiniones o intuiciones.

Por otro lado, mientras se está enseñando no se dispone generalmente de mucho tiempo para investigar, y no se puede esperar 5 ó 10 años para conocer los resultados de las experiencias de otros. Por esto es muy importante que el profesor vaya realizando experiencias, elaborando material, inventando tipos de ejercicios y problemas distintos a los de los libros de texto, averiguando si determinado método o material es mejor que otro,...

Hay mucho por hacer en Didáctica de la Matemática. El objetivo final es mejorar la educación matemática a todos los niveles, para que la Matemática sea lo más útil posible. El fracaso escolar en esta disciplina me parece una razón más que suficiente para hacer investigación en su didáctica.

Mi sugerencia al respecto es que, después de algunos años ejerciendo la enseñanza, intenten ustedes contribuir con trabajos al desarrollo de este campo de investigación. Y, por ahora, que tomen contacto con grupos de profesores interesados en él, de los que la Sociedad "Isaac Newton" es un buen ejemplo.

Soc. CANARIA DE PROFS. DE MATHS. "ISAAC NEWTON"