

Artículo recibido el 21 de diciembre de 2013. Aceptado para publicación el 1 de marzo de 2014

Hacia una noción situada de lengua para la educación matemática

Toward a situated notion of language in mathematics education

Núria Planas¹

Resumen

En este artículo me propongo, por un lado, revisar críticamente la noción de lengua mediante el análisis de prácticas en aulas de matemáticas y, por otro, contribuir a la tarea de conceptualizar dicha noción desde una perspectiva social y pedagógica. Para abordar ambos propósitos, me centro en el caso del aula de matemáticas bilingüe, por ser donde vengo desarrollando mi labor científica más reciente. Sostengo que el uso de una noción demasiado general y teóricamente débil de lengua en educación matemática obstaculiza la comprensión del papel mediador de las lenguas de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas. Elaboro este supuesto con datos de mi contexto para argumentar la posibilidad de una fundamentación que, a las metáforas imperantes de la lengua como derecho y como problema, añada la metáfora de la lengua como recurso. La triple caracterización de la lengua como derecho, problema y recurso asume en última instancia que la función básica de las lenguas de los estudiantes en el aula es contribuir a la creación colectiva de oportunidades de aprendizaje.

Palabras clave: Aprendizaje matemático; Estudiantes; Lengua(s); Multilingüismo; Prácticas de aula.

Abstract

My intention in this article is, first, to critically review the notion of language through the analysis of practices in the mathematics classroom and, second, to contribute to the task of conceptualizing this notion from a social and pedagogical perspective. To do so, I address the case of the bilingual mathematics classroom because this is where I have been developing my most recent research activity. I claim that the use of a too general and theoretically weak notion of language in mathematics education hinders the understanding of the mediating role of the students' languages in the learning of mathematics. I elaborate on this claim with data from my context to argue the possibility of a notion which, to the prevailing metaphors of language as a right and as a problem, adds the metaphor of language as a resource. The triple foundation of language as right, problem and resource ultimately assumes that the basic function of the students' languages in the classroom is to contribute to the joint creation of learning opportunities.

Key words: Mathematics learning; Students; Language(s); Multilingualism; Classroom practices.

¹ Profesora Titular del Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona, España, Extraordinary Professor, Department of Mathematics Education, College of Education, University of South Africa, Pretoria, South Africa. Email: Nuria.Planas@uab.cat

PROPÓSITOS Y CONTEXTO DE INVESTIGACIÓN

Este artículo relata resultados empíricos y contribuciones teóricas surgidas de mis trabajos sobre diversidad lingüística y aprendizaje matemático desarrollados con datos en aulas de secundaria de Cataluña, que he empezado recientemente a contrastar con la observación directa de escenarios multilingües en Sudáfrica. A pesar de que es habitual y hasta cierto punto razonable dejar la noción de lengua en manos de los lingüistas y filólogos, defiendo la necesidad de revisar esta noción según el sistema de prácticas donde se la pretenda utilizar, que en el caso de mi investigación es el sistema de prácticas del aula bilingüe orientadas a la enseñanza y al aprendizaje de las matemáticas. Cuando la noción de lengua se sitúa en el ámbito de la educación matemática, pasa a vincularse e identificarse con otras nociones tan fundamentales como las de aprendizaje y progreso. Así no solo indicamos aspectos relacionados con las formas específicas de comunicación y habla mediante un vocabulario y una gramática, sino que más concretamente indicamos potencialidades y oportunidades de enseñanza y aprendizaje asociadas a las representaciones y usos de las lenguas de los distintos participantes en el sistema de prácticas. De este modo, la noción de lengua se considera desde la perspectiva de su papel pedagógico en el desarrollo de objetivos de aprendizaje, por delante de su papel social y pedagógicamente débil en la descripción de la realidad y su diversidad.

Esta noción general y débil de lengua se manifiesta en situaciones educativas donde las lenguas de los estudiantes se plantean y usan en el terreno de lo implícito, vinculadas a derechos humanos básicos y sin mención explícita del potencial pedagógico. Son situaciones en las que se dice de la lengua (del alumno) que aporta riqueza pero no se apela a su función en la generación y el aprovechamiento de oportunidades de aprendizaje, con lo cual se difumina la idea de la lengua como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Incluso puede llegar a sostenerse y “demostrarse” que la diversidad de lenguas obstruye el desarrollo efectivo de las situaciones de enseñanza y aprendizaje. Para ello se muestran algunos episodios en los cuales se ve razonable atribuir dificultades de aprendizaje matemático a la coexistencia de lenguas. Al respecto y en aras de una demostración empírica más fiable, defiendo una triple caracterización de lengua como derecho, problema y recurso. Es una caracterización compleja y amplia; incluye el análisis

de los documentos oficiales de la política educativa y lingüística, que en Cataluña apuntan a la lengua (del alumno) como derecho humano indiscutible y valor social declarado, además del análisis de datos de aula, que en mi investigación apuntan a la lengua (del alumno) simultáneamente como problema y como recurso por la obstrucción y generación de oportunidades de aprendizaje matemático.

La mayoría de mis datos proceden de aulas de matemáticas en Barcelona, la ciudad más poblada de Cataluña, territorio con autonomía en materia educativa donde la lengua de instrucción es el catalán desde 1985. La observación y el análisis de datos en clases de secundaria con alumnos cuya lengua dominante no es el catalán, ha motivado mi discurso sobre repensar la conceptualización y el uso de la lengua en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. A principios de la década pasada, siguiendo la línea iniciada en mi trabajo de tesis doctoral, reflexioné acerca de las interrupciones en la participación matemática de alumnos inmigrantes en el sistema escolar catalán, quienes experimentaban dificultades de acceso a prácticas del aula (Planas & Civil, 2002). Más tarde, junto con la detección de interrupciones empecé a observar ocasiones en las que estos alumnos mantenían o retomaban la participación matemática a pesar del reto de aprender en una lengua que no manejaban con suficiente fluidez (Planas & Setati, 2009). A día de hoy la identificación de oportunidades de aprendizaje matemático aprovechadas en situaciones de uso de dos o más lenguas ha supuesto una toma de conciencia sobre la función pedagógica de la lengua (del alumno) en el aula de matemáticas (Planas & Civil, 2013; Planas & Setati-Phakeng, 2014).

En síntesis, hay un antes y un después en mi trayectoria, que tiene que ver con el paso del estudio de las interrupciones en la participación matemática de estudiantes inmigrantes en aulas del sistema escolar catalán al estudio de las oportunidades de aprendizaje matemático de estudiantes cuya lengua dominante es distinta a la lengua de instrucción en el sistema. El punto de inflexión viene marcado por la consolidación del interés científico en el papel y el uso de la lengua (del alumno) en el aula de matemáticas. Si bien situó el interés por la participación matemática del estudiante inmigrante en mis inicios, de algún modo esto pertenece también al presente ya que debo seguir teniendo en cuenta que varias de las cuestiones de acceso al catalán se matizan según los grupos de pertenencia. Aún cuando la

lengua dominante sea la misma, el estudiante inmigrante latinoamericano en proceso de aprendizaje del catalán difiere del estudiante nacido y escolarizado desde pequeño en Cataluña cuya lengua en la familia es el español.

DATOS ESTRUCTURANTES PARA UNA NOCIÓN SITUADA DE LENGUA

En esta sección ilustro y discuto prácticas de aula, algunas de las cuales he documentado en Planas (2013). Además del marco práctico que informa sobre las acciones que obstaculizan y las que facilitan la generación de oportunidades de aprendizaje matemático, la triple caracterización de lengua introducida requiere detallar el marco normativo que informa sobre los derechos sociales y lingüísticos que se debieran respetar. Este marco normativo para el sistema escolar catalán ha sido comentado en Planas (2011) y en Planas & Setati-Phakeng (2014). El núcleo del actual artículo son los datos de aula. Me sirvo de transcripciones que son representaciones parciales de datos de video, que son a su vez una representación de la enorme colección de grabaciones de sesiones de clase que la financiación de técnicos de apoyo a la investigación, a cargo del Ministerio de Economía y Competitividad de España, ha hecho posible, pero sobre todo la colaboración regular con el Grupo EMAC –Educación Matemática Crítica. Para detalles sobre el proyecto de desarrollo profesional con este grupo de profesores de matemáticas en aulas de secundaria puede consultarse Planas & Civil (2009).

Siguen cuatro episodios de trabajo de clase en pequeños grupos, dos sobre la experiencia de dificultades relativas al aprendizaje de las matemáticas en una lengua que Roberto y Amelia (dos alumnos latinoamericanos en Barcelona) aún no dominan y otros dos sobre la creación de oportunidades de aprendizaje. La presentación conjunta y equilibrada de dificultades y oportunidades responde a la tesis según la cual enseñar y aprender matemáticas en una lengua que el alumno no domina tiene repercusiones en el aprendizaje, que a priori no son necesariamente desfavorables ni beneficiosas, ni para él ni para quienes interactúan con él. Por otra parte, los cuatro episodios no son tipos ideales de significados únicos para fundamentar una noción de lengua, sino tipos complejos que priorizan un significado en particular por ser el más visible en los datos. Esto implica que en los episodios donde destaco la creación de oportunidades de aprendizaje, con toda seguridad se

están produciendo obstáculos en la creación de otras oportunidades o bien en el aprovechamiento de las oportunidades ya creadas. Y viceversa: en los episodios donde destaco la aparición de obstáculos, se están dando muy probablemente oportunidades de aprendizaje. El análisis de los episodios, visto en su totalidad, señala la concurrencia de dos metáforas: la lengua como problema y la lengua como recurso. La priorización de una u otra metáfora en el análisis que a continuación muestro, así como la agrupación de los episodios en dos tipos principales de significado, es pues consecuencia de la mayor visibilidad empírica de una u otra metáfora. A fin de completar la triple caracterización de la noción de lengua, estos episodios han de ser considerados en un todo armónico y continuado con el análisis de los datos proporcionados por el marco normativo de la política educativa catalana.

La lengua como recurso –De la falta de vocabulario a la interpretación geométrica

La falta de conocimiento de vocabulario matemático en la lengua de instrucción aparece a menudo en mis datos de aula. En este primer episodio lo que pretendo destacar es que a raíz de ello surgen oportunidades de aprendizaje relativas al lenguaje algebraico. Roberto es un estudiante de 13 años nacido en Ecuador que en el momento de la investigación llevaba poco más de un año en el sistema escolar catalán. En este episodio explica que no recuerda la palabra catalana para número impar y elabora un razonamiento geométrico, alternativo al estrictamente aritmético, para traducir al lenguaje ordinario la expresión $2x+1$. La tarea pide escribir con palabras los enunciados algebraicos, sin precisar la lengua ordinaria a usar. Los compañeros de grupo son Joana y Miquel, ambos con el catalán como lengua dominante, nacidos en Barcelona y desde pequeños escolarizados en el sistema local. Para las transcripciones, uso cursiva cuando el texto está en catalán e incluyo traducción al español. Uso la notación de corchetes para añadir mi interpretación solo cuando considero que no basta con los términos escritos.

Roberto: ¿Tú que escribiste para este otro $\{2x+1\}$?

Joana: Un número impar.

Roberto: ¿Pero qué escribiste en la hoja?

Joana: Esto, $\{lee\}$ *un nombre senar* [un número impar].

- Roberto: *Senar* [Impar]... no me acordaba.
- Miquel: *Jo també he posat nombre senar. Tu què has posat?* [Yo también he puesto número impar. ¿Tú que has puesto?]
- Roberto: Rectángulo de... *costat dos i quadrat de costat u* [lado dos y cuadrado de lado uno].
- Miquel: *A veure, com?* [A ver, ¿cómo?]
- Roberto: Es que no me acordaba de *senar* [impar].
- Miquel: Pues haber puesto *imparell* [impar].
- Roberto: No sé, me sonaba mal.
- Joana: *Però és bona idea... És com si fossin dues àrees* [Pero es buena idea... Es como si fueran dos áreas].
- Roberto: *És que són dues àrees!* [¿Es que son dos áreas!].
- Miquel: *Et sonava malament?* [¿Te sonaba mal?]
- Joana: *Si li sona bé, no ho fa* [Si le suena bien, no lo hace].
- Roberto: ¡Chévere! Miro las áreas del dos equis y del uno.

De la totalidad del video se sabe que la discusión sobre la expresión $2x+1$ viene precedida de la discusión sobre la traducción al catalán de $2x$, que Roberto, Joana y Miquel asocian con el concepto de número par sin elaborar un razonamiento geométrico complementario donde $2x$ represente el área de un rectángulo con dos unidades de base, o bien donde $2x$ represente una relación funcional, entre otras posibilidades. Tras la dificultad por recordar la palabra catalana para número impar, Roberto llega a un razonamiento geométrico e infiere una estructura geométrica de la expresión algebraica. Además argumenta correctamente cuando justifica que los dos términos de la suma se refieren al área de un rectángulo ($2x$) y a la de un cuadrado (1). La organización del currículo catalán, como muchos otros, alienta la separación entre pensamiento aritmético y geométrico, por lo que desde la institución no se potencia el razonamiento de Roberto, que integra significados aritméticos y geométricos para el caso especial de número impar. En este sentido y dado que la búsqueda de un término en la lengua de instrucción está en el origen de lo que ocurre, uso este episodio para visibilizar aspectos de utilidad pedagógica de la diversidad de lenguas.

La lengua como problema –De un juego con palabras a la idea de fórmula concreta

Sigue un momento de la misma sesión donde Roberto experimenta una dificultad matemática relacionada con la identificación entre expresiones matemáticas en lenguaje ordinario y expresiones algebraicas. De la totalidad del video se sabe que poco antes se ha producido una discusión sobre el grado de correspondencia entre unas y otras expresiones que se han tratado como idénticas en la presentación de la tarea a cargo del profesor. En el grupo, los tres alumnos han pensado primero individualmente cómo expresar con lenguaje algebraico el Teorema de Pitágoras, enunciado en lenguaje ordinario como la relación entre hipotenusa y catetos de un triángulo rectángulo (en catalán en el redactado original de la tarea: *relació entre hipotenusa i catets d'un triangle rectangle*).

- Roberto: ¿Por qué me lo has corregido? $\{h^2 = b^2 + c^2, \text{ en lugar de } h^2 = c^2 + c^2\}$
- Joana: *Perquè estigui bé* [Para que esté bien].
- Roberto: Pero... *la fórmula és així* [la fórmula es así].
- Joana: *I què?* [¿Y qué?]
- Roberto: No lo cambio.
- Joana: *Ho tindràs malament* [Lo tendrás mal].
- Roberto: Los dos catetos son *catets* [catetos], ¿no? ¿O uno se llama *batet* [bateto] y otro *catet* [cateto]?
- Miquel: *Vinga! Catet* [¡Va! Cateto].
- Joana: *Pots posar una ix però llavors has de posar una y. No sempre valen el mateix* [Puedes poner una equis pero entonces tienes que poner una y. No siempre valen lo mismo].
- Roberto: *Són diferents, però són catets, sí?* [Son diferentes, pero son catetos, ¿sí?] Lo dejaré claro cuando sepa el triángulo que tengo. Es una fórmula, pero concreta.
- Joana: *Ho has de deixar clar des de ja perquè és una fórmula general* [Lo tienes que dejar claro desde ya porque es una fórmula general].

Roberto, quien puede estar familiarizado con expresiones mal formuladas del Teorema de Pitágoras, no tiene inconveniente en usar la misma letra para representar algebraicamente dos valores numéricos que pueden ser distintos. Por otro lado, se sugiere la diferenciación

entre fórmula general y fórmula concreta, según si se enuncia una propiedad que se cumple para todos los casos de triángulo rectángulo o bien una que no se cumple siempre. La referencia a fórmula concreta alude a la existencia de fórmulas particulares extraíbles de la general. Cuando se menciona la idea de casos particulares de triángulo, se delimitan dos fórmulas particulares según si los dos catetos miden igual ($h^2 = c^2 + c^2$) o tienen distinta medida ($h^2 = b^2 + c^2$). Roberto inventa una palabra (*batet*) para argumentar la idoneidad de la expresión $h^2 = c^2 + c^2$ al vincular la doble selección de la letra *c* con la primera letra de la palabra que sustituye. La cuestión de fondo es que la palabra cateto se refiere a dos objetos matemáticos distintos aún cuando su medida de longitud sea la misma. Los dos catetos de un triángulo rectángulo son equivalentes si consideramos que los dos son menores que la hipotenusa, o bien que los dos conforman el ángulo recto, pero estas clases de equivalencia son poco útiles algebraicamente. La falta de distinción ostensiva entre los dos catetos en la lengua ordinaria dificulta la simbolización algebraica. Mediante un juego de palabras, Roberto fuerza la equivalencia (*catet*, no *batet*) con un razonamiento que pretende ser matemático.

Las posiciones pragmáticas del segundo Wittgenstein (1953) explican que los usos de las palabras, los juegos del lenguaje y los parecidos de familia no son solo recursos lingüísticos sino también formas de construir conocimiento sobre la realidad. Roberto utiliza la palabra *catet* para validar la fórmula $h^2 = c^2 + c^2$, del mismo modo que hubiera podido utilizar la palabra inventada *batet* para validar la fórmula $h^2 = b^2 + c^2$ si Miquel y Joana lo hubieran alentado. La posibilidad de jugar a la vez con las lenguas ordinarias y el lenguaje algebraico asemeja la palabra con la validez de la fórmula. Se simplifica la naturaleza del lenguaje algebraico mediante la atención exclusiva a la sintaxis de las palabras, sin incorporar los significados de estas palabras en relación con los objetos matemáticos. A diferencia de lo concluido en el ejemplo anterior, ahora uso este episodio para visibilizar usos y cambios de lengua que obstruyen el aprovechamiento de una oportunidad de aprendizaje en torno a procesos de particularización y generalización matemática.

La lengua como recurso –De la densidad textual a las representaciones de números

El siguiente episodio ocurre en un aula distinta y empieza cuando una alumna, Amelia, pregunta sobre la conversión al álgebra de la expresión “un número de tres cifras” (en catalán en el redactado original: *un nombre de tres xifres*). Su propuesta, xyz , toma la representación del valor posicional de las cifras habitual en teoría de números, a diferencia de la propuesta de sus compañeros, $100x+10y+z$, más propia de las convenciones algebraicas. Como Roberto, Amelia nació en Ecuador, tiene 13 años y en el momento de la investigación llevaba poco más de un año escolarizada en el sistema catalán. También como en el caso de Roberto, comparte el trabajo en grupo con dos estudiantes, Eduard y Sílvia, cuya lengua dominante es el catalán.

- Amelia: ¿Por qué has puesto esto $\{100x+10y+z\}$?
- Eduard: Porque si fueran dos cifras pondría {escribe sin leer} $10y+z$.
- Amelia: Pero, ¿por qué lo complicas?
- Eduard: *Què proposes?* [¿Qué propones?]
- Amelia: Pues solo {escribe sin leer} xyz . Y si es de dos, {escribe sin leer} yz .
- Eduard: *No està bé* [No está bien].
- Amelia: ¿Por qué?
- Sílvia: *Tu poses com si multipliquessin* [Tú pones como si multiplicaran].
- Eduard: *I són centenes, desenes i unitats* [Y son centenas, decenas y unidades].
- Amelia: *La suma de les centenes, les desenes...* [La suma de las centenas, las decenas...] y las unidades.
- Eduard: *No, perquè hi ha el cent i el deu* [No porque hay el cien y el diez].
- Amelia: Pero si equis es cero no hay el cien, y a lo mejor tampoco hay el diez. De quiteña cambiaba diez barras de madera por una. Con cero barras ese lugar no está... y es como lo pongo yo.
- Eduard: *A veure, torna-ho a explicar* [A ver, vuélvelo a explicar].
- Amelia: Lo que digo es que son casi lo mismo.
- Sílvia: *El que tu dius seria molt diferent!* [¿Lo que tú dices sería muy diferente!]
- Amelia: No son iguales como un medio y dos cuartos, pero son bastante lo mismo.
- Sílvia: *Doncs explica-ho perquè jo no ho veig* [Pues explícalo porque no lo veo].

A raíz de la modelización de un número de tres cifras como xyz , se puede pensar que Amelia no entiende el uso algebraico de los símbolos para representar expresiones aritméticas de forma genérica. Sin embargo, dada la ambigüedad intrínseca de los sistemas de representación decimal, también puede considerarse que la alumna se resiste a sustituir la representación habitual de números que le ha sido enseñada antes del inicio al álgebra. Visto así, este episodio ilustra la oportunidad de aprender representaciones alternativas y de comparar $100x+10y+z$ y $x+y+z$ para el valor numérico cero de x e y . Las dos expresiones no son equivalentes porque no tienen el mismo valor numérico para cualquier valor que demos a las letras, aunque son “bastante lo mismo”, tal como Amelia sugiere, por ser válidas para el número de tres cifras con cero centenas y cero decenas. Mediante la particularización, se contribuye a que Eduard y Sílvia atiendan a similitudes entre expresiones no equivalentes. Asimismo, Amelia compara la relación de equivalencia entre dos representantes de la clase del número racional 0.5 (“un medio y dos cuartos”) y la relación de igualdad entre dos expresiones algebraicas para un valor numérico.

Respecto a lo que matemáticamente ocurre con el uso de las lenguas de los estudiantes, este episodio es algo más sutil. El uso del modismo “quiteña” viene a complicar la comprensión de una frase que de por sí ya resulta oscura, en relación con la mención de barras de madera. Amelia habla de los bloques multibase, un material habitual en las escuelas de primaria para el trabajo de la estructura del sistema de numeración decimal; no obstante, lo hace de un modo difícil de comprender, en particular por suponer un giro en la conversación. Además, cuando Amelia recurre a la representación física del número de tres cifras e imagina la agrupación de diez unidades de un orden pasando a una unidad de orden superior, propone un valor concreto para la posición centena (“si equis es cero”) junto con un valor indefinido para la posición decena (“a lo mejor tampoco hay el diez”), lo cual sigue oscureciendo la comprensión. En una charla tras la clase, Eduard dijo que Amelia creía que “lo mejor era que no hubiera el diez”. Eduard hizo una traducción errónea de “a lo mejor” tal vez bajo la influencia de una traducción literal al catalán inadecuada. A pesar de estas consideraciones y puesto que las dificultades comunicativas no impiden discutir representaciones matemáticas, este episodio sirve para vincular la diversidad de lenguas con aspectos de utilidad pedagógica.

La lengua como problema –De una traducción imprecisa al álgebra sin significado

Paso a presentar el cuarto y último episodio. En la sesión de clase del ejemplo anterior, Amelia experimenta una dificultad que no se convierte en oportunidad sino en circunstancia desfavorable para la comprensión de lo que significa el lenguaje algebraico. Los mismos tres alumnos están pensando cómo expresar algebraicamente la relación entre arista y volumen de un cubo (en catalán en el redactado original: *relació entre arista i volum d'un cub*).

- Amelia: ¿Qué quiere decir *aresta* [arista]?
- Eduard: Lado.
- Amelia: ¿Para un cubo el lado se dice *aresta* [arista]?
- Eduard: Lado y... *aresta són el mateix* [arista son lo mismo].
- Sílvia: *Ella et pregunta si només són el mateix per un cub* [Ella te pregunta si solo son lo mismo para un cubo].
- Eduard: *Jo què sé!* [¡Yo qué sé!]
- Amelia: Yo nunca he dicho *aresta* [arista] de un cuadrado.
- Eduard: Pues lo puedes decir.
- Sílvia: *No la liïs, ha de ser l'aresta d'un cub, d'un prisma, d'un con...* [No la lées, tiene que ser la arista de un cubo, de un prisma, de un cono...]
- Amelia: ¿Cuál es el lado de un cono?
- Sílvia: *L'aresta?* [¿La arista?]
- Amelia: ¿Cuál es la *aresta* [arista]?
- Sílvia: *Quin problema tens?* [¿Qué problema tienes?]
- Amelia: ¿Los lados redondos valen? Bueno, las *arestes* [aristas] redondas...
- Sílvia: Mira, es igual, así no acabaremos nunca. Esto es {escribe sin leer} a^3 porque es el volumen. *No ens estan demanant que donem tantes voltes* [No nos están pidiendo que demos tantas vueltas].
- Amelia: ¿Pasamos de lo quiere decir y vamos directos al álgebra? Vale.

Se observa una dificultad matemática dada por la confusión entre elementos de figuras planas y de cuerpos sólidos. La comparación entre cuadrado y cubo lleva a la comparación entre cuerpos con caras planas y cuerpos con caras curvilíneas. Aquí, hay otra dificultad

ligada a la intersección geométrica entre caras no planas y líneas curvas. Las aristas son lados, pero son los lados de las caras del cuerpo sólido. Cuando Eduard iguala semánticamente *arista* y lado, no clarifica que la arista es del cuerpo y el lado es de una cara del cuerpo. Una distinción al respecto hubiera ayudado a visualizar el lado de un cono por medio de imaginar el lado de la base del cono, que es el perímetro de la circunferencia. Este perímetro es la única arista del cono al ser la línea fronteriza entre las dos caras. El episodio acaba con un salto repentino hacia un uso sin sentido del lenguaje algebraico. Dar sentido requeriría entender la relación entre objetos matemáticos (arista de un cubo y volumen del cubo) y expresiones algebraicas asociadas (a y a^3), lo cual no es posible sin significar los objetos involucrados. Destaca la traducción imprecisa de *arista* por lado, así como su impacto en la discusión. Por un lado, hay la polisemia derivada del lado visto como lado de una figura o como lado de la cara de un cuerpo y, por otro, la falsa sinonimia derivada de la traducción de *arista* por lado. Estos inconvenientes, intrínsecos a la dificultad de cualquier traducción técnica, generan una situación propicia para que se dé una manipulación automática del lenguaje algebraico.

A lo largo de la presentación de los cuatro episodios con datos de clase, he tenido en mente una noción de lengua situada en entornos bilingües de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La referencia a la lengua (del alumno) es necesaria para entender lo que ocurre a nivel de interacción entre participantes y a nivel de aprendizaje matemático promovido. Se trata de una noción de lengua, por tanto, que apela a la sincronía entre la diversidad de lenguas y el aprendizaje matemático, en medio de un fenómeno de vinculación entre cómo se usan dichas lenguas y cómo se generan oportunidades orientadas a dicho aprendizaje. Sostengo que no es una sincronía casual sin repercusiones teóricas, sociales y pedagógicas.

DIMENSIÓN PRAGMÁTICA DE LA NOCIÓN DE LENGUA PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La caracterización de la lengua como derecho, problema y recurso es pragmática porque asume en última instancia que la función básica de las lenguas de los estudiantes en el aula es contribuir a la generación colectiva de oportunidades de aprendizaje. En mi

aproximación a una noción de lengua para la educación matemática, lo clave es entender la lengua (del alumno) como un recurso para el aprendizaje mediante la coordinación en el aula de acciones y significados susceptibles de ser compartidos y aceptados. Esta visión pragmática contrasta con las visiones esencialistas que dan prioridad a la dimensión axiológica de la lengua como derecho, pudiendo llegar a ser visiones opuestas cuando la representación de la lengua como derecho obstaculiza la función pedagógica. Mi posición es la de pensar la lengua como recurso pedagógico y, de ahí, como derecho humano con sentido en educación matemática.

Para ubicar esta noción de lengua en educación matemática, no es necesario disponer de una noción de lengua conceptualmente más amplia. Desde una visión pragmática, en el sentido de Habermas (1986) y en particular de Alrø & Skovsmose (2002) y Skovsmose (2005), no se requiere una noción universal de lengua que trascienda distintos contextos disciplinarios, cuya adecuación sea demostrable teórica y empíricamente en todos y cada uno de ellos. La visión pragmática recomienda la construcción de una noción de lengua que sea específica, útil e interpretable por y para nuestra comunidad. La posibilidad de existencia de dicha noción encuentra sustento en mis datos y análisis, pero también en datos y análisis de varios autores en distintos países: en Canadá (Barwell, 2012), en Malawi (Chitera, 2011), en Estados Unidos (Civil, 2012; Moschkovich, 2010) y en Australia (Clarkson, 2007) entre otros. Los autores mencionados proponen una visión pragmática de la lengua (del alumno) al concebirla como un recurso cuyo propósito principal es construir aprendizaje.

En mis revisiones regulares de la literatura en el ámbito de la educación matemática y la diversidad lingüística, llevo observando un movimiento de convergencia hacia posiciones que privilegian el uso de las lenguas de los estudiantes en el aula. De ello son ejemplos los trabajos enumerados en el párrafo anterior, junto con muchos de los trabajos presentados en la Conferencia del 21 Estudio de la Comisión Internacional para la Instrucción Matemática –ICMI, por las siglas en inglés– sobre Educación Matemática y Diversidad Lingüística, celebrada en Águas de Lindoia, Brasil, en setiembre de 2011. No obstante, se siguen realizando investigaciones que aluden al derecho del alumno a usar sus lenguas en el aprendizaje de las matemáticas pero que no aportan reflexión ni evidencia empírica sobre

los motivos pedagógicos que refuerzan este derecho; a veces porque el propósito es eminentemente de análisis sintáctico (Ní Ríordain & O'Donoghue, 2009) o semántico (Kazima, 2007). En este sentido, contamos con abundante literatura para fundamentar en exclusiva la metáfora de la lengua como derecho, que rebata metáforas excluyentes de la lengua como problema.

Para avanzar en la extensión de la noción compleja de lengua como derecho, problema y recurso, urge un cambio epistemológico hacia la dimensión pragmática. La lengua no solo debe ser vista como un sistema de acciones con función social sino como una red de sistemas de acciones con función social y pedagógica. Esto implica pensar en la lengua (del alumno) como un acontecimiento cuya representación social y uso en el aula inciden de manera fundamental en la producción de aprendizajes. Esta consideración de la lengua (del alumno) admite poner de relieve, en mayor o menor medida una u otra metáfora (derecho, problema, recurso) siempre que no se caiga en el planteamiento de falsos dilemas de coexistencia. Un cambio epistemológico no garantiza cambios en las prácticas del aula. Cambiar el lugar teórico desde el cual se piensa la noción de lengua, no está directamente relacionado con acciones orientadas a modificar las prácticas. A pesar de ello, en mi trabajo con profesores de matemáticas en el seno del Grupo EMAC he podido constatar que cuando se vislumbra la función pedagógica de la lengua se inician procesos más o menos tímidos de reconstrucción de prácticas. En Planas & Civil (2009, 2010) se ilustran prácticas de enseñanza de las matemáticas con un uso flexible de las lenguas de los estudiantes en aulas conducidas por profesorado involucrado en el proyecto de desarrollo profesional, que logró modificar prácticas habituales de enseñanza de la lengua de instrucción por delante de las matemáticas.

Mi experiencia en el ámbito del desarrollo profesional confirma que la presentación de datos reales de clase sobre la creación de oportunidades de aprendizaje matemático en situaciones de uso de las lenguas de los estudiantes, influye a medio plazo en la actuación docente. Esto no significa, sin embargo, que a la práctica pase a priorizarse únicamente la función pedagógica de la lengua (del alumno). La función social es ubicua, nunca desaparece y convive generando tensiones inherentes a la triple naturaleza de la lengua como derecho, problema y recurso. En consecuencia, los logros del trabajo de desarrollo

profesional en el Grupo EMAC deben interpretarse en términos de un mayor equilibrio entre aspectos sociales y pedagógicos relativos al uso de la lengua (del alumno). Así pues, mi experiencia apunta a que hay una mejora docente en el aula de matemáticas bilingüe que se fomenta con la discusión con el profesorado de episodios reales de clase en los cuales ciertos significados matemáticos difícilmente aflorarían sin la exposición del alumnado a más de una lengua.

DE VUELTA A MI CONTEXTO DE INVESTIGACIÓN

Los argumentos que he sostenido a lo largo del artículo recomiendan que antes de acabar deba referirme de nuevo a mi contexto de investigación y al escenario derivado de las políticas educativas en él. En Cataluña varios de los discursos sobre la lengua como derecho han servido para justificar el aprendizaje de las matemáticas en aulas segregadas donde la supuesta falta de dominio de la lengua de instrucción es el motivo para la adaptación del currículo a unos cuantos grupos de estudiantes. La mayoría de esfuerzos se dedican a garantizar la adquisición de la lengua de instrucción como medio para hacer efectivo el derecho a la educación entendido como el acceso a un currículo específico. Esto se ha traducido en la implantación física de una doble red educativa dentro de los centros escolares de enseñanza primaria y secundaria para alumnado “de origen extranjero”. A fecha de hoy, las denominadas aulas de acogida se están viendo reducidas, pero esto es debido a la situación económica del país y no a la revisión crítica del modelo compensatorio. Los agentes de la política educativa hablan de acelerar el proceso de aprendizaje de la lengua de instrucción en las aulas de acogida por no ser posible sufragar su coste durante más de un curso escolar para un mismo alumno. Raras veces se organizan apoyos dentro del aula ordinaria con acciones próximas a programas bilingües que consideren el reconocimiento de la lengua (del alumno).

En otro orden de cosas, recientemente los datos de evaluaciones internacionales han puesto de relieve un bajo nivel de rendimiento matemático (por comparación con estudiantes de otros lugares y de la media). Desde las instituciones correspondientes, se ha interpretado que una de las causas de estos resultados es la rebaja del tiempo del alumnado inmigrante en el aula de acogida y su entrada al aula regular antes de haber desarrollado un buen

dominio de la lengua de instrucción, atribuyéndose un supuesto impacto negativo en todo el grupo clase. Para el caso de España, en unas declaraciones de diciembre de 2013 la Secretaria de Estado de Educación ha achacado los malos datos de PISA 2012 (INEE, 2013) para estudiantes de 15 años al aumento de inmigrantes en las aulas, por un lado, y a la dificultad añadida de tener que “lidiar” con la diversidad de lenguas, por otro. Para el caso de Cataluña, la Delegada de Educación ha sido también explícita en otras declaraciones del mismo mes sobre PISA 2012; para combatir el bajo rendimiento ha dicho que conviene revisar la reducción en el gasto educativo destinado al alumnado inmigrante de incorporación tardía al sistema local, y en particular recuperar la inversión en aulas que ha llamado de transición.

En Europa y en Cataluña en particular, la visión exclusiva de la lengua como derecho se ha construido bajo circunstancias históricas que primero han validado la diversidad como un hecho colectivo (discursos sobre diversidad y equidad) y luego la han situado en el terreno de lo individual (discursos sobre diversidad y diferencia). Esta construcción de la diversidad destaca la producción de valores (equidad) y la descripción de realidades (diferencia), pero no atiende a la generación de conocimiento (aprendizaje). En este marco institucional y social es fácil que las prácticas del aula obstruyan el uso de las lenguas de los estudiantes. Ante la cuestión sobre qué características de las prácticas y qué actuaciones en el aula contribuyen a generar mayores y mejores oportunidades de aprendizaje matemático, sostengo que esta cuestión ni siquiera es planteable si antes no se vislumbra la función pedagógica de la lengua (del alumno) ni se problematiza la organización de aulas segregadas. Algunos de los profesores de matemáticas con los que colaboro en el seno del Grupo EMAC tienen o han tenido a cargo aulas de acogida. Para ellos, su práctica docente en estas aulas está siendo o ha sido un reto que les ha llevado a innovar y a crecer profesionalmente. Hay por tanto excepciones y no tiene sentido generalizar acerca de lo que ocurre en este tipo de aulas. Pero el modelo compensatorio subyacente apenas deja espacio al aprendizaje de las matemáticas o como mínimo no confía en que sea realizable mediante la participación en clase.

En este artículo he aportado ejemplos de aula y reflexiones con el propósito de argumentar la necesidad de disponer de una noción de lengua situada en entornos multilingües de

enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. He explicado que las nociones de lengua utilizadas, de modo implícito o explícito, en el estudio de situaciones de educación matemática y diversidad lingüística aducen de una fragmentación que las hace poco útiles en el diseño, la implementación y la evaluación de prácticas efectivas de enseñanza y aprendizaje. Por otra parte, he comentado tres metáforas que deben ser tenidas en cuenta en la conceptualización de la noción de lengua: como derecho, como problema y como recurso. Son metáforas provisionales de una fundamentación razonable, que no proporcionan instrucciones operativas ni inmediatas sobre cómo actuar en el aula de matemáticas multilingüe. Es preciso seguir investigando en esta línea, especialmente en las condiciones empíricas que habrán de dar visibilidad a la metáfora de la lengua como recurso pedagógico. Una tarea inminente tendrá que ser la de descifrar las claves del tránsito de una metáfora a otra en las prácticas del aula.

AGRADECIMIENTOS

Al Ministerio de Economía y Competitividad de España, por financiar los Proyectos EDU2012-31464 (*Análisis de entornos colaborativos de aula desde la perspectiva de su mediación en la construcción discursiva de conocimiento matemático*) y EDU2009-07113 (*Estudio sobre el desarrollo de competencias discursivas en el aula de matemáticas*). Al Departament d'Economia i Coneixement de Catalunya, por financiar el Proyecto ARFI-1-00052 (*Diagnosi de necessitats socials i educatives de l'aula multilingüe: aproximació des del cas de matemàtiques*).

REFERENCIAS

- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: intention, reflection, critique*. Dordrecht, Holanda: Kluwer.
- Barwell, R. (2012). Heteroglossia in multilingual mathematics classrooms. En H. Forgasz & F. Rivera (Eds.), *Advances in Mathematics Education. Toward equity: gender, culture, and diversity* (pp. 315-332). Nueva York: Springer.

- Chitera, N. (2011). Language of learning and teaching in schools: an issue for research in mathematics teacher education? *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(3), 231-246.
- Civil, M. (2012). Mathematics teaching and learning of immigrant students: an overview of the research field across multiple settings. En B. Greer & O. Skovsmose (Eds.), *Opening the cage: critique and politics of mathematics education* (pp. 127-142). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.
- Clarkson, P. C. (2007). Australian Vietnamese students learning mathematics: high ability bilinguals and their use of their languages. *Educational Studies in Mathematics*, 64, 191-215.
- Habermas, J. (1986). *The theory of communicative action* (consultada la traducción castellana por M. Jiménez de 2010). Madrid, España: Trotta Editorial.
- INEE –Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2013). *Informe PISA 2012 –España*. Madrid: Ministerio de Educación, Ciencia y Deporte.
- Kazima, M. (2007). Malawian students' meanings for probability vocabulary. *Educational Studies in Mathematics*, 64, 169-189.
- Moschkovich, J. N. (2010). Language(s) and learning mathematics: resources, challenges, and issues for research. En J. N. Moschkovich (Ed.), *Language and mathematics education: multiple perspectives and directions for research* (pp. 1-28). Charlotte, Estados Unidos: Information Age Publishing
- Ní Ríordáin, M., & O'Donoghue, J. (2009). The relationship between performance on mathematical word problems and language proficiency for students learning through the medium of Irish. *Educational Studies in Mathematics*, 71, 43-64.
- Planas, N. (2011). Language identities in students' writings about group work in their mathematics classroom. *Language and Education*, 25(2), 129-146
- Planas, N. (2013). Iniciación al lenguaje algebraico en aulas multilingües: contribuciones de un proyecto en desarrollo. *AIEM –Avances de Investigación en Educación Matemática*, 3, 25-44.
- Planas, N., & Civil, M. (2002). Understanding interruptions in the mathematics classroom: implications for equity. *Mathematics Education Research Journal*, 14(3), 169-189.
- Planas, N., & Civil, M. (2009). Working with mathematics teachers and immigrant students: an empowerment perspective. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(6), 391-409.
- Planas, N., & Civil, M. (2010). Discourse processes in critical mathematics education. En H. Alrø, O. Ravn, & P. Valero (Eds.), *Critical Mathematics Education: past, present and future. Festschrift for Ole Skovsmose* (pp. 145-160). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.

Planas, N. (2014). Hacia una noción situada de lengua para la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 151-169.

Planas, N., & Civil, M. (2013). Language-as-resource and language-as-political: tensions in the bilingual mathematics classroom. *Mathematics Education Research Journal*, 25(3), 361-378.

Planas, N., & Setati, M. (2009). Bilingual students using their languages in their learning of mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 21(3), 36-59.

Planas, N., & Setati-Phakeng, M. (2014). In the process of gaining language as a resource in mathematics education. *ZDM –The International Journal on Mathematics Education*, 46(5), en prensa.

Skovsmose, O. (2005). Meaning in mathematics education. En J. Kilpatrick, C. Hoyles, O. Skovsmose & P. Valero (Eds.), *Meaning in mathematics education* (pp. 83-100). Nueva York: Springer.

Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical investigations* (consultada la traducción comentada en inglés por E. M. Anscombe de 1999). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.