

Artículo recibido el 15 de noviembre del 2013. Aceptado para publicación el 30 de abril del 2014.

Diseños didácticos y trayectorias de aprendizaje de la geometría de estudiantes sordos, en los primeros grados de escolaridad¹

Didactic designs and learning geometry trajectories for deaf students in early schooling grades

Olga Lucía León²
Faberth Díaz Celis³
Marcela Guilombo⁴

Resumen

Este artículo presenta resultados de investigaciones sobre la relación trayectorias de aprendizaje y diseños didácticos para la enseñanza inicial de la geometría a estudiantes sordos. La problemática de investigación vincula a un marco de referencia de diseños didácticos para todos y a un marco metodológico de investigación de diseño a partir de experimentos de enseñanza, las preguntas: ¿Qué exigencias hay que satisfacer cuando se desarrollan diseños didácticos para todos en educación matemática? ¿Qué tipos de trayectorias reales de aprendizaje surgen cuando se vinculan en las trayectorias hipotéticas de aprendizaje condiciones de aprendizaje de las poblaciones sordas? El desarrollo de la Trayectorias de Aprendizaje se llevó a cabo en un aula multigradual en la que participaron 10 estudiantes de tercer grado (Hipoacúsico y sordos profundos) cuyas edades oscilaban entre los 9 y 12 años.

Palabras Claves: Didáctica de la Geometría; Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje; Población Sorda; Diseños Didácticos; Experimentos de Enseñanza; ALTER-NATIVA.

Abstract

This article presents research results on the relation between learning trajectories and didactic designs for teaching initial geometry to deaf students. This research links a theoretical frame of didactic designs for everyone with a methodological frame of research design based on teaching experiments with the following questions: What requirements are necessary to satisfy when didactic designs for everyone in mathematics are developed? What kind of real learning trajectories arise when the learning condition of the deaf population is connected with the hypothetical learning trajectories? The development of the Learning Trajectories took place in a classroom with students of different grades, 10 students (deaf and Hard of Hearing) of third grade participated in the experiment, the ages of the students were between 9 and 12 years.

Key words: Geometry Didactics; Hypothetic Trajectories of Learning; Deaf Population; Didactic Designs; Teaching Experiments; ALTER-NATIVA.

¹ Se presentan resultados del proyecto ALTER-NATIVA financiado por la Unión Europea ALFAIII y el proyecto: “La mediación instrumental en el aprendizaje de la geometría en población sorda”, financiado por COLCIENCIAS-Universidad Distrital y los proyectos de Tesis de Guilombo, M. y Díaz, F. de la Maestría en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas .

² Docente de planta de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia. Email: olleon@udistrital.edu.co, olgleon@yahoo.com

³ Estudiante de la Maestría en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia. Email: faberthd@yahoo.com

⁴ Estudiante de la Maestría en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y Joven investigadora de Colciencias. Bogotá. Colombia. Email: marcelaguilombo@gmail.com.

INTRODUCCIÓN

La investigación en didáctica de las matemáticas que pretende incidir en sistemas educativos que privilegian una educación matemática para todos, requiere incorporar la macro problemática que indaga por la interacción sobre lo matemático entre estudiantes oyentes y estudiantes sordos; y por el efecto de la concepción socio-antropológica del sujeto sordo en las prácticas escolares de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Hasta hace pocos años la educación de los niños sordos estaba enmarcada en el contexto de la educación especial y no como educación formal (Skliar, 1997; Augusto et. al., 2002; Ramírez & Castañeda, 2003). Sin embargo, una concepción discapacitante situada en el discurso de la diversidad socio-cultural, (Stockseth, 2002), desarrollada en las últimas décadas, considera posible la integración de poblaciones en los ambientes educativos a partir de relaciones entre formas de organización curricular y desarrollo de didácticas específicas que consideran la no marginación de poblaciones.

Se identifican cuatro problemáticas asociadas a la intención de una educación de la población sorda en contextos de integración con otras poblaciones.

La primera problemática se vincula con los tipos de audición de los estudiantes: en un grupo están los estudiantes hipoacúsicos (estudiantes con algún resto auditivo), quienes con un adecuado apoyo clínico y adaptaciones de acceso escolar, logran un rendimiento satisfactorio en los contenidos curriculares ordinarios (Sánchez, 1990); en un otro grupo están los sordos profundos, cuya audición no resulta funcional para la vida diaria, muchos de ellos terminan sus estudios sin el beneficio de la lectoescritura para adquirir conocimientos (Marchesi, 1987; Lewis, 1996).

La segunda problemática se vincula al lugar que tienen las Lenguas de Señas en los procesos escolares y destaca dos corrientes: *La corriente oralista* o corriente monolingüe, sus currículos se desarrollan totalmente en la lengua mayoritaria. Las investigaciones sobre este tipo de corriente destacan aspectos de la formación de los estudiantes sordos que no son tenidos en cuenta curricularmente (Erting, 1994; Oviedo, 2001) y evidencian, en trabajos comparativos sobre aprendizajes sistemáticos, que es precisamente en el campo del aprendizaje de las matemáticas donde la brecha entre niños oyentes y sordos se empieza a aumentar (Costanzo, 2001). Y *La corriente bilingüe*, que considera la coexistencia de la

León, O. L., Díaz Celis, F., & Guilombo, M. (2014). Diseños didácticos y trayectorias de aprendizaje de la geometría de estudiantes sordos, en los primeros grados de escolaridad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 9-28.

lengua de señas y la lengua mayoritaria, sus currículos se desarrollan en las dos lenguas. Las investigaciones realizadas sobre este tipo de corriente valoran positivamente el uso de la lengua de señas como código pleno y el de sistemas alternativos de comunicación, para propiciar condiciones en el aprendizaje de normas sociales y el desarrollo de habilidades cognitivas básicas en los procesos de resolución de problemas (Fernández et al., 2005; Valdés, 2000; Marchesi, 1987).

La tercera problemática se asocia a las formas de escolarización de los estudiantes sordos, en la que se identifican: i) Los centros educativos que atienden exclusivamente población sorda, como la universidad de Gallaudet en Estados Unidos y colegios como La Sabiduría, entre otros, en Bogotá (Colombia); ii) Los Centros educativos ordinarios, que atienden fundamentalmente estudiantes oyentes y reciben algunos estudiantes sordos, cuentan con servicios de logopedia y refuerzo curricular; y iii) Los Centros de Integración, en cuyas aulas se organizan niños con diferentes tipos de limitaciones. En principio, estos centros disponen de equipos especializados de apoyo, realizan adaptaciones curriculares tanto en los elementos de acceso como el propio currículo (Sánchez, 1990). En Colombia, estudios realizados (DANE, 2006) revelan que el 88.7% de la población sorda encuestada no asiste a la escuela. El estudio de MEN-INSOR-FENASCOL (1998) califica de analfabeta al 51.4% de la población sorda encuestada. La clasificación de analfabeta a una parte importante de poblaciones sordas estudiadas, no es exclusiva de los estudios colombianos, se reporta que "el 80% de los adolescentes con sordera son analfabetos, y la fuente principal de estas dificultades es de origen lingüístico" (Augusto et. al., 2002). Además, hay un grave problema educativo en lo que refiere a los niños discapacitados:

La discriminación negativa sobre los discapacitados persiste y aún es abismal la proporción de niños discapacitados excluidos de la escuela con relación a los niños sin discapacidad, La niñez con discapacidad entra más tarde al sistema educativo o no entra a la educación formal y deserta de ella en mayor proporción que la niñez sin discapacidad. (Sarmiento, 2011, p. 56).

En una cuarta y última problemática, para el caso específico de la educación matemática en Colombia, se presentan dos situaciones: el caso del profesor que domina la lengua de señas pero que no tiene formación matemática y en consecuencia tiene limitaciones para el

desarrollo matemático de la lengua de señas; y el caso del profesor licenciado en matemáticas que no maneja la lengua de señas. En estas condiciones emerge también un problema didáctico que ofrece un amplio campo de interrogantes para resolver desde las diferentes instancias de la investigación en educación matemática, preguntas como: ¿Hay que diferenciar las metas de aprendizaje de las matemáticas cuando se considera las poblaciones sordas? ¿Qué exigencias hay que satisfacer si se desarrollan diseños didácticos para todos en educación matemática? ¿Qué tipos de trayectorias reales de aprendizaje surgen cuando se vinculan en las trayectorias hipotéticas de aprendizaje condiciones de aprendizaje de las poblaciones sordas? Las preguntas anteriores son asumidas en el contexto de la investigación que se presenta en este artículo, en el marco de referencia de los diseños didácticos para todos y en el marco metodológico de los experimentos de enseñanza.

LAS EXIGENCIAS DE LOS DISEÑOS DIDÁCTICOS PARA TODOS Y CON TODOS

Los diseños didácticos para todos en una educación matemática inicial contemplan: i) La *práctica matemática*, es decir, formular, probar, construir modelos, lenguajes, conceptos, teorías, intercambiar construcciones y reconocer construcciones útiles a prácticas matemáticas en cada cultura; ii) La cantidad, la forma y la magnitud como campos que estructuran la matemática escolar y en consecuencia hacen parte de la práctica matemática; iii) Exigencias de orden epistemológico, que refieren a quiénes son “todos”, cuando se consideran diseños curriculares y didácticos en matemáticas. ¿Son sujetos epistemológicos con potencial de aprendizaje o sujetos con existencia real en la sociedad y con necesidades de aprendizajes específicas?; y iv) Exigencias de orden práctico, en tanto que la acción didáctica requiere vincular el potencial de enseñanza y aprendizaje presente en un diseño de actividades, con la realización de una acción cultural en un contexto escolar específico, en un tiempo limitado y con grupos de estudiantes con diversidad de condiciones para aprender (León et al., 2013).

El diseño didáctico para todos exige un ambiente de aprendizaje que privilegie una práctica en la cultura escolar con las siguientes dimensiones duales presentes:

- participación/cosificación: En las prácticas de aprendizaje se participa haciendo cosas con instrumentos adecuados a la práctica, las cosas que se hacen modifican los tipos de participación de quienes las producen;
- local/global: La práctica local de un estudiante con un caso particular de un campo de conocimiento debe relacionarse con la práctica global de todo el grupo social que indaga por un fenómeno de conocimiento propio del campo estudiado localmente. La relación dinámica local-global permite la evolución mutua;
- negociabilidad de significados/identificación: Los modos de significar y los significados de la práctica, los provee la comunidad y los participantes se identifican en ellos; pero, las personas no aprenden esos modos y significados de manera neutra, sino que los modifican y adaptan;
- emergencia de aprendizaje /diseños flexibles: Aunque la propuesta de aprendizaje se diseña, el aprendizaje es una respuesta de los aprendices frente a ese diseño. Así que, durante el aprendizaje habrán de aparecer cosas emergentes. El diseño debe tener las condiciones para permitir las (León et al., 2013).

Los diseños con todos, consideran que estudiantes con diferentes condiciones sensoriales, lingüísticas, culturales o socioeconómicas, interactuando juntos pueden aprender matemáticas. Sin embargo, es necesario que este tipo de diseños satisfaga las siguientes exigencias: i) Accesibilidad a la situación por audición, por visión, por aspectos táctiles o por aspectos perceptuales de otros órdenes; ii) Accesibilidad al manejo de la información de la situación, bien sea por registro escrito, registro visual, registro auditivo, registro visogestual; iii) Accesibilidad a las formas de representar y operar las relaciones y los objetos matemáticos emergentes de la información; iv) Accesibilidad a las formas de comunicar y cooperar en el estudio de la información que propone la situación.

En los diseños didácticos con todos, el aprender a enseñar matemáticas es un proceso paulatino de incorporación en una comunidad de práctica, comporta un reto de aprendizaje que comienza por reconocer los alcances de las ideas, costumbres, teorías y modos de trabajo y enseñanza hasta ahora adquiridos, por quien quiere saber y usar las matemáticas en sus culturas (León et al., 2013).

LA METODOLOGÍA DEL EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA EN LA INVESTIGACIÓN Y EN EL DISEÑO DIDÁCTICO

La metodología de esta investigación está en el contexto de la Investigación de Diseño, a partir de experimentos de enseñanza mediante la selección de trayectorias hipotéticas de aprendizaje sobre la geometría, que responden a las exigencias de los diseños para todos y con todos.

La Investigación de Diseño o Investigación Basada en Diseño es, según (Confrey, 2006; Sawyer, 2006), una metodología de tipo cualitativo, que busca analizar el aprendizaje en contextos mediante el análisis sistemático de las formas particulares de aprendizaje, las estrategias y herramientas de enseñanza. En palabras de Confrey (2006) se persigue documentar:

Qué recursos y conocimiento previo ponen en juego los alumnos en las tareas, cómo interaccionan los alumnos y profesores, cómo son creadas las anotaciones y registros, cómo emergen y evolucionan las concepciones, qué recursos se usan, y cómo es llevada a cabo la enseñanza a lo largo del curso de la instrucción. (p. 2).

La Investigación de Diseño utilizada, busca explicar por qué un diseño de instrucción propuesto para el aprendizaje de la geometría puede movilizar el aprendizaje y sugerir formas con las cuales puede ser adaptado a poblaciones de estudiantes sordos. Al mismo tiempo que se estudia el proceso de aprendizaje, se analizan los modos mediante los cuales el aprendizaje se sustenta y se organiza (Cobb & Gravemeijer, 2008).

Para el experimento de enseñanza, siguiendo las orientaciones de estudios previos (Kelly & Lesh, 2000; Steffe & Thompson, 2000), se buscó, seleccionó y ajustó una secuencia de episodios de enseñanza (Trayectoria de aprendizaje) en la que participaron investigadores, docentes y estudiantes, y se mantuvo una comunicación entre ellos, motivada por el propósito de experimentar de primera mano: por parte de los estudiantes, su construcción del conocimiento; por parte de los docentes, la construcción de su conocimiento sobre la construcción de los estudiantes; y por parte de los investigadores, la construcción del conocimiento sobre ambos y sobre sus interacciones.

La expresión “Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje” (THA) refiere a las predicciones del profesor sobre el camino por el que el aprendizaje puede moverse. Son hipotéticas debido a que las trayectorias reales de aprendizaje de los estudiantes sordos dependen de la

condición de existencia de cada individuo y a que el aprendizaje de los individuos tiene ciertas regularidades. Las THA le proporcionaron al investigador un criterio racional para decidir el diseño que él considera, la mejor conjetura de cómo puede avanzar el aprendizaje (Simon & Tzur, 2004).

Las THA de geometría analizadas por Sarama, Clements & Vulkelic (1996), “ayudan a los maestros a entender la variedad de niveles de conocimiento y de pensamiento de sus clases y de los individuos dentro de ellas, como fundamentales para satisfacer las necesidades de todos los niños” (p.16). La propuesta de las THA de geometría, contribuyeron a dar respuesta a preguntas tales como: ¿qué metas o propósitos se deben establecer en el aprendizaje de la geometría para población sorda?, ¿por dónde empezar el aprendizaje de la geometría en cada momento de desarrollo de la población sorda?, ¿cómo sabemos a dónde ir con el aprendizaje de la geometría de la población sorda?, ¿cómo podemos favorecer el aprendizaje para que la población sorda vaya alcanzando las metas o propósitos?

Siguiendo a Clements & Sarama (2009, p. 17) se consideraron las tres partes de las THA:

a) Las metas o propósitos geométricos, entendidos como el conjunto de los conceptos y habilidades que son matemáticamente centrales y coherentes, consistentes con el pensamiento de los niños y generadoras de futuros aprendizajes. b) La ruta de desarrollo a lo largo de la cual los niños progresan, constituida por los niveles de pensamiento cada uno más sofisticado que el anterior y que conducen a la meta geométrica. c) Un conjunto de actividades instruccionales, o tareas relacionadas para cada uno de los niveles de pensamiento, que fomentan el paso de un nivel a otro.

Las experiencias de aprendizaje en el campo de la geometría se pueden dar en espacio, forma y magnitud, para este gran campo del saber existen varias trayectorias hipotéticas de aprendizaje centradas en una noción específica (Clements & Samara, 2009). La abstracción geométrica que surge de la experiencia con las formas como atributos de los objetos, consolida las figuras geométricas como objetos de conocimiento. Distinguir o reconocer las formas es una capacidad que se desarrolla en los primeros años de vida, su desarrollo permite discriminar aspectos que surgen de la comparación de objetos en contextos que privilegian las percepciones sensoriales como lo visual y táctil, por ejemplo, la discriminación de aspectos como lados y esquinas puede no ocurrir un primer momento de

la comparación y requerir de contextos organizados para que ella ocurra (Clements & Sarama 2009). Las THA parten del hecho que el aprendizaje se da a partir del desarrollo progresivo y guarda una fuerte relación con la complejidad de las tareas que se les asignan a los estudiantes, en el transcurso de sus vidas ellos establecen diferentes estrategias, que pueden, o no, ser influenciadas por las tareas que les propone el profesor. Este desarrollo refleja una jerarquización progresiva, permitiéndole organizar estructuras previas y construir un plan mental para construcciones más complejas.

Las THA que proponen los autores para la noción forma, están fuertemente relacionadas con el reconocimiento de la geometría como una importante fuente de modelación que permite interpretar, entender y apreciar un mundo que se torna particularmente geométrico. Desarrollan además, el pensamiento espacial a partir de la percepción espacial, de las percepciones sobre las figuras bidimensionales y tridimensionales y la comprensión de las figuras geométricas como una síntesis de propiedades.

Cada una de las tres THA asociadas a la noción de forma geométrica (Clements & Sarama 2009) hace explícito un tipo de macro procesos que se presenta en la Tabla 1.

Tipo de trayectoria	Tipos de procesos
THA para pensamiento espacial.	Orientación Espacial (Considera puntos de referencia y coordenadas)
	Visualización Espacial (Discurre en la ubicación de las formas y ejecuta movimientos)
THA para el desarrollo de formas bidimensionales y tridimensionales.	Composición de figuras en 3D
	Composición y descomposición de figuras 2D
	Extractor de figura
THA para figuras geométricas.	Comparación (incluye niveles de principios de congruencia y determinación).
	Clasificación (Clasifica las formas a partir de un reconocimiento, identificación y análisis).
	Reconocimiento de componentes (Implica distinguir, nombrar, describir y cuantificar los componentes de las formas como los lados y ángulos).
	Representación (Implica la construcción de las formas).

Tabla 1. Macro procesos de las THA de las formas geométricas

Los criterios para la selección de la THA de geometría permitieron:

- no dejar a la intuición o al ensayo y error la selección de las tareas de aprendizaje, en su lugar, el mecanismo de THA ofreció un marco de referencia

para pensar acerca de cómo las tareas pueden promover el proceso de aprendizaje,

- la creación de conjuntos de actividades destinadas a desarrollar la noción de forma, en el diseño del plan de estudios, con un fundamento teórico de referencia,
- la modificación de conjuntos de actividades que no logran su objetivo. En este caso, cada componente de la THA se reexamina a la luz de las reacciones de los estudiantes.

De la metodología de experimento de enseñanza se consideraron las siguientes acciones para el proceso investigativo:

- Identificación de conocimientos e hipótesis de los profesores sobre los conocimientos y representaciones de geometría que poseen los estudiantes sordos en los primeros grados de escolaridad, además de las hipótesis sobre como aprenden.
- Búsqueda y selección de una secuencia de enseñanza para el aprendizaje (Trayectoria Hipotética de Aprendizaje THA) de la geometría para estudiantes de primeros grados de escolaridad.
- Análisis de los componentes de la THA.
- Toma de decisiones sobre los ajustes a los componentes de la THA para la población de estudiantes sordos.
- Implementación de los componentes ajustados de la THA.
- Diseño de herramientas, en forma de rejillas, para el análisis de las Trayectorias Reales de Aprendizaje (TRA) por parte de los estudiantes.
- Identificación de los ajustes requeridos para los diseños de enseñanza.

La THA de la forma fue propuesta a un grupo de niños sordos profundos asignados al grado tercero en una institución escolar de Bogotá (Colombia) que presenta inclusión. Aunque los niños sordos están en una institución con población mayoritaria oyente, ellos se encuentran en un aula especializada en la que solo hay niños sordos. La profesora es oyente con manejo de Lengua de Señas Colombiana (LSC).

Para la sistematización y análisis de la información se propusieron rejillas, a continuación se presentan algunas:

- **Rejilla control de información de estudiantes.** Reconoce datos significativos de las niños, necesarios para la THA, se indaga por el nivel de sordera (hipoacusia o sordera profunda), datos familiares y su estado de comunicación en lengua de señas.
- **Rejilla Actividades THA.** Reconoce datos asociados a los indicadores de progreso del nivel, como aparece en la Tabla 2.

Nivel I Comparador de “la Misma Forma” (Comparación)				
Actividad	Indicador del nivel			
	Comparar “las mismas Figura” <i>Comparación de objetos del mundo real.</i>	Expresa en LSC Dos representaciones o dos imágenes son la misma o diferentes	Igualar Formas – Idénticas. <i>Comparación</i> Emparejar figuras que le sean familiares y que tengan <i>el mismo tamaño y orientación</i> (círculos, cuadrados, triángulos típicos)	Tamaños Iguala figuras que le sean familiares pero con diferentes tamaños.

Tabla 2. Rejilla para la elaboración de las actividades de la THA de las figuras geométricas

- **Rejilla de registro de los estudiantes en la THA.** Organiza e identifica las técnicas de recolección de datos (artefactos, videos, entre otros) que contienen información del proceso de aplicación y/o los procesos realizados por los niños en el desarrollo de la THA, como aparece en la Tabla 3.

Nivel I Comparador de “la Misma Forma” (Comparación)						
Estudiante	Indicador del nivel					
	Comparar “las mismas Figura” <i>Comparación de objetos del mundo real</i>	Expresa en LSC Dos representaciones o dos imágenes son la misma o diferentes	Igualar Formas – Idénticas. <i>Comparación</i> Emparejar figuras que le sean familiares y que tengan <i>el mismo tamaño y orientación</i> (círculos, cuadrados, triángulos típicos)	Tamaños Iguala figuras que le sean familiares pero con diferentes tamaños.	Orienta figuras que le sean familiares pero con diferente orientación.	Dificultades que tiene en el nivel

Tabla 3. Rejilla de registro de los estudiantes en la THA de las figuras geométricas

RESULTADOS

En la aplicación de la THA aparecen la TRA en estas se reconoce que las THA pueden contribuir no solo en el campo matemático sino también en el lingüístico, al desarrollar el lenguaje escrito y la LSC en el aprendiz. Las THA de las formas geométricas despliegan un sistema de actividades e indicadores de avances de niveles.

THA de la Forma ajustada para población sorda

La THA propuestas por Clements y Sarama (2009) consideró poblaciones en situación de vulnerabilidad económica y poblaciones ciegas, la Tabla 4 presenta la trayectoria seleccionada, con los veinticinco niveles de la THA con sus respectivos procesos transversales.

Nivel	Nombre	Proceso
I	Comparador de “la Misma Forma”	Comparación
II	Reconocedor de Formas – Típicas	Clasificación
III	Comparador “Similar”	Comparación
IV	Igualador de Formas con Más Formas	Comparación
V	Reconocedor de Formas Círculos, Cuadrados y triángulos	Clasificación
VI	Comparador de Partes	Comparación
VII	Constructor de Formas – a partir de Partes – Como lucen	Partes
VIII	Comparador de Algunos Atributos	Comparación
IX	Reconocedor de Formas – Todos los Rectángulos	Clasificación
X	Reconocedor de Lados	Partes
XI	Comparador de la Mayoría de Atributos	Comparación
XII	Reconocedor de Esquinas (Ángulos)	Partes
XIII	Reconocedor de Formas – Más Formas	Clasificación
XIV	Identificador de Formas	Clasificación
XV	Reconocedor de Ángulos – Más Contextos	Partes
XVI	Identificador de Partes de Formas	Clasificación
XVII	Determinador de Congruencias	Comparación
XVIII	Determinador de Congruencias por Superposición	Comparación
XIX	Constructor de Formas a partir de Partes – Exactas	Representación
XX	Representador de Ángulos	Partes
XXI	Representador de Congruencia	Comparación
XXII	Identificador de Clases de Formas	Clasificación
XXIII	Identificador de Propiedades de Formas	Clasificación
XXIV	Identificador de Clases de Propiedades	Clasificación
XXV	Sintetizador de Ángulos	Partes

Tabla 4. THA de las figuras geométricas propuesta por Clements y Sarama (2009)

A las hipótesis de esta THA de Clements y Sarama se vincula como hipótesis para el desarrollo de la LSC y el Español Escrito (EE), la necesaria presencia en los niveles de desarrollo de: i) la designación de objetos; ii) el decir alguna cosa sobre los objetos que se designan, bajo la forma de una proposición enunciada; iii) el vincular la proposición enunciada en un todo coherente; y iv) el asignar un valor o un estatus para una expresión por parte de quien la enuncia. Las anteriores acciones corresponden respectivamente a la descripción de “la función referencial de designación de objetos, la función apofántica de expresión de enunciados completos, la función de expansión discursiva de un enunciado completo y la función de reflexividad discursiva” (Duval 1995/2004, p.89). El mismo autor citando a Benveniste señala que el cumplimiento de esas cuatro funciones permite la presencia de un discurso, es decir, “una expresión “que hace referencia al mundo” de una manera que pueda ser compartida con los interlocutores”.(p.88).

La presencia de condiciones para el desarrollo de las cuatro funciones discursivas de la LSC, se manifiesta en la reorganización de los procesos en cada nivel y en la estructura de las actividades propuestas. La tabla 5 presenta un ejemplo la incorporación de los procesos vinculados al desarrollo de la LSC y el EE en cada nivel de la THA de Clements y Sarama:



Niveles en el que aparece el proceso de comparación	Descripción del nivel
<p>Nivel I Comparador de “la Misma Forma”</p> <pre> graph TD A([Comparador de "la Misma Forma" (Comparación) I]) --> B[La relación autónoma (Física y Perceptual) con la forma] A --> C[Comparar "las mismas Figura"] C --> D[Emparejamientos basados en los significados de los objetos] C --> E[Igualador] E --> F[Expresa en LSC] E --> G[Formas - Idénticas] F --> H[Privilegio de las funciones referencial y apofántica de la LSC] F --> E E --> I[Orientación] E --> J[Tamaños] F --- K["- Lo mismo"] F --- L["- Diferente"] </pre>	<p>Al fomentar la relación autónoma (<i>Física y Perceptual</i>) con la forma, se reconocen componentes implícitos de los objetos y las figuras como los bordes, este hecho permite, hacer una conservación del tamaño, aunque se completan patrones por análisis de características, podría haber sesgos hacia la simetría y atraso en las regularidades.</p> <p>El reconocimiento de componentes se manifiesta en el uso LSC, para designar objetos y para generar expresiones como “... es diferente de ...”</p>
<p>Nivel III Comparador “Similar” (Comparación)</p> <pre> graph TD A([Comparador "Similar" (Comparación)]) --> B[Compara] B --> C[Similitudes] B --> D[Diferencia] C --> E[Expresa en LSC] D --> E E --> F[Uso de funciones referencial y apofántica de la LSC y el español escrito (EE)] E --- G[Uso de dibujos y signos pre matemáticos Identificación de regularidades] </pre>	<p>Es en el proceso de Comparador “Similar” donde el niño decide que dos formas son la misma si visualmente son más sus similitudes que sus diferencias. Expresa en LSC el nombre de una forma y su relación de similitud o diferencia con otras formas</p>

<p>Nivel IV Igualador de Formas con Más Formas (Comparación)</p>	<p>En este nivel el niño va a lograr “Emparejar y Nominar Formas” usando una amplia variedad de formas en diferentes orientaciones. Además va a estar en la capacidad de igualar las figuras a partir de diferentes combinaciones.</p>
<p>Nivel VI Comparador de Partes (Comparación)</p>	<p>Los modelos perceptualmente accesibles (formas familiares, imágenes mentales globales y estáticas), implícitamente analizados, orientan manipulaciones físicas para crear configuraciones aproximadas de una forma dada. Dice en LSC “Estas figuras son iguales” después de igualar uno de los lados</p>
<p>Nivel VIII Comparador de Algunos Atributos (Comparación)</p>	<p>Hay análisis de los objetos para comparar atributos o propiedades. Un resultado para “lo mismo” es producido en ausencia de diferencias relevantes, y “no es lo mismo” por presencia de al menos una diferencia relevante. Sin embargo el análisis no necesariamente se realiza sobre todo el objeto. No todos los atributos son comparados. Expresa en LSC enunciados que valoran como cierto o falso otro enunciado</p>

Tabla 5. Niveles del proceso de comparación de la THA y el desarrollo de la LSC

Trayectoria Real de Aprendizaje

Las Trayectorias Reales de Aprendizaje (TRA) presentan las formas y modos en los que los estudiantes recorrieron o no, los niveles considerados inicialmente. Para el seguimiento de la TRA se aplicaron las rejillas de identificación de cumplimiento de indicadores del nivel de la THA. Los indicadores evidenciaron que todos los estudiantes del grado tercero alcanzaron los diez niveles aplicados y observados de la THA. A continuación se presenta los resultados de la TRA de uno de los estudiantes y el desarrollo en el EE y la LSC de otro estudiante. (Tabla 6.)

Nivel	Evidencias del progreso	Tipo de indicador
I		<p>El estudiante en el primer nivel de la trayectoria denominado “comparador de la misma forma”, reproduce esquemas con figuras de la misma forma y orientación que el modelo dado</p>
IV		<p>En el nivel IV, además de orientar las formas puede igualar una mayor variedad de figuras de diferentes tamaños y con diferentes orientaciones.</p> <p>En este nivel, se evidencia un avance en la expresión de LSC del niño sordo, quien propone una forma de nombrar a través de su lengua, la siguiente representación evidencia el desarrollo de la expresión “lo mismo que” o “igual a”, considerando solo el atributo forma cuadrada, como el invariante identificado y designado por su lengua (función referencial LSC)</p>


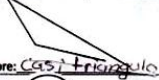











VIII	Formas dada	Formas iguales a	Formas diferentes de	<p>La actividad consistía en seleccionar de un grupo de láminas con figuras, la que consideren igual a la forma dada y la que consideren diferente. El estudiante en esta primera actividad de reconocimiento, identifica las figuras iguales por forma, tamaño y orientación.</p> <p>Evidenciar un desarrollo al asignar la palabra “casi” como prefijo a nombres de ya conocidas para obtener nuevos nombres (inicios de una función reflexiva del EE) y al componer las palabras ova y lado para crear el nombre ovalado (función referencial)</p>
		 Nombre: <u>Casi Triángulo</u>	 Nombre: <u>casi</u>	
		 Nombre: <u>Casi</u>	 Nombre: <u>casi</u>	
		Nombre: _____	Nombre: _____	
		 Nombre: <u>Casi</u>	 Nombre: <u>casi</u>	
		 Nombre: <u>Casi</u>	 Nombre: <u>casi</u>	

Tabla 6. Niveles del proceso de comparación de la THA y el desarrollo de la LSC

A medida que los niños van desarrollando las actividades de la trayectoria hipotética sus expresiones lingüísticas se vuelven indicadores de avance en los niveles de desarrollo de una trayectoria real. Este desarrollo, refleja una jerarquización progresiva, permitiéndole establecer relaciones, organizar estructuras y construir planes mentales para actividades más complejas.

A continuación otra estudiante que muestra una TRA de la LSC. (Tabla 7.)






Nivel	Descripción del nivel	Evidencia
II		
El estudiante asigna un nombre en LSC al grupo de los cuadrados y otro nombre en LSC al grupo de los triángulos (Función referencial de la LSC)		
III		
Uso de la LSC para expresar la existencia de tres puntas y tres lados en el triángulo		
		
IV	Expresa en LSC que las dos figuras son diferentes, aunque las dos tienen cuatro lados y cuatro puntas pero una es un cuadrado y la otra es un rombo (desarrollo de la función reflexiva de la LSC)	

Tabla 7. Desarrollo de la TRA de la LSC

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

La ampliación de la THA de la forma propuesta por Clements y Sarama, con hipótesis provenientes de las funciones discursivas del empleo de una lengua, adicionó una hipótesis mayor en el diseño del experimento de enseñanza: no hay metas matemáticas diferentes para poblaciones sordas y para poblaciones oyentes. El desarrollo progresivo, identificado en los niños sordos, en sus TRA de las formas como figuras geométricas, permitió validar, tanto las hipótesis de la THA ampliada, como la hipótesis sobre la no diferenciación en metas matemáticas. Sin embargo, no se puede desconocer el papel de la alta estructuración de las actividades de la THA que podría suponer un diseño didáctico poco flexible a algunas circunstancias de los estudiantes. Tenemos, entonces, la seguridad de un diseño que surgió de la articulación reflexionada sobre invariantes y variantes de resultados de

investigaciones y teorías de didáctica de la matemática, pero nos queda la incertidumbre de los aspectos no conocidos sobre el aprendizaje de las matemáticas en poblaciones sordas y que aún no esán presentes en investigaciones. En nuestro caso, la THA del diseño favoreció el aprendizaje inicial de las figuras geométricas en una adecuada relación de LSC y EE.

REFLEXIONES FINALES

Los “diseños para todos” y los “diseños con todos” requieren considerar las trayectorias de aprendizaje en el transcurrir de la vida del ser humano y pueden estar vinculadas o no a las instituciones escolares, pero definitivamente están vinculadas a la necesidad de considerar las poblaciones en sus condiciones de existencia escolar y social

Los docentes pueden establecer varias THA, sin embargo, serán las TRA las que finalmente indiquen su pertinencia para las poblaciones consideradas.

La noción de forma se puede desarrollar desde varias trayectorias de aprendizaje y esto es algo que no pueden ignorar las THA que se proponen desde las instituciones escolares. Es decir, considerar diferentes THA es valorar en los diseños didácticos diversidad de condiciones para que poblaciones diversas puedan negociar sus significados.

Para el caso de las poblaciones sordas las THA de la forma se vinculan a TRA que evidencian una relación muy fuerte entre lengua y aprendizaje de las matemáticas. Pero es evidente la necesidad de enriquecer los repositorios de resultados de investigaciones sobre el aprendizaje de las matemáticas de poblaciones sordas, para fortalecer las hipótesis de la THA que se consolidan por los experimentos de enseñanza. Es decir, seguir en el ciclo de enseñanza propuesto por Simon & Tzur (2004).

REFERENCIAS

- Augusto, J., Adrian, J., Alegría, J., & Martínez, R. (2002). Dificultades lectoras en niños con sordera. *Psicothema*, 14(4), 746-753.
- Clements, D. H., & Samara, J. (2009). *Early childhood mathematics education research*. New York: Routledge.
- Cobb, P., & Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to support and understand learning processes. En A. E. Kelly, R. A. Lesh & J. Y. Baek (Eds.), *Handbook of design research methods in education: Innovations in science, technology, engineering, and mathematics learning and teaching* (pp. 68–95). New York: Routledge

- León, O. L., Díaz Celis, F., & Guilombo, M. (2014). Diseños didácticos y trayectorias de aprendizaje de la geometría de estudiantes sordos, en los primeros grados de escolaridad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 9-28.
- Confrey, J. (2006). The evolution of design studies as methodology. En R.K. Sawyer (Ed.), *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (pp. 135-152). Nueva York: Cambridge University Press.
- Costanzo, A. (2001). *Trabajo comparativo del aprendizaje sistemático de las matemáticas entre el segundo ciclo de la EGB normoyente y el segundo ciclo de la EGB oralista para niños sordos* (Tesis doctoral). Universidad del Rosario, Colombia.
- DANE. (8 de septiembre de 2006). *Censo General 2005. Discapacidad*. Obtenido de sitio Web dane.gov.co: <http://www.dane.gov.co/files/censo2005/discapacidad.pdf>.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano*. (M. Vega, Trad.) (2.ª ed.). Cali: Merlín I.D. (Obra original publicada en 1995)
- Erting, C. (1994). *The deaf Way*. Washington. DC: Gallaudet University Press.
- Fernández, E., Díez, M., León, D., Martín, M., & Navas, N. (2005). *Propuesta curricular de la Lengua de Signos Española en el Sistema Educativo*. . II Congreso Nacional de Educación de las Personas Sordas: "Educar en la diversidad" (pp. 1). Valladolid: Fundación CNSE
- León, O., Bonilla, M., Romero, J., Gil, D., Correal, M., Avila, C., Bacca, J., Cavanzo, A., Guevara, C., Saiz, M., García, R., Saiz, E., Rojas, N., Peralta, M., Flores, W., & Márquez, A. (2013). *Referentes curriculares con incorporación de tecnologías para la formación de profesorado de matemáticas*. México D.F.: Universidad Pedagógica Nacional.
- Lewis, S. (1996). The reading achievements of a group of severely and profound impaired school leavers educated within a natural aural approach. *The British Teachers of the Deaf*, 20, 1-7.
- Kelly, A. & Lesh, R. (2000). *Handbook of research design in mathematics and science education*. Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Marchesi, A. (1987). *El desarrollo cognitivo y lingüístico de los niños sordos. Perspectivas educativas*. Madrid: Alianza.
- Ministerio de Educación Nacional-Instituto Nacional para Sordos – Federación Nacional de Sordos Colombianos. MEN-INSOR-FENASCOL. (1998). *Orientaciones Generales para la atención Educativa de las personas con limitación auditiva*. Bogotá: MEN.
- Oviedo, A. (2001). Algunas reflexiones acerca de las personas Sordas y sus lenguas. En L. Patiño, A. Oviedo. & B. Gerner (Eds.), *El estilo sordo*. (Pp. 189-205). Cali: Universidad del Valle.
- Ramírez, P. & Castañeda, M. (2003). *Educación bilingüe para sordos*. Bogotá: MEN-INSOR.
- Sánchez, C. (1990). *La increíble y triste historia de la sordera*. Caracas: Ceprosord
- Sarmiento, A. (2011). *La situación de la educación en Colombia*. Bogotá: Gente nueva Editorial Ltda.

- Sarama, J., Clements, D. H., & Vukelic, E.B. (1996) The role of a computer manipulative in fostering specific psychological/mathematical processes. En E. Jakubowski, D. Watkins & H. Biske (Eds), *Proceedings of the Eighteenth Annual meeting of the North American chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 567-572). Columbus, Ohio: Eric Clearinghouse for Science.
- Sawyer, R. (2006). The New Science of Learning. En R.K. Sawyer (Ed.), *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (pp. 1-18). Nueva York: Cambridge University Press.
- Simon, M. & Tzur, R. (2004). Explicating the Role of Mathematical Tasks in Conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory. *Mathematical thinking and learning*, 6(2), 91-104.
- Skliar, C. (1997). *La educación de los sordos una reconstrucción histórica, cognitiva y pedagógica*. Mendoza: Ediunc
- Steffe, L. & Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. En A.E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education*. (pp. 267-306). Mahwah: NJ: LAE.
- Stockseth, R. (2002). Comprensión de la sintaxis española por lectores sordos chilenos. *Revista Signos Estudios de Lengua y Literatura y Ciencias del Lenguaje*. Universidad Católica de Valparaíso, 35, 271-290.
- Valdés, L. (Comp.). (2000). *La búsqueda del significado*. Madrid: Tecnos.