

# LA PROBLEMÁTICA DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

Un reto para directivos y profesores

Editores

PEDRO GÓMEZ  
PATRICIA I. PERRY



una empresa docente®

*Grupo Editorial Iberoamérica*

SA de CV



Bogotá, 1996

Primera edición, junio de 1996

La problemática de las matemáticas escolares.  
Un reto para directivos y profesores  
Editores: Pedro Gómez, Patricia I. Perry

D. R. © 1996 “una empresa docente”® & Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V. Ninguna parte de esta publicación puede ser reproducida, archivada o transmitida en forma alguna o mediante algún sistema, ya sea electrónico, mecánico, de fotorreproducción, de almacenamiento en memoria o cualquier otro, sin el previo y expreso permiso por escrito de “una empresa docente”, del Grupo Editorial Iberoamérica y de los editores.

Diseño carátula: una empresa docente®

Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V.  
Nebraska 199. Col. Nápoles. 03810  
Tel.: (52-5) 523-09-94. Fax: 543-11-73  
Mexico D.F., Mexico

una empresa docente®, Universidad de los Andes  
Cra. 1 Este # 18 A - 70  
Apartado Aéreo 4976 Tel.: (57-1) 284-9911 ext. 2717. Fax: 284-1890  
Servidor WWW: <http://ued.uniandes.edu.co>  
Bogotá, Colombia

ISBN

Impreso en México

# CONTENIDO

Introducción	vii
PROYECTO DE "UNA EMPRESA DOCENTE"	
La problemática de las matemáticas escolares desde una perspectiva institucional	3
<i>Patricia I. Perry, Paola Valero, Pedro Gómez</i> <i>"una empresa docente"</i>	
ARTÍCULOS DE DIRECTIVOS-DOCENTES	
La investigación como estrategia para superar los conflictos	57
<i>Yadira Espinosa y Rosalba Beltrán</i> <i>Colegio Distrital Carlos Arango Vélez</i>	
Propuesta para recuperar la acción pedagógica del área de matemáticas	63
<i>Rosa M. Bautista y Guillermo Guevara</i> <i>Colegio Distrital La Merced</i>	
La evaluación como factor de progreso en la institución	73
<i>Luis A. Sánchez e Inés M. Vizcaíno</i> <i>Colegio Distrital República de Colombia</i>	
Hacia la cualificación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	77
<i>Marina T. de Prieto y Alix Mantilla</i> <i>Normal Distrital María Montessori</i>	
La comunicación en el área de matemáticas	87
<i>José E. Murillo y Marina Gómez</i> <i>Unidad Básica Rafael Uribe Uribe</i>	

El directivo-docente y el liderazgo pedagógico: 97  
una estrategia de motivación y capacitación de maestros  
en la solución de problemas de matemáticas

*Blanca L. Benavides*  
*Colegio Distrital Sorrento*

## ARTÍCULOS DE PROFESORES

Solución de situaciones matemáticas con relaciones 107  
trigonométricas

*Pablo E. Gil*  
*Colegio Distrital Carlos Arango Vélez*

Adición de fraccionarios 113

*Ana S. Sánchez*  
*Centro Distrital John F. Kennedy*

Producto de binomios de la forma  $(x+a)(x+b)$  123

*Martha G. Venegas*  
*Centro Distrital John F. Kennedy*

Cuadrado de un binomio y factorización 131  
del trinomio cuadrado perfecto

*Yolanda Ruiz y Rafael Torres*  
*Colegio Distrital La Merced*

Una propuesta para abordar la representación gráfica 141  
de las funciones trigonométricas

*Alonso Fragoso y Cecilia Daza*  
*Colegio Distrital Manuela Ayala Gaitán*

Representación gráfica de la función lineal. 149  
Una experiencia de investigación-acción

*Beatriz Cuadros y Nancy Salgado*  
*Colegio Distrital República de Colombia*

Cambio de actitud del profesor frente a 159  
los alumnos y a la clase de matemáticas

*María I. Fonseca*  
*Colegio Distrital Sorrento*

El computador en el salón de clase <i>Amanda M. de Díaz</i> <i>Normal Distrital María Montessori</i>	167
Interpretación y simbolización de enunciados que conducen al planteo de ecuaciones de primer grado con dos variables <i>Margarita Mantilla</i> <i>Normal Distrital María Montessori</i>	175
Aprender polinomios a partir de una microempresa <i>Carlos Serrato</i> <i>Unidad Básica Rafael Uribe Uribe</i>	185



## INTRODUCCIÓN

El proceso de descentralización curricular que se vive actualmente en el país con motivo de la Ley General de Educación (MEN, 1995b) y la obligación que tienen las instituciones de educación básica, media y secundaria de producir un proyecto educativo institucional —PEI— (MEN, 1994, 1995a) son dos factores que han generado nuevas condiciones en los procesos de diseño y desarrollo curricular de los colegios del país. Las dos condiciones mencionadas están obligando a las instituciones y a sus profesores a enfrentar de manera directa y urgente problemas de innovación curricular (Gómez y Valero, 1995). Estas medidas, que buscan generar un proceso de cambio en el sistema educativo, han hecho aparecer gran cantidad de dificultades en las instituciones educativas. Los actores de este proceso de cambio (profesores y directivos) se enfrentan por primera vez a la necesidad de producir alternativas de innovación curricular. Este tipo de actividad está alejada de su práctica diaria. Ellos no tienen suficiente claridad sobre cómo, en qué, y para qué puede servir la innovación curricular.

Para lograr un verdadero cambio en el sistema educativo se requiere que las instituciones educativas inicien el proceso. Para ello se hace necesario que tanto directivos como profesores cambien su práctica, a través de nuevos comportamientos dentro y fuera del salón de clase, de manera que sean más benéficos para la calidad del aprendizaje de sus estudiantes. Pero este cambio en comportamientos no se puede lograr por una simple imposición de instrucciones, sugerencias o guías que vengan de estamentos superiores. Para que profesores y directivos cambien su comportamiento es necesario que ellos puedan generar nuevos puntos de vista acerca de su propia práctica, de las metas de la educación, de la naturaleza del tema de estudio y de los procesos de enseñanza y aprendizaje. En otras palabras, el proceso de cambio sólo es posible si, al cambiar sus visiones, los actores perciben que pueden comportarse dentro y fuera del salón de clase de maneras diferentes a las tradicionales.

El proceso de cambio es entonces un proceso muy lento que requiere que directivos y profesores puedan llegar a cuestionarse acerca de su práctica y de sus visiones. Para que este tipo de cuestionamiento sea po-

sible, es necesario que el individuo viva experiencias que generen conflicto con sus visiones y prácticas actuales. Resulta evidente entonces que los esquemas tradicionales de formación de profesores, en los que éstos son “informados” acerca de nuevas teorías de aprendizaje y nuevas técnicas de enseñanza, no son necesariamente los más eficientes para generar este conflicto y, por ende, para producir un proceso de cambio. Por otra parte, la institución educativa (con su cultura que incluye tradiciones, visiones y organización) influye de manera directa en la posibilidad de que tanto directivos como profesores pueden cuestionar su propia práctica. A menos que la institución educativa esté abierta al cambio, éste no podrá tener lugar.

El Proyecto MEN-EMA fue una experiencia de investigación–acción en la que se buscó atacar el problema del proceso de cambio en la educación matemática de la enseñanza secundaria, a través de resaltar la importancia del papel de la institución en el problema y de construir espacios dentro de los cuales directivos y profesores de matemáticas pudiesen vivir experiencias que generaran conflicto y produjeran cuestionamiento. Se involucró al rector, al jefe del departamento de matemáticas y a dos profesores de matemáticas de bachillerato de diez colegios oficiales del Distrito Capital de Bogotá.

MEN-EMA hace parte de un proyecto de largo plazo (PRIME) que tiene como propósito la creación de una red de colegios e instituciones de educación superior que aporte a la mejora de la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a través del cuestionamiento sobre la propia práctica que se puede generar como producto de la utilización de la investigación–acción como herramienta metodológica para el diseño, puesta en práctica y evaluación de estrategias de innovación curricular. Este proyecto resalta la importancia, tanto de la relación entre las instituciones de educación superior y los colegios, como de la institución educativa en cuanto lugar donde se puede dar el proceso de cambio a través del cuestionamiento de los actores sobre su propia práctica.

Teniendo en cuenta las reflexiones anteriores, se utilizaron los esquemas metodológicos de la investigación–acción (Kemmis y McTaggart, 1988) con el propósito de que directivos y profesores abordaran un problema directamente relacionado con las matemáticas y con su

práctica profesional, en el que sus visiones se pusieran en juego y fuera posible generar algún tipo de cuestionamiento. La participación de los directivos refleja la importancia que se le dio a la institución educativa como espacio dentro del cual puede tener lugar el proceso de cambio. Por otra parte, también se buscó explorar, a través de la interacción con directivos y profesores, la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la secundaria del colegio oficial. El primer capítulo de este libro describe en detalle este trabajo.

Al final del proyecto, directivos y profesores de cada colegio habían identificado un problema, y diseñado, puesto en práctica y evaluado una solución de innovación curricular para el mismo. Directivos y profesores produjeron un reporte de su respectivo proyecto. Este libro contiene estos trabajos.

El libro está compuesto por tres partes. En la primera se presenta el reporte del proyecto que los investigadores de “una empresa docente” realizaron tanto desde el punto de vista del diseño y puesta en práctica de una estrategia de desarrollo profesional, como desde el punto de vista de la exploración de la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en colegios de secundaria. En la segunda parte se encuentran los reportes de los trabajos de los directivos. Finalmente, la tercera parte contiene los reportes de los trabajos de los profesores participantes.

Junto con los investigadores principales del Proyecto MEN-EMA (Patricia I. Perry, Paola Valero y Pedro Gómez), los demás investigadores de “una empresa docente” (Vilma M. Mesa, Cristina Carulla, Felipe Fernández, Mauricio Castro y Cristina Gómez) participaron en la producción de los capítulos de directivos y profesores. Todos “adoptaron” a uno o más colegios en el largo proceso de discusión y revisión de borradores que terminó con la producción de los textos que se presentan en este libro. Este fue un proceso largo y difícil dado que no existe, en nuestro sistema educativo, una cultura de la escritura y no se da la importancia que se requiere al proceso sistemático de divulgación de los resultados de las experiencias realizadas.

Actualmente se está desarrollando el proyecto PRIME I, continuación de MEN-EMA y segunda etapa del proyecto PRIME que se mencionó anteriormente. En esta ocasión se está trabajando con un mayor

número de colegios y se ha permitido la participación de instituciones privadas. Hacia el futuro se espera explorar la problemática de la transferencia del saber-hacer a otras instituciones de educación superior de tal forma que, en el mediano plazo, sea posible conformar la red de colegios y universidades, meta final de esta experiencia.

Este proyecto tuvo el apoyo de la Fundación Corona, el Ministerio de Educación Nacional y la Fundación Restrepo Barco. Se quiere resaltar de manera muy especial el apoyo recibido, a lo largo de todo el proyecto, de parte de la doctora Rosa María Salazar, directora del área de educación de la Fundación Corona, hasta hace poco. Ella fue siempre una voz de aliento y, sin su ayuda y su confianza en el equipo, no habría sido posible lograr los recursos financieros necesarios para la realización del proyecto. Por otra parte, es importante mencionar a Margarita Peña y Carmen Helena Vergara, quienes desde su cargo en el Ministerio de Educación y en el Departamento de Planeación Nacional respectivamente, contribuyeron a la gestación de las ideas que dieron lugar a este proyecto

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Gómez, P. y Valero, P. (1995). La potenciación del sistema de educación matemática en Colombia. En Gómez, P. et al. *Aportes de "una empresa docente" a la IX CIAEM*. Bogotá: "una empresa docente" y Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 1-10.
- Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación - acción*. Barcelona: Laertes.
- MEN (1994). *Reflexión sobre los proyectos educativos institucionales y guía para la construcción de planes operativos por parte de las comunidades educativas*. Bogotá: MEN.
- MEN (1995a). *Decreto 1860 de agosto 3 de 1994*. Bogotá: MEN.
- MEN (1995b). *Ley General de Educación. Ley 115 del 8 de febrero de 1994*. Bogotá: MEN.



Proyecto de  
“una empresa docente”







# La problemática de las matemáticas escolares desde una perspectiva institucional

*Patricia I. Perry*  
*Paola Valero*  
*Pedro Gómez*  
*“una empresa docente”*



## INTRODUCCIÓN

El Proyecto MEN-EMA, estudio que aquí se presenta, es la fase preliminar de un proyecto de investigación y desarrollo (Proyecto PRIME) planeado a ocho años. En el largo plazo, el Proyecto PRIME tiene el propósito de conformar y consolidar una red de instituciones de educación superior y colegios del país, cuyo objetivo central sea mejorar la calidad de la educación matemática desde una perspectiva institucional. Lo anterior se logra a través de una dinámica de interacción que apoye los procesos de cambio dentro del sistema curricular.

El Proyecto MEN-EMA, fase preliminar del Proyecto PRIME, fue realizado entre enero de 1994 y junio de 1995 por “una empresa docente”, centro de investigación de la Universidad de los Andes en Bogotá, Colombia<sup>1</sup>. Fue un estudio exploratorio que tuvo como objetivos cen-

trales hacer una aproximación al problema de la calidad de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares en Bogotá, y experimentar una estrategia de desarrollo profesional para directivos-docentes y profesores, que influyera positivamente en tal problemática. La metodología de investigación que se adoptó fue la investigación-acción como herramienta para simultáneamente generar conocimientos sobre la problemática e influir sobre ella.

Dada la metodología, dentro del proyecto se destacan dos dimensiones: una de acción relacionada con la estrategia de desarrollo profesional; y otra de investigación que tiene que ver con la exploración de la problemática por parte de los investigadores de “una empresa docente”. La primera dimensión y las actividades que al respecto se realizaron sirvieron como espacio de interacción entre las instituciones escolares y los investigadores de “una empresa docente”. Las dos dimensiones se desarrollaron de forma paralela, aunque la primera se inició en enero y culminó en noviembre de 1994, y la segunda se inició al mismo tiempo y se prolongó hasta junio de 1995.

En el presente artículo se exponen las dos dimensiones del estudio exploratorio Proyecto MEN-EMA y sus resultados. En primer lugar, se introduce la problemática de la calidad de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y la manera como fue abordada. A continuación se describe la estrategia de desarrollo profesional y sus resultados en términos de formación de los participantes. Después se toca lo correspondiente a la dimensión de investigación. Allí se da cuenta del proceso que vivieron los investigadores de “una empresa docente” para explorar y describir la problemática de la educación matemática desde la perspectiva de la institución educativa. Específicamente, se presentan tanto el proceso para elaborar un modelo del sistema asociado con la problemática –Sistema Institucional de la Educación Matemática–, como el modelo mismo. Dentro de la misma dimensión, se presenta también la descripción de tres estados del sistema: el ideal que refleja la posición ideológica de los investigadores con respecto al *deber ser* del sistema, el inicial que se refiere al estado del sistema antes de iniciar la

---

1. El estudio fue financiado por la Fundación Corona y el Ministerio de Educación Nacional.

aplicación de la estrategia de interacción con profesores y directivos de los colegios participantes, y el final que alude al estado del sistema al terminar la aplicación de la estrategia. Como consecuencia de la contrastación implícita entre los estados inicial y final se mencionan los efectos que tuvo la estrategia sobre las características estructurales del sistema. Finalmente, se exponen las conclusiones generales del estudio.

## EL PROBLEMA DE LA CALIDAD DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

Los temas de la efectividad de la enseñanza de las matemáticas y sus resultados escolares se han abordado desde varias áreas de la investigación educativa y bajo diversos paradigmas (Schatz & Grouws, 1992). Con la evolución de los conceptos de enseñanza y aprendizaje se ha llegado a comprender que la enseñanza efectiva depende significativamente de los contextos en los que el profesor trabaja, en particular, de la organización y las prácticas instauradas en el colegio y en el departamento de matemáticas al cual pertenece (McLaughlin *et al.*, 1990). Los estudios que siguen las directrices de investigación conocidas como efectos escolares y colegios efectivos se han enfocado en aquellas condiciones del clima del colegio asociadas con resultados deseables en el estudiante. Más recientes son las investigaciones encaminadas a examinar la incidencia del contexto escolar sobre los roles que asume el profesor y sobre la disposición hacia prácticas tales como la colegialidad, la toma de decisiones y su propio desarrollo profesional. En esta línea, sobresale Rosenholtz (1991) porque, además de examinar variables que afectan la vida escolar, centra su atención en la relación entre tales variables.

En Colombia existe una problemática alrededor de la calidad de la formación matemática que se da a los estudiantes en los colegios<sup>2</sup>. Tal problemática suele asociarse de manera exclusiva con algunos indicadores como la alta mortalidad académica y la deserción escolar. Pero, cabe insistir, éstos son sólo indicadores. La naturaleza del problema es mucho más profunda. Es *compleja* ya que son muchos los elementos y

las relaciones que intervienen: hay influencias internas y externas, algunas de ellas no se pueden controlar y el cambio de otras requiere de procesos largos y difíciles. Es *diversa* porque características tales como el estilo de dirección, la forma de comunicación, la concepción de las matemáticas a nivel institucional, entre otros, establecen diferencias significativas en el clima del colegio y en los resultados de los alumnos. Y es *dinámica* puesto que los problemas varían cuantitativa o cualitativamente a través del tiempo, dependiendo de cambios que se operan en las instituciones, o en las reglamentaciones programáticas generales, o en las influencias externas. En fin, en el problema de la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares intervienen muchos más elementos que los problemas parciales que involucran inmediatamente a estudiantes y profesores.

Por lo tanto, la calidad de la educación, en general, se refiere a:

*[...] la coherencia de todos los factores de un sistema educativo que colma las expectativas de una sociedad y de sus más críticos exponentes. Por lo tanto incluye la calidad de los **insumos** materiales y financieros que entran a él, la de los **agentes involucrados**, entre los cuales los educandos y los educadores son los más importantes, aunque no los únicos, la de los **procesos** que ocurren día a día, la de los **ambientes** en los que ocurren esos procesos y la de los **productos** del sistema medidos de múltiples maneras y no sólo por indicadores de rendimiento académico (Aldana et al., 1994, p. 89).*

Por su parte, la calidad de la formación matemática que reciben los estudiantes se refiere a cómo esta serie de elementos institucionales se conjugan para lograr que los estudiantes (NCTM, 1991, p. 5):

---

2. Los primeros resultados del Sistema Nacional de Evaluación de la Calidad de la Educación (MEN, 1992, p. 61) muestran para la educación básica primaria que se presenta “una seria deficiencia en la calidad de la educación matemática en relación con la resolución de problemas aplicables a la vida diaria. En este contexto, el logro que el estudiante obtiene en la correcta ejecución de algoritmos, usuales y nuevos, se ve francamente desvirtuado. El estudiante puede seguir el algoritmo, pero no puede plantearlo en la resolución de un problema concreto”. Las fallas observadas por este estudio evidencian el alejamiento del colegio con respecto a los criterios de calidad de la educación matemática que se anotan más adelante.

- 1) *aprendan a valorar las matemáticas*
- 2) *se sientan seguros de su capacidad para hacer matemáticas*
- 3) *lleguen a resolver problemas matemáticos*
- 4) *aprendan a comunicarse mediante las matemáticas*
- 5) *aprendan a razonar matemáticamente*

Estas capacidades generales se manifiestan en la potencia matemática de los estudiantes. Una educación matemática de calidad, en el contexto del colegio, debería construir tal potencia matemática. Esta denota (NTCM, 1991, p. 5):

*[...] la capacidad que tiene un individuo de explorar, formular hipótesis y razonar lógicamente, así como la capacidad de usar de forma efectiva diversos métodos matemáticos para resolver problemas imprevistos. Esta noción se basa en el reconocimiento de que la matemática es algo más que un conjunto de conceptos y destrezas que hay que dominar; también comporta métodos de investigación y razonamiento, medios de comunicación y nociones sobre su contexto. Además, la potencia matemática supone para todo individuo un desarrollo de la confianza en sí mismo.*

Por tanto, vale la pena detenerse en un examen más detallado de lo que sucede en la institución educativa, para dar cuenta del estado de la calidad la educación matemática en ella. Dada esta percepción, son tres los supuestos claves con los que se trabajó en el Proyecto MEN-EMA para abordar una problemática de tal naturaleza.

*La institución como un todo es importante.* El colegio es el espacio donde se construyen y manifiestan las relaciones entre los actores que están estrechamente relacionados con la problemática que se está abordando. Al interior de la institución educativa confluyen tanto la labor de los directivos como la de los profesores en el logro de unas metas de formación de sus estudiantes. La coherencia entre los planes institucionales planteados por los directivos y las prácticas docentes de los profesores permite generar una dinámica interna de trabajo que favorece el desarrollo de una formación de calidad para los estudiantes.

*El cambio se hace a través de la transformación de las personas.* Para que en una institución se inicie un proceso de cambio en las relaciones entre sus miembros es necesario influir en las concepciones que ellos tienen sobre sí mismos y sobre sus posibilidades de actuación. Sólo un cambio personal de los directivos y profesores en relación con su práctica administrativa y académica puede motivar una reorganización dinámica de toda la estructura institucional para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas.

*La investigación-acción es una herramienta para generar un proceso de cambio.* La transformación personal se logra a través de la participación en experiencias de formación profesional no tradicional, donde se fomente la reflexión crítica y se potencie la capacidad de cada individuo y del conjunto de ellos para detectar y proponer soluciones a los problemas que dependen de ellos. La investigación-acción ofrece una metodología apropiada para iniciar tal proceso.

Con base en estos supuestos y para comenzar a abordar el problema de la deficiente calidad del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas en colegios oficiales de Bogotá, con el Proyecto MEN-EMA se propuso iniciar un proceso de conocimiento y comprensión de la problemática de la enseñanza de las matemáticas y también, interactuar con tal problemática. Es así, como el proyecto definió dos líneas de trabajo:

- una de acción, cuyo objetivo fue diseñar y aplicar estrategias de desarrollo profesional para profesores y directivos-docentes, que permitieran abordar positivamente tal problemática;
- otra investigativa, cuyo objetivo fue explorar la problemática de las matemáticas escolares en el bachillerato de colegios oficiales de Bogotá, desde una perspectiva institucional.

## LA DIMENSIÓN DE ACCIÓN

Como ya se dijo, el trabajo realizado dentro de la dimensión de acción del Proyecto MEN-EMA, se inició en enero y culminó en noviembre de

1994. Para describir esta dimensión nos centraremos en la justificación de un esquema de formación no tradicional como el que se llevó a cabo, en la presentación del esquema mismo y en el análisis de los aportes de ese esquema a la formación de los participantes.

## **NECESIDAD DE INNOVAR EN LOS ESQUEMAS DE DESARROLLO PROFESIONAL**

En la problemática de la calidad de la educación matemática en los colegios colombianos, es esencial la capacidad de los agentes involucrados, en especial de directivos-docentes y de profesores, para mantener una dinámica apropiada en los demás factores que intervienen en la calidad de la educación matemática. Esta capacidad se fortalece en la medida en que se realicen esfuerzos de capacitación que tengan por objetivos centrales (Gómez, P. y Valero, P., 1995, p. 7):

*La construcción de una actitud crítica con conciencia social que le permita a la persona observar y analizar su práctica con el propósito de mejorarla para efectos de aportar a una mejor formación matemática del estudiante.*

*La construcción de una capacidad y responsabilidad multiplicadora que induzca a la persona a compartir sus experiencias, a aceptar la crítica de sus pares y mantener una actitud permanente de aporte al proceso de potenciación del sistema.*

En los esquemas tradicionales de capacitación, se enfatiza más la recepción pasiva de información por parte de los asistentes que la construcción de conocimiento dentro de un ambiente abierto de reflexión y discusión. Por lo general, se espera que en los cursos para profesores y directivos se ofrezcan fórmulas predeterminadas para la solución de un problema particular. El impacto que tienen estos cursos tradicionales en la formación de las personas contribuye un poco al aumento de sus conocimientos, pero no necesariamente se refleja en un cambio de actitud hacia su práctica docente. Como el fin último de la capacitación y formación de docentes y directivos está en el cambio de sus concepciones, actitudes y, por ende, sus comportamientos, entonces se necesita ofrecer

experiencias diferentes que fomenten el logro de los objetivos anteriormente señalados.

En este sentido, involucrar a los participantes en una experiencia de formación profesional (que potencie las capacidades individuales y ofrezca algunas herramientas para ello) implica romper con la inercia de la recepción pasiva de información e iniciar un proceso de construcción colectiva del conocimiento (Lappan y Theule-Lubienski, 1993, 252). Desde ese punto de vista, el esquema de desarrollo profesional que se llevó a la práctica era innovador.

### **EL ESQUEMA DE DESARROLLO PROFESIONAL**

Se seleccionaron diez colegios oficiales de Bogotá. En tal selección se tuvo en cuenta fundamentalmente la opinión que los investigadores de “una empresa docente” se formaron (a través de una entrevista) del posible compromiso del rector de cada colegio con el proyecto.

Se conformaron dos grupos de trabajo, el de los directivos-docentes y el de los profesores de matemáticas. El primero estuvo constituido por el rector y el jefe del departamento de matemáticas<sup>3</sup> de cada uno de los diez colegios participantes en el proyecto. El segundo, por dos profesores de cada uno de los colegios. En ambos grupos participaron también dos investigadores de “una empresa docente”. Ellos fueron los coordinadores de las actividades realizadas.

Directivos y profesores en sus respectivos grupos vivieron la experiencia de realizar una investigación-acción. Los directivos de cada institución identificaron un aspecto relacionado con la problemática de las matemáticas en su colegio, aspecto sobre el cual tuvieran injerencia y quisieran incidir. Para ese aspecto planificaron una acción específica tendiente a lograr un cambio, la llevaron a cabo, la observaron y determinaron los efectos que ella tuvo sobre el aspecto en cuestión. Los profesores de cada institución –de manera individual o en grupo– seleccionaron un tema de alguno de los cursos que tenían a su cargo, tema que pudieran tratar en máximo tres horas de clase y cuya enseñanza quisieran mejorar en algún aspecto. Para dicho tema realizaron el correspondiente diseño y desarrollo curricular. Al terminar el proyecto,

---

3. O quien fuera el coordinador de los profesores de matemáticas en la institución.

tanto profesores como directivos-docentes participaron en la presentación de resultados y en la producción de artículos sobre sus experiencias en la realización de pequeños proyectos de investigación-acción.

El esquema de trabajo con los directivos incluyó ocho reuniones, cada una de cuatro horas, en días sábados, distribuidas a lo largo de los nueve meses que duró el proyecto. Además, dispusieron de cierto tiempo para desarrollar la investigación y para asistir a entrevistas personales con los coordinadores del proyecto.

El esquema de trabajo con los profesores incluyó tres seminarios, de veinte horas semanales cada uno, a lo largo de los nueve meses de duración del proyecto. El horario de esas reuniones coincidió con la jornada de trabajo en el colegio al que representaban<sup>4</sup>, situación que obligó a la institución participante a reorganizar su funcionamiento durante esas tres semanas para permitir la ausencia de sus dos profesores. Adicionalmente, cada profesor dispuso de veinte horas de su jornada laboral para compartir reflexiones con sus colegas, completar el trabajo iniciado en los seminarios, y para asistir a entrevistas personales con los coordinadores de proyecto.

La metodología de trabajo en ambos grupos incluyó trabajo individual, trabajo en grupos, puestas en común, presentaciones y exposiciones. Se dio a los participantes unas pocas herramientas conceptuales para su trabajo. Para los directivos se trabajó con aspectos relacionados con la investigación-acción, un concepto amplio de currículo y aspectos de la organización social de la escuela. Para los profesores se resaltaron aspectos relacionados con la investigación-acción, un concepto amplio de currículo, algunos modelos de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y aspectos relacionados con la enseñanza del álgebra.

En las reuniones realizadas con ambos grupos de trabajo se abrió un espacio en el que los participantes pudieron compartir sus ideas, discutir, dar y recibir ayuda. Se generó un ambiente de reflexión, de toma de conciencia acerca de los problemas y, sobre todo, de la propia responsabilidad en ellos y de las posibilidades que tiene cada uno con relación a las soluciones.

---

4. Todos los colegios participantes fueron de jornada de la tarde, excepto uno.

## **APORTES A LA FORMACIÓN PROFESIONAL**

Los aportes del esquema de desarrollo profesional a la formación de los participantes pueden organizarse de acuerdo con cada uno de los tres supuestos que se mencionaron con anterioridad (ver p. 7).

*Ocurre algo en la institución.* El problema de las matemáticas se convierte en un problema común del grupo de profesores y de los directivos-docentes. Se reconocen las reuniones de coordinación del área de matemáticas como un lugar de comunicación y de desarrollo profesional. En varios de los colegios se vivió –con una intensidad nunca antes vista– la colaboración entre los participantes en el proyecto y entre ellos y otros colegas. Hubo profesores que abrieron sus aulas, permitiendo así, que otros profesores los observaran durante su práctica docente en el salón de clase. También compartieron el diseño y la realización de su proyecto de investigación. En la mayoría de los colegios se abrió el espacio para socializar las experiencias de directivos y profesores. Ese nuevo comportamiento de interacción social entre directivos y profesores y entre profesores, puede estar relacionado con el hecho de que los participantes tuvieron la oportunidad de dar y recibir ayuda en su grupo de investigación y esa experiencia les permitió ver los beneficios de la colaboración en el resultado del trabajo.

*El cuestionamiento sobre la propia práctica es el primer paso hacia el cambio.* El rector indaga de manera general en la problemática de las matemáticas en su colegio y profundiza en algún aspecto de ella, comprometiéndose con la situación en la medida en que se reconoce como parte de la problemática. Parece descubrir que puede acercarse a la cultura especializada de la educación matemática en su colegio y reconoce la necesidad y la importancia de participar en su construcción y apoyar su desarrollo. El profesor descubre la existencia de la educación matemática como una disciplina joven que maneja conceptos y teorías que le ayudan a comprender y a explicar las dificultades que se le presentan en el salón de clase. Descubre que tiene una visión acerca de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, al ver que existen diversas posiciones sobre estos tópicos, e inicia un proceso de cuestionamiento de las propias. Percibe que es posible organizar las actividades para realizarlas en el tiempo disponible. Tanto profesores como directivos descu-

brieron que existe la posibilidad de involucrarse en un trabajo que responda a sus propios intereses e inquietudes, sin necesidad de la existencia de una presión o imposición externa. Con esto, ellos tuvieron la oportunidad de darse cuenta de que pueden hacer cosas diferentes dentro de su práctica profesional y de que puede haber un significado para las cosas que se hacen. Ellos se sorprendieron con la autonomía que encontraron para proponer sus trabajos de investigación. Esto, unido al hecho de que no se impuso una manera “correcta” de hacer las cosas, generó un cuestionamiento sobre las posibilidades individuales para detectar un problema, planificar una estrategia de solución, probarla, evaluarla y continuar constantemente dentro de esta reflexión sobre lo que hacen.

*Se reconoce la utilidad de la investigación-acción.* Las expectativas de los participantes sobre los seminarios y el trabajo que realizarían en el proyecto giraban en torno a la participación en un curso que les daría información y soluciones a su inquietudes. Estas expectativas no quedaron satisfechas en la medida en que los participantes se dieron cuenta de que tenían que realizar un trabajo por su propia cuenta y que este trabajo les exigía identificar problemas que les atañían y proponer soluciones a ellos. Sin embargo, directivos y profesores valoraron este enfoque de formación ya que descubrieron que se habían apropiado de una herramienta sencilla que les podía ser muy útil en su práctica profesional. En diferentes momentos, los profesores reconocieron en la investigación-acción un esquema adecuado para aprender y para cambiar. Se generó el cuestionamiento de los profesores y la conciencia de la posibilidad de auto-capacitarse. Por su parte, el rector descubrió en la investigación-acción un esquema que se adapta a sus intereses y capacidades para diseñar y desarrollar proyectos institucionales y vivió la experiencia de proyectos que se terminan.

## **LA DIMENSIÓN DE INVESTIGACIÓN**

La dimensión de investigación estuvo presente a lo largo de los dieciocho meses que duró el proyecto y comprende el proceso realizado por

los investigadores de “una empresa docente” en su labor de conocer y comprender la problemática de las matemáticas escolares.

## **EL ENFOQUE DE INVESTIGACIÓN**

Nuestras actividades de investigación estuvieron enfocadas a la exploración de la problemática de la calidad de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde un punto de vista institucional. Utilizamos el esquema de desarrollo profesional descrito anteriormente como el espacio dentro del cual pudimos interactuar, como investigadores, con los actores involucrados en la problemática. A partir de la información recogida en la interacción y del análisis que hicimos de ella obtuvimos dos resultados:

- un modelo del Sistema Institucional de la Educación Matemática y
- la descripción de los estados inicial y final de este sistema con base en el modelo.

A continuación se expone el proceso para llegar a estos resultados. Con base en la experiencia de desarrollo profesional fue posible formular una definición preliminar de la problemática general, junto con una descripción de esta problemática desde el punto de vista institucional, tanto al comienzo, como al final de la experiencia. En esta descripción se resaltaban los efectos del esquema de desarrollo profesional sobre el sistema. Sin embargo, la definición del problema y la descripción de la problemática no estaban basadas en ningún tipo de estructura conceptual que permitiera organizar estos resultados y que resaltara la importancia relativa de los diferentes factores que intervenían en el problema. Por esta razón, nos pusimos en la tarea de formular un modelo del Sistema Institucional de la Educación Matemática (SIEM) que –basado en la información recogida durante la interacción y en nuestra interpretación de la experiencia– nos permitiera hacer una descripción organizada de nuestra visión acerca del estado ideal del sistema, del estado inicial en el cual éste se encontraba antes de comenzar el esquema de desarrollo profesional y del estado final del sistema una vez finalizada la aplicación de la estrategia.

Para producir el modelo del SIEM utilizamos las ideas del enfoque sistémico dentro de un proceso de discusión en el que los investigadores fuimos produciendo aproximaciones sucesivas al modelo. Estas aproximaciones eran contrastadas con la información recogida en la experiencia hasta que logramos un consenso general acerca del resultado. Una vez producido el modelo, nos volvimos a basar en la información que teníamos y en nuestras propias interpretaciones para describir los diversos estados del sistema (ideal, inicial y final).

Se realizaron entonces dos subproyectos de investigación que se sucedieron en el tiempo. En ambos casos, los investigadores partieron de la aproximación intuitiva al problema que lograron a través de la implementación del esquema de desarrollo profesional. Nos referimos a:

- Un primer subproyecto que, basado conceptualmente en el enfoque sistémico y en la metodología hermenéutica de investigación, produjo el modelo del sistema.
- Un segundo subproyecto que tomó como base conceptual el modelo elaborado en el primer subproyecto y utilizó, de nuevo, la información recogida durante la estrategia de desarrollo profesional, para producir como resultado una descripción organizada de los estados ideal, inicial y final del sistema.

En las secciones anteriores se ha descrito con cierto detalle el proceso de desarrollo profesional y los resultados que este proceso produjo en las instituciones y en las personas que trabajan en ellas, es decir, lo correspondiente a los resultados de la aproximación intuitiva durante la acción. A continuación se describen los dos subproyectos de investigación: la construcción del modelo y la descripción de los estados del mismo en los colegios participantes.

## **CONSTRUCCIÓN DEL MODELO**

El subproyecto de investigación que tuvo por resultado final el modelo del Sistema Institucional de la Educación Matemática encierra el trabajo que realizaron los investigadores a lo largo de cuatro meses. En este período se realizó una reflexión metodológica sobre la manera más apropiada de reconceptualizar las nociones básicas que se tenían al inicio de

todo el proyecto en 1994. De forma paralela se fueron aplicando los principios y técnicas metodológicas que surgían de tal discusión en la elaboración de un modelo de la realidad que se estaba estudiando. Por la naturaleza y complejidad de esta etapa, a continuación se presentarán los aspectos metodológicos que sustentaron este subproyecto de investigación y el resultado que se obtuvo.

### **Aspectos metodológicos**

La construcción del modelo se basó en el enfoque sistémico como herramienta de modelaje de la complejidad de la realidad objeto de estudio. Junto con esta visión, se utilizó la investigación hermenéutica como metodología para generar un proceso de diálogo y discusión al interior del grupo de investigadores, con miras a aplicar la herramienta del enfoque sistémico en la construcción de un modelo particular de la realidad estudiada. A continuación se hace primero una breve descripción de los principales conceptos del enfoque sistémico, para después presentar los lineamientos generales de la metodología utilizada.

#### ***Enfoque sistémico***

Conocer y comprender el problema de la deficiente calidad de la educación matemática desde la perspectiva del colegio implica abordar un problema social complejo, diverso y dinámico (ver p. 5). El enfoque sistémico representa una herramienta de pensamiento útil para capturar lo esencial de esa realidad social en un modelo que revele los actores o elementos que realizan acciones, el sentido y contenido mismo de tales acciones, y los efectos que pueden ocurrir al alterar una relación existente (Artigue, 1988).

El enfoque sistémico parte del supuesto de que es posible *delimitar* el sistema en cuanto a lo que se considera *interno* al mismo. Además, considera que un sistema particular hace parte de otros sistemas más globales con los cuales se relaciona mediante dos flujos: el de influencias del exterior hacia el interior del sistema y el de respuestas del sistema hacia el exterior.

El enfoque sistémico basa su posición en tres principios acerca de cómo es posible *modelar* la complejidad y el dinamismo de un sistema. Todo sistema está compuesto de *elementos* y *relaciones* entre ellos, y am-

bos –elementos y relaciones– junto con las influencias externas condicionan la *evolución* del sistema en el tiempo. El enfoque permite la simplificación de la realidad al imponerse como propósito la selección de un número *reducido* de elementos y relaciones pertenecientes al sistema. El éxito del enfoque depende del acierto en la selección de elementos y relaciones en el sentido de que ellos realmente determinen la mayor proporción posible del dinamismo del sistema.

Puesto que interesa comprender la dinámica de evolución del sistema en el tiempo es necesario introducir el concepto de *estado* de un sistema como representación de la globalidad de los valores que los elementos y relaciones asumen en un momento dado. Se dice entonces que un sistema ha alcanzado un estado de *equilibrio estable* (i.e., es homeostático) si a pequeñas perturbaciones del sistema, éste regresa, después de un tiempo, al estado en el que se encontraba antes de la perturbación; el sistema se encuentra en estado de *tránsito evolutivo* si en un instante dado y durante un cierto tiempo, no se encuentra en estado de equilibrio.

El enfoque sistémico es una herramienta potente porque permite producir un marco conceptual para describir el estado inicial del sistema, la forma como éste es perturbado, el estado de evolución producido y el estado final del sistema. Por otra parte, permite que el investigador explicita su posición ideológica al admitir que se describa el estado ideal del sistema. Finalmente, permite conjeturar acerca de las características estructurales del sistema, y por consiguiente, acerca de aquellas perturbaciones que pueden inducir al sistema a asumir estados de equilibrio cercanos al estado ideal propuesto.

### ***Esquema de investigación hermenéutica***

La construcción del modelo fue un proceso complejo en el que participamos tres investigadores. Nos basamos en un esquema iterativo de producción de modelos previos que eran discutidos en medio de un diálogo crítico con base en la interpretación de la experiencia que habíamos vivido con los participantes en el proceso de desarrollo profesional. En cada interacción buscábamos una mejor y más amplia comprensión de la realidad. De esta forma, en una etapa del proceso teníamos una propuesta de modelo que era puesto a prueba a partir de

nuestra interpretación de la realidad. La discusión crítica que se producía con motivo de la adecuación del modelo a nuestras interpretaciones daba lugar a nuevas ideas acerca de las características fundamentales de la realidad que deseábamos comprender y modelar. Con base en estas ideas, en la discusión sobre diferentes visiones de la realidad y en una actitud de búsqueda objetiva de consenso dentro de un diálogo crítico, producíamos una nueva versión del modelo. En este punto iniciábamos otra iteración del proceso.

Este esquema de trabajo presenta varias similitudes con el tipo de investigación hermenéutica propuesta por Addison (1992, p. 124):

*La investigación hermenéutica fundamental es una aproximación muy bien desarrollada y potente a preguntas de investigación que involucran procesos sociales complejos. Ella tiene en cuenta las preocupaciones del investigador y de los participantes. Ella busca descubrir y describir las condiciones significativas, los significados y las prácticas que contribuyen al problema en cuestión. Tiene en cuenta los valores, las actitudes, las creencias y las prácticas del investigador. Puede describir interpretaciones coherentes de las prácticas cotidianas de los participantes.*

La investigación hermenéutica es un procedimiento necesariamente circular en el que se busca lograr una comprensión a partir de algo aparentemente ininteligible: se pasa de una inmersión inicial en la práctica de los participantes a una primera comprensión de estas prácticas. Al hacer explícita esta comprensión es posible asignar una nueva interpretación de la realidad que puede ser utilizada para generar una comprensión más profunda de ésta (p. 116). En resumen, se da un proceso iterativo que pasa de comprensión a interpretación. Esta interpretación da lugar a una más profunda comprensión que, a su vez, permite producir una interpretación más amplia.

Este tipo de investigación hermenéutica tiene similitudes con la metodología utilizada por Schoenfeld *et al.* (1993) para analizar problemas de aprendizaje desde un punto de vista micro-genético. Ellos han adoptado el término *argumentación competitiva* para designar el proceso de discusión en el que varios investigadores, teniendo interpretaciones diferentes y partiendo de una evidencia que en algunos casos es contra-

dictoria, buscan llegar a un consenso sobre una explicación coherente de esta evidencia. Pensamos que la estrategia metodológica que hemos utilizado se puede describir también en estos términos, teniendo en cuenta, como lo hacen Schoenfeld y colaboradores, que las explicaciones que se den a la evidencia deben ser coherentes tanto a nivel local (datos y hechos que se refieren a eventos particulares), como a nivel global (la relación entre estos eventos dentro del marco general de la problemática objeto de estudio).

### **El modelo del SIEM**

El Sistema Institucional de la Educación Matemática (SIEM) está inmerso dentro de un sistema más global, el Sistema de Educación Matemática (SEM). El SEM recoge lo que pasa con la educación matemática en tres niveles: un *nivel macro* o *social*, donde intervienen los factores sociales, políticos, económicos y culturales que definen las visiones, valores y tradiciones sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, y también las necesidades y expectativas de la formación matemática de los ciudadanos; un *nivel intermedio*, en el que se ubica la institución educativa como espacio donde se encuentran elementos como las concepciones institucionales acerca del profesor, el estudiante y las matemáticas como saber cultural y saber a enseñar; y un *nivel micro* o *didáctico*, donde se relacionan el profesor con sus conocimientos y creencias, y el estudiante en la construcción del conocimiento matemático, en el proceso de desarrollo de un currículo (Rico, 1991).

Cada uno de los elementos de todo este Sistema de Educación Matemática puede a su vez mirarse como un subsistema con elementos e interrelaciones propias. Para observar la problemática de las matemáticas escolares al interior de los colegios, es pertinente pensar en un sistema que modele el nivel intermedio del gran Sistema de Educación Matemática, y que resalte los elementos y las relaciones entre ellos al interior de ese nivel. El modelo del SIEM es una estructura conceptual que incluye la identificación de los elementos relevantes del SEM en el nivel intermedio, junto con las interrelaciones entre dichos elementos. También incluye la descripción de cada uno de los elementos identificados en esa estructura.

El espacio central del SIEM es la institución escolar. Esta es una organización compleja. De acuerdo con las disposiciones gubernamentales vigentes en Colombia, un establecimiento educativo es la unidad operativa más simple del sistema educativo y constituye un subsistema ubicado en un contexto determinado, con una orientación filosófica y unos objetivos definidos de acuerdo con las características de los alumnos. En cada institución escolar oficial existe una estructura administrativa interna integrada por siete unidades: rectoría, coordinación académica, coordinación disciplinaria, departamentos académicos, servicios de bienestar, servicios de aprendizaje y servicios administrativos (Báez, 1991).

De la estructura definida por el Ministerio de Educación Nacional y con base en los elementos identificados en el concepto de calidad de la educación matemática (ver p. 6), interesa resaltar el papel de algunos de los distintos elementos y relaciones que se encuentran asociados de manera más fuerte con la problemática al interior de la institución (ver Figura N° 1). El modelo que se ha construido corresponde a una visión sobre lo que se considera importante en este problema. Si bien se establecen unos elementos y las relaciones entre ellos, el modelo que resulta es **un posible modelo** de los muchos que podrían delimitarse desde otras perspectivas.

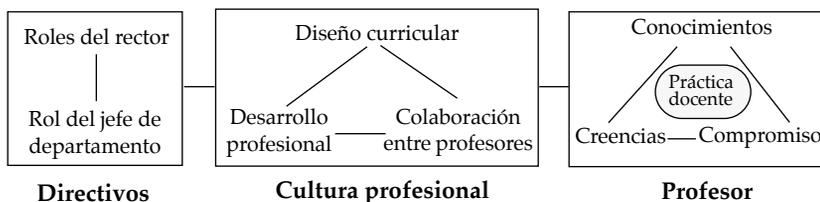


Figura N° 1. Modelo del Sistema Institucional de la Educación Matemática

En una institución educativa entran en relación las actividades, valores, concepciones y conocimientos que, por un lado, tienen los directivos-docentes (rector y jefe del departamento de matemáticas) y las que, por otro lado, sostienen los profesores, tanto como miembros de un grupo que comparte una cultura profesional de la enseñanza y el aprendizaje

de las matemáticas, como individuos en su salón de clase. Los directivos, dado su cargo, poseen un *poder* no sólo para ejecutar acciones, sino también para delegar responsabilidades y potenciar la actuación y toma de decisiones que los profesores puedan tener en su ejercicio docente. Los profesores, por su parte, cuentan con el marco de referencia que se establece al interior del grupo de profesores de matemáticas y que obedece a la manera como en ese grupo se tejen los significados y valores de la cultura profesional del grupo. Esta cultura hace referencia a las connotaciones que toman el diseño curricular, el desarrollo profesional y la colaboración entre los profesores que son miembros del grupo. A su vez, cada profesor interpreta ese marco de referencia y lo expresa en su práctica docente. En el ejercicio de la práctica docente intervienen las creencias del profesor sobre las matemáticas y su didáctica, sus conocimientos tanto de matemáticas como de la didáctica de ellas, y su compromiso con todas las responsabilidades que su trabajo conlleva.

A continuación se presentan los significados de los elementos relevantes de este sistema y se establecen las *relaciones estructurales* (relaciones directas y potentes entre los elementos relevantes), es decir, las relaciones sobre las cuales es más eficiente influir por cuanto su modificación implica cambios no sólo en ellas sino en otras partes del sistema. Nótese que si bien la práctica docente es el factor en el cual se manifiestan los distintos elementos relevantes del profesor, ésta como tal no se considera como elemento del modelo que se pueda abordar ni sobre la cual se quiera influir directamente.

### ***Roles del rector***

Interesa considerar cómo asume el rector el papel de líder y de facilitador (Furtwengler, W. & Hurst, D., 1992). El *liderazgo del rector* hace referencia a su comprensión de la estructura y funcionamiento de la organización –en particular, a la comprensión del papel que juegan las personas en ella; a su habilidad para proyectar y planificar la evolución del colegio; y también se refiere a su habilidad para organizar y comprometer a personas y trabajo en las proyecciones que hace. El *rol de facilitador* hace referencia a la habilidad del rector para dejar que las personas sean líderes e incluso impulsarlas a que lo sean a través de la creación de condiciones propicias y la provisión de los recursos necesari-

rios. La forma como el rector asume sus roles es, parcialmente, producto de sus ideas y creencias que se concretan en visiones acerca de la vida, de la educación y de las matemáticas.

### ***Rol del jefe del departamento***

Se centra la atención en cómo el jefe asume su *rol de líder* (Furtwengler, W. & Hurst, D., 1992) del grupo de profesores de matemáticas. El liderazgo del jefe se refiere a la comprensión que éste tiene del funcionamiento de la organización en el área específica de las matemáticas y del papel que juega el departamento dentro de la institución para contribuir al logro de las metas institucionales. Se refiere a la habilidad para proyectar y planificar la evolución de la organización en lo que toca con las matemáticas; a la habilidad para organizar, involucrar y comprometer a las personas y su trabajo en esas proyecciones. También se refiere a la habilidad para impulsar y consolidar la cultura profesional del grupo de profesores de matemáticas a través de promover la colaboración, el desarrollo profesional y el diseño curricular. La forma como el jefe asume el rol de líder depende en buena medida de factores internos, pero hay también factores externos que influyen en el liderazgo. Los factores internos se refieren a las ideas y creencias del jefe con respecto a diversos asuntos, las cuales se concretan en visiones acerca de las relaciones con las personas y acerca de las matemáticas.

### ***Cultura profesional del grupo de profesores de matemáticas***

Se refiere a las costumbres, modos de vida, cualidades, inclinaciones y conocimientos en relación con la enseñanza de las matemáticas, que comparte el grupo de profesores de matemáticas de la institución (Rico, 1990, p. 36-40; Hyde *et al.*, 1994, p. 49-50). La cultura profesional se manifiesta en tres aspectos principales:

*Diseño curricular.* De acuerdo con la propuesta de Romberg, el currículo es un “plan operativo de enseñanza que explica en detalle qué deben saber los alumnos de matemáticas, cómo deben alcanzar las metas curriculares identificadas, qué deben hacer los profesores para ayudarles a desarrollar sus conocimientos matemáticos y el contexto en el que tiene lugar el aprendizaje y la enseñanza” (Romberg, 1991, p. 324). El diseño curricular es la definición previa de este plan. Es una construcción co-

lectiva en la que intervienen tanto los lineamientos institucionales como los del grupo de profesores. El diseño curricular define el espacio compartido de valores, ideas, significados, conocimientos y creencias acerca de lo que son las matemáticas, cómo se enseñan y cómo se aprenden; los métodos de enseñanza; y la organización, funcionamiento y finalidad del departamento de matemáticas.

*Desarrollo profesional.* Alude a las oportunidades que ofrece la institución para que los profesores aprendan e incrementen su conocimiento especializado tanto en matemáticas como en la didáctica de las mismas (Rosenholtz, 1991; Marcelo, 1987).

*Colaboración entre profesores.* Se define como la disposición y actitud que tienen los profesores hacia dar y pedir ayuda a sus colegas acerca de asuntos relacionados con la docencia de las matemáticas (Rosenholtz, 1991).

### ***El profesor de matemáticas***

Con base en el modelo propuesto por Ernest (1989), la práctica docente del profesor en el salón de clase está influida por sus estructuras de pensamiento, las que incluyen el conocimiento, las creencias y las actitudes. En este estudio interesa considerar especialmente las creencias del profesor acerca de aspectos específicos con relación a las matemáticas, sus conocimientos sobre algunos aspectos específicos relacionados con las matemáticas y su didáctica, y el compromiso que genera con su práctica docente.

*Creencias del profesor.* Se refiere al sistema de creencias, concepciones, valores e ideologías del profesor con respecto a la naturaleza de las matemáticas, la naturaleza de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas. También interesa considerar concepciones acerca de la educación, y en particular, de la educación matemática. Este sistema ejerce un gran impacto en la enseñanza de la materia en la medida en que influye en las decisiones del profesor sobre los contenidos que enseña, los énfasis que hace, los métodos que emplea para enseñar y las sugerencias que da a sus estudiantes acerca de la forma como deben estudiar (Thompson, 1992; Ernest, 1989).

*Conocimientos del profesor.* El profesor de matemáticas requiere tener conocimiento de matemáticas, de su aprendizaje y enseñanza, de las facultades cognitivas del ser humano, en general, y de sus estudiantes, en particular, y de la educación matemática como disciplina científica (Linares, 1990).

*Compromiso del profesor con su práctica docente.* Se refiere a la disposición y actitud que tiene el profesor hacia su práctica docente, en términos de qué tanto se involucra, qué tanto le preocupa y, sobre todo, qué tanto le ocupa efectivamente. Se refleja en una serie de comportamientos, entre los cuales se pueden incluir el esfuerzo de investigación e innovación realizado por el profesor en su trabajo, la participación en los diversos asuntos relacionados con él, y el deseo e intención de continuar con su trabajo en el colegio.

La práctica docente es el ejercicio de la profesión de enseñar; incluye todo lo que el profesor hace o deja de hacer, junto con la forma de hacerlo, al relacionarse e interactuar con sus estudiantes, con sus colegas y con padres de familia, con respecto a lo que le compete como profesor. La práctica docente del profesor es un factor relevante del problema de estudio. Son varias las razones: es la manifestación concreta de los tres elementos considerados para el profesor, es donde confluye el impacto de la cultura profesional y el liderazgo de los directivos, y establece un nexo directo con los resultados escolares. Sin embargo, en el Proyecto MEN-EMA **no** se pretendió observarla de manera directa. Por esta razón, tan sólo se dará la descripción del estado ideal que debería tener este factor, como consecuencia del estado de todos los otros elementos. No se describirá su estado al iniciar el proyecto y tampoco, al terminarlo.

## **ESTADOS DEL SISTEMA**

El segundo subproyecto de investigación realizado como parte del Proyecto MEN-EMA consistió en la utilización del modelo del SIEM realizado en el subproyecto anterior para dos propósitos. Uno, para establecer un estado ideal del sistema que sirviera de marco de referencia; y otro, para describir lo que sucedió en los colegios participantes en el inicio y final del proyecto, es decir, el estado inicial y final del SIEM en los colegios participantes.

Con respecto a la definición del estado ideal, es preciso anotar que el término *ideal* se refiere al estado óptimo que, desde una visión particular, debería alcanzar el SIEM para lograr un funcionamiento adecuado que solucionara la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Por ser ideal, este estado más que una realidad concreta que tenga que ser alcanzada por institución escolar alguna, es más bien una referencia. Además, hay que aclarar nuevamente que este modelo ideal:

- Simplifica la complejidad de la realidad. Por lo tanto, **hace unas selecciones** sobre lo relevante.
- Presenta tan sólo las relaciones estructurales entre los elementos; es decir, enfatiza las **relaciones directas** entre ellos.
- Obedece a una posición particular sobre el *deber ser* del sistema, de tal manera que los elementos y relaciones entre ellos generen unos resultados específicos del sistema. Por esto, **no es único**.

Por otro lado, los estados inicial y final del sistema hacen referencia, respectivamente, a los valores que toman los elementos al comenzar y al finalizar la estrategia de interacción con profesores y directivos en los respectivos colegios. Es decir, las descripciones de los estados inicial y final se pueden ver como fotografías de la realidad en esos dos momentos de la vida de los colegios. Sobre todo en relación con la descripción del estado final, la exploración realizada dio indicios de que los elementos y sus relaciones relevantes se estaban comportando en ese momento tal como se afirma posteriormente; sin embargo, no tenemos la certeza de que ese comportamiento fuera definitivo o generalizado.

Los siguientes tres esquemas permiten visualizar de manera global los tres estados del SIEM. Tales esquemas sintetizan la descripción que se hace más adelante para los diferentes elementos del sistema vistos a través de los estados ideal, inicial y final.

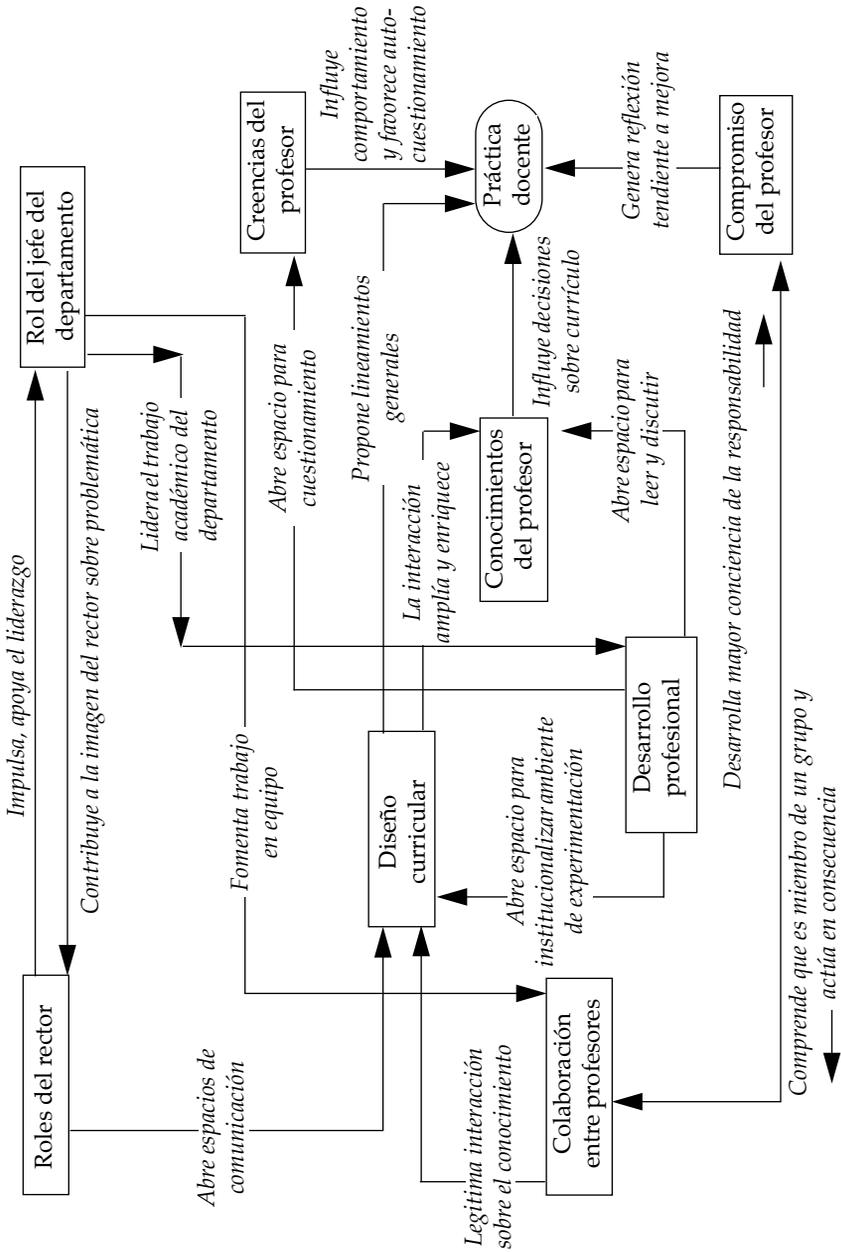


Figura N° 2. Esquema del estado ideal del SIEM

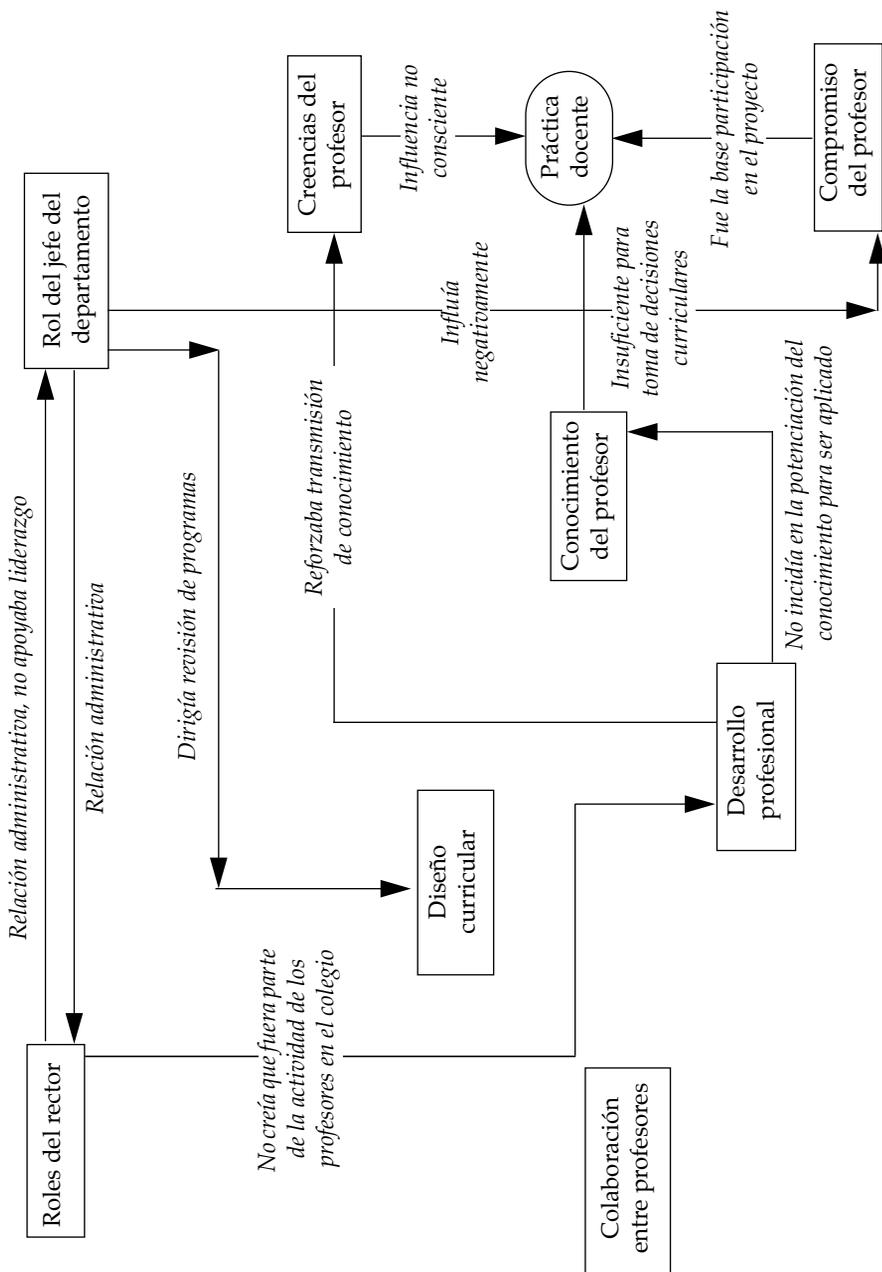


Figura N° 3. Esquema del estado inicial del SIEM en los colegios participantes

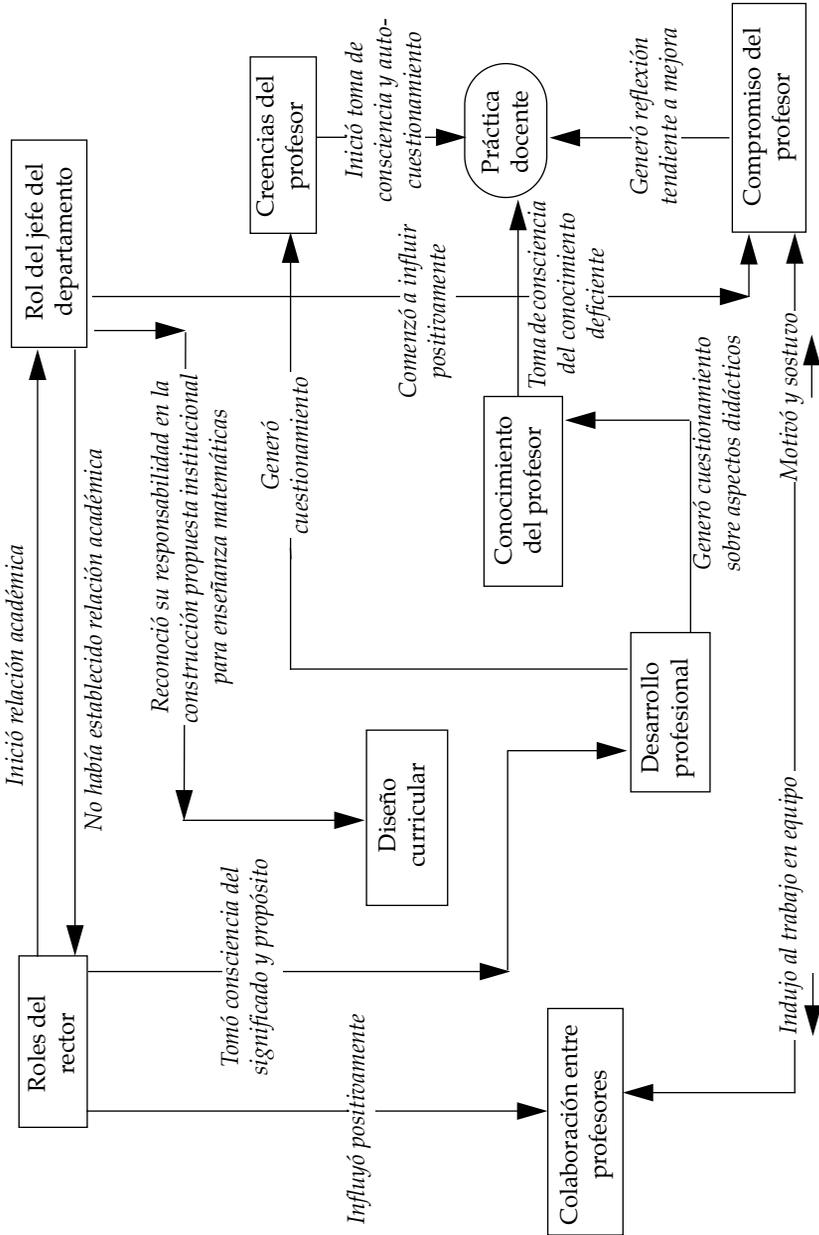
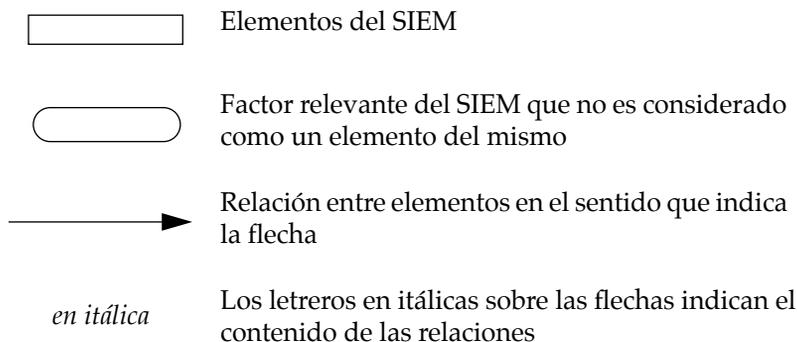


Figura N° 4. Esquema del estado final del SIEM en los colegios participantes

En los esquemas anteriores se utilizan las siguientes convenciones:



*Figura N° 5. Convenciones para los esquemas de los estados del SIEM*

## **Roles del rector**

### ***Estado ideal***

El rector tiene una definición clara, concreta y detallada de la problemática de las matemáticas en su colegio. Es consciente de su participación en el problema. Tiene unas metas concretas en relación con esa problemática y también unas estrategias para lograrlas, y para hacer el control y la evaluación de lo que se realice. Es consciente de la importancia que tiene el departamento de matemáticas en su institución como ente encargado de coordinar el trabajo docente de los profesores de matemáticas y de promover y fomentar el profesionalismo<sup>5</sup> en ellos. Por esto establece una relación directa con el jefe del departamento y lo apoya para que desarrolle sus habilidades de líder.

El liderazgo del rector se relaciona directamente con el liderazgo del jefe del departamento de matemáticas. El liderazgo implica una serie de habilidades que es posible adquirir a través de una formación sobre la marcha y de un ambiente propicio. El jefe del grupo de matemáticas no tiene, necesariamente, una formación en dirección y administración y puede no tener una visión suficientemente amplia de la importancia de

---

5. El profesionalismo hace referencia a una forma de trabajar colegiada, un desarrollo profesional permanente y la consolidación de una cultura de la enseñanza de las matemáticas (Romberg, 1988; Noddings, 1992).

su cargo. Por tanto, el desarrollo de su liderazgo puede depender, en gran medida, del ambiente institucional que se genere en torno a ese aspecto. En efecto, el liderazgo del jefe del departamento es una expresión del liderazgo del rector en el área específica de las matemáticas. Por esa razón, el liderazgo del rector determina, en gran medida, el liderazgo del jefe. La definición, las características, el papel dentro de la organización y, lo que es más importante, la concreción del liderazgo del jefe en el grupo de profesores de matemáticas son un reflejo de cómo se define, se caracteriza y se concreta el liderazgo del rector en la institución.

El rector también tiene una influencia directa sobre el diseño curricular en la medida en que, debido a su rol de facilitador, abre los espacios de comunicación entre el grupo de profesores y la institución (Marcelo, 1987). Con esta comunicación se hacen explícitos los lineamientos de la institución en cuanto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas dentro de un plan operativo global institucional. De esta manera se pueden formular mucho más precisamente los pormenores del currículo en el área de las matemáticas, dentro de una coherencia con los planes institucionales. También incide porque impulsa y permite el liderazgo tanto del jefe del departamento de matemáticas como de los profesores en lo que toca con el diseño curricular.

### ***Estado inicial***

El rector tenía dificultades para diseñar y liderar la realización de proyectos que llegaran a feliz término en un tiempo determinado. Participaba de una costumbre inveterada de hacer cosas impuestas desde el exterior sin que, necesariamente, tuvieran sentido real para su institución. Tenía una idea muy vaga acerca del problema de las matemáticas en su colegio. No reconocía claramente la incidencia de aspectos institucionales en el problema y no veía cuál podía ser su responsabilidad en el mismo, es decir, no percibía de qué manera sus funciones administrativas podían afectar la problemática en cuestión. No daba suficiente importancia a las funciones académicas del departamento de matemáticas. Su relación con el jefe del departamento se centraba en aspectos administrativos más que en aspectos académicos. Apoyaba el desarrollo profesional a través de esquemas tales como conferencias y asistencia a cursos de capacitación; pero no creía que los mismos profesores

podrían hacer su desarrollo profesional como parte de su actividad en el colegio, con el apoyo de la institución –en términos de tiempo, de un ambiente propicio, y de otros recursos.

### ***Estado final***

Casi todos los rectores (70%) concluyeron el proyecto de investigación-acción. En algunos casos (50%) el rector amplió su conocimiento acerca de un aspecto específico de la problemática de las matemáticas en su colegio, y se cuestionó acerca de su responsabilidad en ella. En general, el rector inició una relación académica con el jefe del departamento de matemáticas. Fue más consciente del significado y el propósito del desarrollo profesional de los profesores para la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En algunos colegios (60%), el rector influyó positivamente en la colaboración entre los profesores: los motivó y los indujo a trabajar conjuntamente. El rector aportó a la mejora de las reuniones de coordinación en algunos casos. En algunos colegios (60%), el rector comenzó a tener participación en las prácticas docentes de los profesores y manifestó preocupación por ellas y por los códigos y las costumbres que rigen estas prácticas desde el punto de vista institucional. Influyó de manera positiva en el compromiso del profesor con su trabajo.

## **Rol del jefe del departamento**

### ***Estado ideal***

El jefe del departamento de matemáticas reconoce la importancia de su cargo dentro de la institución y por tanto, asume responsable, seria y creativamente su liderazgo.

El liderazgo del jefe se relaciona directamente con los roles que asume el rector en la medida en que aquél se constituye en el vínculo que establece contacto entre el grupo de profesores y el rector: la parte académica con la parte directiva del colegio. Gracias a este nexo, el jefe contribuye a la imagen que el rector tiene de la problemática de las matemáticas en la institución.

También se relaciona ese liderazgo con la cultura profesional de los profesores de matemáticas puesto que en sus manos está plantear, proponer y ensayar actividades que se puedan institucionalizar (Staub,

1981; Rosenholtz, 1991; Romberg, 1988; Webb *et al.*, 1994). Es consciente de la necesidad de promover y fomentar el comportamiento profesional del grupo de profesores que coordina, y actúa coherentemente con ello: se ocupa de buscar actividades que contribuyan a cuestionar y enriquecer el conocimiento especializado de los profesores; busca estrategias para promover el trabajo en equipo y la colaboración entre ellos; emplea estrategias adecuadas para motivar e involucrar a sus colegas en esas actividades; construye buenas relaciones con ellos; y propicia el empleo de ese conocimiento especializado en la toma de decisiones que hace el departamento en asuntos didácticos.

### ***Estado inicial***

El jefe no era consciente del rol de líder que podía y debía asumir en el grupo de profesores que coordinaba. Establecía relación con el rector desde el punto de vista administrativo, pero no desde el punto de vista académico. No influía en el desarrollo profesional ni en la colaboración entre profesores; para poder hacerlo habría tenido que liderar esos procesos y eso no hacía parte de lo que consideraba sus funciones. Estas, más bien, tenían que ver con la coordinación de aspectos del diseño y desarrollo curricular de las matemáticas en la institución. Por razón de las relaciones que establecía con sus colegas, en algunos casos, el jefe del departamento influía negativamente el compromiso de los colegas en la realización de lo que se proyectaba hacer.

### ***Estado final***

El jefe no había establecido aún una relación con el rector desde el punto de vista académico. Su actitud continuaba siendo pasiva y no presentaba características de líder y representante de los profesores ante el rector. No influía aún en la colaboración entre profesores. Su papel dentro de las reuniones de coordinación y como líder del grupo era débil. Reconocía como una de sus responsabilidades principales la construcción de una propuesta institucional para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Aceptaba que sus responsabilidades no eran únicamente administrativas. En algunos colegios (40%), el jefe comenzaba a tener una influencia positiva en el compromiso de algunos profesores con su trabajo.

## **Cultura profesional del grupo de profesores**

### ***Estado ideal***

La cultura profesional del grupo de profesores de matemáticas no es un producto terminado. En cada momento tiene un cierto grado de desarrollo dentro de un proceso permanente de evolución. Para lograr ese grado de desarrollo se auto-regula intencionalmente. Es decir, quienes participan de esa cultura reconocen los aspectos relevantes de ella y su estado de desarrollo, e identifican en qué aspecto y de qué manera pueden intentar un cambio en él. Esto implica una conciencia, tanto de los profesores como individuos y de los profesores como grupo, como de los líderes directivos, sobre las debilidades, restricciones y fortalezas con que se cuenta en la institución con respecto a la cultura profesional de los profesores de matemáticas y sobre las condiciones que el grupo desea alcanzar. Tal conciencia permite tomar decisiones sobre las estrategias a seguir para lograr tales fines (Noddings, 1992).

La cultura profesional de los profesores de matemáticas no sólo enfatiza los aspectos del conocimiento de las matemáticas como área temática sino, sobre todo, resalta la importancia de la disciplina de la educación matemática como la profesión en la que se desempeñan. Esto implica que los profesores de matemáticas de una institución se reconocen como colegas entre sí, y además forman parte de una comunidad nacional de profesionales en educación matemática. La participación en los eventos de la comunidad (foros, simposios, grupos de discusión) y la recepción de información a través de los medios de comunicación establecidos por la comunidad nacional (revistas, boletines, bibliotecas, asociaciones) son parte fundamental del comportamiento profesional de los profesores (Romberg, 1988; Webb *et al.*, 1994).

*Diseño curricular.* Este elemento influye en el conocimiento del profesor ya que, al entrar en contacto con el ambiente donde se diseña el currículo y tener un papel participativo en este proceso, el profesor puede ampliar y modificar su información tanto sobre los temas matemáticos como sobre sus aspectos didácticos. Que el diseño curricular sea una actividad colectiva, en la que se involucran los directivos (especialmente el jefe del departamento) y los profesores, tanto en su dimensión individual como en su dimensión colectiva de pertenencia a un grupo, posibilita el enriquecimiento del conocimiento del profesor.

Esta labor colectiva influye de manera directa en el desempeño del profesor en su práctica docente debido a que las acciones concretas que realiza el profesor en su salón de clase se enmarcan claramente dentro de los lineamientos institucionales del departamento de matemáticas. El no contar con un plan operativo institucional y no compartir una forma de llevarlo a cabo obliga al profesor a realizar su trabajo aislado del trabajo de los demás. De esa manera, el profesor llega a creer que sus problemas y sus dificultades en relación con su trabajo docente son únicos y esto le genera incertidumbre que no tiene forma de resolver. Esta situación lleva a que su práctica docente se vea afectada directamente (Rico, 1990, 1991; Rosenholtz, 1991).

*Desarrollo profesional.* La frecuencia, la intensidad y el tipo de actividades que ofrezca la institución para que los profesores continúen un proceso de formación, junto con la forma como se organizan y se dirigen tales actividades influyen en las creencias y conocimientos del profesor. Las reuniones de coordinación son el espacio natural para el desarrollo profesional. En esas reuniones se realizan actividades interesantes para los profesores, que responden a las necesidades de su práctica, pero que les exige leer, consultar, ensayar, compartir con los colegas, y contrastar sus experiencias y creencias sobre los contenidos de la enseñanza, sobre cómo se enseñan y sobre cómo se aprenden las matemáticas. Como resultado de este intercambio puede darse una modificación tanto en los conocimientos como en las creencias del profesor (Clarke, 1994).

De igual forma, el desarrollo profesional influye en el diseño curricular en la medida en que abre el espacio para que haya una institucionalización de un ambiente de experimentación.

*Colaboración entre profesores.* La colaboración entre profesores se relaciona directamente con el diseño curricular porque aquélla genera un ambiente de trabajo colectivo donde se reconoce que los profesores no lo saben todo y que existen preguntas interesantes, relativas bien a las matemáticas o bien a la didáctica, que pueden ser motivo de consulta y de investigación. Los profesores la viven de manera natural sin sentir que esa situación haga mella en su autoestima (Little, 1982; Romberg, 1988; Rico, 1990). Además, el hecho de que exista dentro de la institución un ambiente de trabajo propicio para el intercambio grupal influye de for-

ma directa en el compromiso del profesor con su práctica docente, ya que se desarrolla una mayor conciencia de la responsabilidad de cada profesor tanto con su labor al interior del salón de clase, como dentro del grupo de profesores del cual es miembro.

### ***Estado inicial***

Tanto directivos como profesores de matemáticas y, en general, la institución no tenían desarrollado un alto nivel de conciencia de su pertenencia a una cultura institucional. En una buena proporción de los colegios participantes, la cultura profesional del grupo de profesores de matemáticas era pobre y evolucionaba a la deriva, sin que su desarrollo y enriquecimiento fueran criterios para las decisiones sobre qué hacer y cómo hacerlo. Los profesores de matemáticas tampoco se reconocían como parte de una comunidad nacional de educadores matemáticos: no tenían el hábito de leer tópicos relacionados con su profesión, tampoco acostumbraban confrontar su práctica con la de los colegas y mucho menos escribir con la intención de publicar. En algunos casos asistían a cursos de capacitación y a encuentros nacionales.

*Diseño curricular.* En términos generales, no existía un plan operativo propio de la institución en el área de las matemáticas. En relación con objetivos a lograr, metodologías de enseñanza y formas de evaluación no había suficiente conocimiento, claridad, ni consenso en el grupo de profesores. Mucho menos había conciencia en el grupo de profesores de los valores, ideas y creencias que sostenían los diferentes miembros acerca de lo que son las matemáticas, cómo se aprenden y cómo se enseñan, ni tampoco había claridad de cuáles podían ser las creencias y valores que compartían o que querían compartir.

*Desarrollo profesional.* Tanto profesores como directivos estaban acostumbrados a esquemas de capacitación en los que la enseñanza y el aprendizaje estaban caracterizados por la transmisión y recepción de una serie de conocimientos. El desarrollo profesional se hacía a través de cursos que influían en el conocimiento del profesor pues proporcionaban información sobre temas de las matemáticas o de su didáctica. Sin embargo, dichos cursos no tenían la capacidad de incidir realmente en la potenciación del conocimiento para las aplicaciones que de él pu-

diera hacer el profesor. Por la forma como se percibía el desarrollo profesional –como una actividad personal, por fuera de los intereses de la institución, que requería de la interacción con alguien externo al grupo de profesores– éste no necesariamente servía al diseño y desarrollo curricular de las matemáticas en la institución. El desarrollo profesional, tal como se concebía y se realizaba en los colegios, influía negativamente en las creencias de los profesores pues eran vivencias que reafirmaban posiciones poco innovadoras acerca de lo que son las matemáticas, cómo se aprenden y cómo se enseñan.

*Colaboración entre profesores.* En general, no existía la colaboración entre los profesores. La organización de los horarios de trabajo de los profesores eran, en gran medida, un obstáculo para que ellos encontrarán oportunidades de dar o pedir ayuda a sus colegas. En algunos casos, el rector veía este obstáculo como una ventaja para lograr que los profesores aprovecharan el tiempo de trabajo de la mejor manera.

### ***Estado final***

Esencialmente, la descripción final de este elemento es la misma inicial. Sin embargo, el hecho de que el proyecto fuera institucional generó una circunstancia que propició, en el grupo de profesores de matemáticas de la mayoría de los colegios participantes, unos comportamientos de colaboración, de trabajo en equipo, de deliberación con otros, de deseo de informarse acerca de temas de educación matemática, actividades estas que incluyeron a profesores que no estaban participando en el proyecto. Por otro lado, todos los profesores participantes vivieron la experiencia de escribir documentos de avance del proyecto y el reporte final. Además, muchos de ellos escribieron artículos donde presentan sus proyectos<sup>6</sup>.

*Diseño curricular.* Quienes participaron en el proyecto vislumbraron la existencia de la educación matemática como disciplina joven que maneja conceptos y teorías que ayudan a explicar las dificultades que se presentan en el salón de clase.

---

6. Tales artículos se publican en este libro.

*Desarrollo profesional.* Todos los actores reconocieron la importancia de participar en esquemas de capacitación que tengan significado para el diseño y desarrollo curricular de la institución. Los profesores fueron conscientes de que los esquemas de capacitación influyen de diversas maneras en su conocimiento didáctico. El esquema de capacitación utilizado en el Proyecto MEN-EMA influyó positivamente en el conocimiento didáctico del profesor y generó en él un cuestionamiento en relación con sus visiones acerca de las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje.

*Colaboración entre profesores.* La colaboración entre los profesores comenzó a generar resultados desde el punto de vista de la cultura institucional en cuanto a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. La colaboración entre los profesores generó compromiso por parte de ellos hacia su actividad profesional. El compromiso generado gracias a la experiencia indujo a los profesores a trabajar conjuntamente.

## **Profesor de matemáticas**

### *Estado ideal*

Dada la naturaleza de las creencias y del conocimiento –qué son, cómo se forman o construyen, cómo se modifican, qué características tienen– no tiene sentido establecer para ellos un estado ideal, de la misma manera en que se ha hecho para los demás elementos del sistema. Más bien, conviene establecer el estado ideal al que debe tender la actitud del profesor en relación con sus creencias, su propio conocimiento, su compromiso y su práctica docente.

*Creencias del profesor.* En la tipología que presenta Ernest (1991) se incluyen cinco tipos que pretenden caracterizar a los profesores de matemáticas según sus ideas y creencias con relación, entre otros aspectos, a la naturaleza de las matemáticas, los objetivos de la educación matemática, el modelo de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas. Tales tipos corresponden al profesor entrenador, al tecnólogo, al humanista, al progresista y al crítico. En la realidad es muy difícil ubicar por completo a un determinado profesor en cualquiera de esas categorías; lo más probable es que su práctica docente refleje una tendencia de

sus creencias a una cierta categoría, pero también refleje creencias que lo ubiquen parcialmente en otros tipos (Gómez, C. y Valero, P., 1995).

La ideología que sustenta el Proyecto MEN-EMA con respecto a la naturaleza de las matemáticas, a los objetivos de la educación matemática, al modelo de la enseñanza de las matemáticas y al modelo del aprendizaje de las mismas se acerca mucho a las características que da Ernest al profesor crítico que posee una posición de “constructivismo social”. Las matemáticas son un conjunto de conocimientos construidos socialmente, susceptibles de cambio. El objetivo de la educación matemática es el desarrollo del potencial individual con miras al cambio social. La enseñanza debe hacerse a través de la discusión, la investigación y el cuestionamiento. El aprendizaje es la internalización de construcciones sociales de las matemáticas lograda mediante la resolución de problemas de la vida diaria.

Aunque todo lo que se hizo en el proyecto estuvo iluminado por las ideas mencionadas anteriormente y se pretendió que los cambios que generara el proyecto, fueran, en buena medida, cambios en las creencias de los actores del sistema, no es razonable establecer el estado ideal de las creencias del profesor. En cambio, se puede hablar del estado ideal de la actitud del profesor hacia sus propias creencias. Por ejemplo, es deseable que el profesor tenga una conciencia de cuál es su visión –ideas y creencias– acerca de la naturaleza de las matemáticas, del objetivo de la educación matemática, del modelo de la enseñanza y del modelo del aprendizaje de las matemáticas. Es deseable que busque la coherencia entre la visión que sostiene y su práctica docente. También es deseable que conozca, comprenda, critique y tome postura ante otras posibles visiones acerca de los temas de interés para el estudio. Finalmente, es deseable que asuma una postura apropiada que permita el cuestionamiento de la propia visión y conlleve a un cambio voluntario con respecto a lo que el sujeto decida que debe cambiar.

Las creencias del profesor influyen de manera importante en la práctica docente de dos formas principalmente. Primero, de las creencias depende el comportamiento que el profesor adopte con respecto a las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje. Así, los comportamientos van a favorecer un tipo especial de prácticas que, para el profesor, son las deseables (Clark y Peterson, 1986; Cooney, 1988; Dougherty,

1990). Segundo, la conciencia sobre el hecho de tener unas creencias personales y sobre la existencia de otras alternativas abre la posibilidad de un auto-cuestionamiento. Esta reflexión hace posible el mejoramiento de la práctica docente pues induce al cambio (Thompson, 1992; Ernest, 1991; Gómez, C. y Valero, P., 1995).

*Conocimientos del profesor.* No es razonable esperar que un profesor tenga un conocimiento especializado ilimitado, y, en todo caso, es bien difícil definir qué tanto conocimiento con relación a un determinado tema es suficiente y necesario para la enseñanza del mismo. Sin embargo, sí es deseable que el profesor adopte como propia una actitud autocrítica que lo lleve a juzgar la calidad y cantidad del conocimiento tanto matemático como didáctico que posee en relación con lo que debe enseñar. También es deseable que asuma como propia una actitud de búsqueda de soluciones a las posibles deficiencias que encuentre. Por otro lado, es deseable que el profesor se ocupe, de manera natural, de su actualización permanente mediante el contacto con la disciplina en la que se inscribe su trabajo profesional (Llinares *et al.*, 1990).

El conocimiento del profesor sobre las matemáticas, su didáctica y la disciplina de la educación matemática también influye en su práctica docente pues es la base para todas las decisiones que toma en el desarrollo del currículo (Nickson, 1992).

*Compromiso del profesor con su práctica docente.* El compromiso del profesor con su práctica docente es tal que hace todo el esfuerzo que considera necesario para lograr el aprendizaje de sus alumnos. El compromiso lo induce a involucrarse en proyectos de investigación en el salón de clase, donde puede dar soluciones innovadoras a los problemas de aprendizaje de sus estudiantes y puede evaluar el conjunto de su práctica (Rosenholtz, 1991). Además, comprende que es miembro del grupo de profesores de la institución y que su participación activa en la construcción de la cultura profesional de dicho grupo es importante. Esto significa que el compromiso retroalimenta la colaboración entre profesores puesto que ejerce sobre ella una influencia directa. El compromiso del profesor con su práctica influye en ella pues genera una reflexión constante sobre lo que se hace y cómo se puede mejorar, lo cual se concreta en una acción tendiente a la superación de las deficiencias detectadas.

De la descripción de los tres aspectos relacionados con el profesor, se desprende el estado ideal que debería tener una práctica docente de calidad. Así pues, una práctica de calidad se caracteriza por ser:

- centrada en el estudiante y sus necesidades,
- reflexiva y consciente,
- investigativa,
- innovadora y capaz de asumir riesgos,
- participativa y colaboradora dentro de una cultura profesional institucional.

### ***Estado inicial***

*Creencias del profesor.* Los profesores no eran conscientes de tener una visión sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Tampoco se imaginaban que existieran conjuntos alternativos de visiones sobre estos aspectos. A pesar de que ellos no fueran conscientes de sus visiones, sí se puede decir que dentro de la tipología que presenta Ernest (1991) no es evidente que se ubicaran en la posición del profesor crítico y más bien había una tendencia hacia las visiones más tradicionales.

*Conocimientos del profesor.* Si bien no se puede hablar del estado inicial de los conocimientos matemáticos de los profesores puesto que no hubo una indagación en este aspecto, sí se notaron sus deficiencias en lo relacionado con el conocimiento sobre la didáctica de las matemáticas y sobre la disciplina de la educación matemática. Con respecto a lo primero, los profesores habían desarrollado un conocimiento didáctico por medio de su práctica, es decir, poseían un conocimiento práctico. Pero éste era deficiente porque no había sido confrontado con un conocimiento proveniente o bien de la interacción con otros profesores, o de la contrastación de la práctica con la teoría de la didáctica de las matemáticas. Esto evidenció las deficiencias del conocimiento de los profesores con respecto a la disciplina de la educación matemática.

*Compromiso del profesor con su práctica docente.* Dado que se entiende por práctica docente todo aquello que el profesor hace y deja de hacer dentro y fuera del salón de clase en relación con su trabajo, el compromiso de los profesores con el Proyecto MEN-EMA fue un reflejo de su compromiso con aquella. Los profesores llegaron a trabajar en el proyecto a

sabiendas de que no recibirían ninguna bonificación, ni económica ni en créditos para ascenso en el escalafón docente, por su labor. Ellos buscaban una solución a sus dificultades.

### **Estado final**

*Creencias del profesor.* Los profesores tuvieron la oportunidad de darse cuenta de que tienen una visión sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y que existen otras. Este hecho inició en ellos un proceso de cuestionamiento.

*Conocimientos del profesor.* Los profesores, por medio de las actividades realizadas en el proyecto, entraron en contacto con información sobre las matemáticas, su didáctica y la disciplina de la educación matemática.

*Compromiso del profesor con su práctica docente.* A pesar de haberse encontrado con un esquema que no satisfacía en un primer momento sus expectativas, la mayoría de los profesores trabajó de manera intensa, incluso más de lo que se pedía, y asistió a casi todas las reuniones de trabajo. Los profesores se hicieron más conscientes de la responsabilidad y compromiso con su trabajo. Esto los dejó en un estado de incertidumbre frente a cómo seguir asumiendo ese compromiso en lo sucesivo.

## EFECTOS DEL ESQUEMA DE DESARROLLO PROFESIONAL EMPLEADO CON PROFESORES Y DIRECTIVOS

Como se describió en apartados anteriores, el esquema de desarrollo profesional consistió en la creación de espacios en los que directivos y profesores de los colegios participantes e investigadores de “una empresa docente” pudieron interactuar alrededor de la realización de una tarea de investigación-acción. Esta tarea se llevó a cabo en varias etapas: la identificación y definición de un problema, el diseño de una estrategia de solución, la puesta en práctica y evaluación de la estrategia y la socialización de la experiencia. Para llevar a cabo estas etapas, directivos y profesores tuvieron que enfrentarse a diversos problemas y situaciones. Pensamos que son estas situaciones, junto con los problemas que los participantes tuvieron que resolver dentro de ellas, las que los indujeron a cuestionar su práctica y a iniciar un proceso de cambio en sus comportamientos dentro de la institución tal y como ha sido descrito en el estado final del sistema.

La complejidad del sistema se ha hecho evidente en las páginas anteriores. Aun dentro de la perspectiva del modelo propuesto aquí existe un gran número de elementos y relaciones entre ellos. Por lo tanto, resulta difícil identificar aquellos que se pueden considerar como “claves” en el funcionamiento del sistema: aquellos elementos en los cuales se puedan introducir perturbaciones que induzcan al sistema a asumir nuevos estados de equilibrio. En otras palabras, es importante identificar las *características estructurales* del sistema desde el punto de vista de las influencias externas que pueden generar un proceso de cambio apropiado. Estas características estructurales deben estar ancladas en un número reducido de elementos y relaciones. El análisis que se ha presentado en los apartados anteriores nos permite conjeturar que estas características estructurales giran alrededor de cinco elementos con sus correspondientes relaciones: roles del rector, rol del jefe del departamento, colaboración entre profesores, creencias del profesor y compromiso del profesor con su práctica docente.

Sin embargo, no basta con identificar las características estructurales del sistema. Es necesario identificar la forma más apropiada de influir en estos elementos de tal manera que se genere el proceso de cambio deseado. En este sentido, la estrategia de interacción mencionada influyó directamente en estas características estructurales y produjo los resultados descritos anteriormente. A continuación, se identifican los factores y características de la estrategia de interacción que, como parte de las actividades realizadas, generaron estos resultados.

El rector logró una mejor comprensión del problema de las matemáticas en su colegio al tener que involucrarse en una actividad problemática que lo puso en contacto con la correspondiente realidad. El esquema de investigación-acción le permitió realizar y completar todas las etapas de definición, análisis y resolución de un problema, haciéndolo consciente de que es posible llevar a término proyectos que beneficien a la institución. Finalmente, al tener que interactuar directamente con los profesores de matemáticas, el rector reconoció la importancia de su papel como líder y facilitador del grupo de personas a su cargo.

Al tener que hacer explícitas y formalizar sus actividades, el jefe del departamento de matemáticas reconoció y se hizo consciente de los diferentes roles que tanto él, como jefe, y el departamento, como unidad de la institución, pueden jugar en la mejora de la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Al tener que discutir sobre problemas de educación matemática y al disponer del espacio para compartir sus experiencias innovadoras, los profesores tomaron conciencia de la importancia de colaborar dentro de la institución con el propósito de mejorar su práctica docente.

Los profesores recibieron información sobre temas de educación matemática, tuvieron la oportunidad de conocer las opiniones de sus colegas y encontraron el espacio para discutir y reflexionar sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Esto generó una cierta conciencia de que cada uno de ellos tiene una posición particular acerca de la naturaleza de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y de que existen visiones alternativas al respecto. Todo esto produjo en el profesor un estado de cuestionamiento.

La existencia de un espacio para la innovación, la utilización del esquema de investigación-acción para el desarrollo de estas iniciativas y

la toma de conciencia de que cada uno de ellos hace parte de una comunidad tanto al interior, como al exterior de su institución, fueron los factores que generaron y permitieron expresar por parte del profesor un mayor grado de compromiso, con los estudiantes, con la institución, con el proyecto y con su práctica docente.

## CONCLUSIONES

A continuación se presentan las conclusiones del Proyecto MEN-EMA. En las siguientes páginas se encontrará una referencia a cuatro aspectos principales, a saber, la importancia del enfoque institucional adoptado por el proyecto, los aportes tanto de la dimensión de acción como de la dimensión de investigación del proyecto y las posibilidades de trabajo hacia el futuro.

### LA PERSPECTIVA INSTITUCIONAL

La problemática de la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es un área de investigación que, desde la disciplina de la educación matemática, cada día amplía sus espacios de estudio. Algunos trabajos recientes (Webb *et al.*, 1994; Gómez y Perry, 1994; Secada *et al.*, 1995) muestran la preocupación por explorar ámbitos diferentes al salón de clase con miras a establecer otros factores, fuera de los estrechamente relacionados con la interacción entre profesor, estudiante y conocimiento matemático en el aula, que pueden influir en la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Es así como se han adelantado estudios que desde otra perspectiva abordan esta problemática compleja, diversa y dinámica. En países como los Estados Unidos ha habido dos proyectos de investigación y de acción que han abordado el problema de la mejora de la educación matemática al interior de los colegios, dentro de un contexto de reforma educativa. El primero de ellos, llamado el Urban Mathematics Collaborative (Webb *et al.*, 1994; Heck, 1995), busca generar un cambio en los profesores de matemáticas de una ciudad a través de la colaboración entre profesores de distintos colegios. El cambio en los conocimientos y creencias del pro-

fesor, en su práctica docente y en el compromiso con su ejercicio profesional se realiza por medio de la cooperación entre profesores dentro de una red de profesionales de la educación matemática. El segundo de estos proyectos, llamado School Restructuring Study (Secada *et al.*, 1995), aborda el problema de cómo reformar las matemáticas en la escuela secundaria en el contexto del departamento de matemáticas y de la institución educativa, con miras a que los esfuerzos de reforma sean equilibrados y productivos en estos dos ámbitos.

Para el caso colombiano y con mayor razón en una coyuntura de cambio al interior de la estructura del servicio educativo, la exploración de los problemas asociados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas cobra una gran importancia. La Ley General de Educación de 1994 y con ella todo el plan de descentralización curricular confieren un gran campo de acción para que las instituciones educativas asuman el liderazgo de la mejora de la calidad de la educación matemática. En este contexto, el Proyecto MEN-EMA fue una oportunidad para prestar atención a factores que se habían descuidado o que se creían de poca influencia en la calidad de la formación matemática que finalmente reciben los estudiantes de los colegios del país. Con este proyecto, se resaltó la idea de grupo institucional al interior de los colegios participantes y se generó la conciencia de que la disminución de la brecha entre directivos-docentes o “administradores” y profesores es definitiva en el funcionamiento coherente del departamento de matemáticas. No sólo los resultados de acción asociados con la estrategia de desarrollo profesional que se implementó en el proyecto, sino también el trabajo investigativo de producción de conocimiento sobre el funcionamiento de la educación matemática dentro de las instituciones confirman que este tipo de aproximaciones aportan herramientas sólidas para la comprensión de un problema preocupante para el sistema educativo nacional.

## **LA DIMENSIÓN DE ACCIÓN**

En la dimensión de acción del proyecto fue posible diseñar y aplicar un esquema no tradicional de desarrollo profesional. Tal esquema en esencia proponía tanto a directivos-docentes como a profesores la realización de un pequeño proyecto de investigación-acción sobre un problema en el cual ellos tuvieran injerencia. Para los directivos-docen-

tes el proceso implicó descubrir que son parte de un problema del cual se consideraba como únicos responsables o bien a los profesores o bien a los estudiantes. Entender su capacidad de asumir un rol diferente al meramente administrativo y, en cambio, liderar y facilitar el trabajo de los otros miembros de la institución, en especial de los profesores de matemáticas, fue una oportunidad para que los directivos-docentes cambiaran su percepción de la complejidad de la problemática de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas dentro de sus instituciones. Además, la experiencia de investigación-acción les ofreció herramientas concretas para dinamizar el trabajo al interior de los colegios y poder realizar en ellos pequeños proyectos bien estructurados, factibles, evaluables y que se llevan a término.

Para los profesores de matemáticas involucrados, la experiencia de la investigación-acción contribuyó en el cambio de su percepción con respecto a su ejercicio docente. Los profesores se dieron cuenta de la existencia de una disciplina profesional que ellos practican, disciplina que ha construido una serie de conocimientos propios de los temas y dificultades de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Esta conciencia, mezclada con la oportunidad de proponer una actividad innovadora dentro del salón de clase, ampliaron la visión de los profesores frente a las causas de las dificultades de los estudiantes en matemáticas: el profesor, su actitud y sus creencias tienen gran parte en el asunto; el problema no es exclusivo de la "pereza" de los estudiantes. De manera similar a lo sucedido con los directivos-docentes, los profesores también se apropiaron de una herramienta investigativa (la investigación-acción) que les permite realizar una práctica más reflexiva y dispuesta a la innovación crítica.

En general, la experiencia mostró que es posible comprometer a los profesores y directivos en esquemas de formación que exijan más trabajo y reflexión que los cursos de capacitación tradicionales. La apatía y poco interés que supuestamente caracteriza a los maestros del sector oficial puede romperse y transformarse en una fuerza dinamizadora de la institución escolar cuando las personas se involucran en actividades no mecánicas y libres, donde en vez de fórmulas para resolver problemas, se ofrecen herramientas para la propia construcción de soluciones. En este sentido, una estrategia de desarrollo profesional propicia el ini-

cio de un proceso de cambio al interior de las instituciones educativas. Tal cambio comienza por una transformación en las personas involucradas y se manifiesta en un cambio en sus actitudes y comportamientos dentro de su ejercicio profesional en la institución.

## **LA DIMENSIÓN DE INVESTIGACIÓN**

La experiencia de exploración de un entorno y una problemática compleja y un poco desconocida, por medio de un proceso de investigación participativa, abrió un campo enorme de generación de conocimiento. En primera medida, la metodología misma de investigación, basada en la generación de un espacio de contacto con el objeto de estudio, donde simultáneamente se influía en él, permitió a los investigadores confirmar sus intuiciones a priori sobre el objeto y realizar un proceso de formalización de esas intuiciones a través de la obtención de información sobre él. Sin embargo, el hecho mismo de que la experiencia fuera exploratoria en todo sentido (tanto en la formulación de un esquema de capacitación como en la producción de conocimiento sobre el objeto de estudio) llevó a que no se tuvieran previamente esquemas muy claros de observación y de análisis de información. De ahí que en el transcurso de la aplicación de la estrategia de formación profesional, y después de ella, fuera necesario un trabajo intenso de documentación, discusión y conceptualización de muchos de los resultados que, en primera instancia, no se habían alcanzado de una manera rigurosa (en cuanto a su sustentación con información obtenida en la investigación). A pesar de esto, la interacción entre los investigadores dentro del esquema de la investigación hermenéutica y el diálogo crítico permitió adoptar un enfoque que sistematizó la experiencia y dio paso a la elaboración conceptual del problema abordado.

El enfoque sistémico como postura epistemológica para abordar la problemática de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas al interior de las instituciones educativas permitió percibir la complejidad del objeto de estudio como un sistema conformado por elementos y relaciones estructurales básicos. Con esta herramienta metodológica y conceptual fue posible comenzar a modelar la realidad y así formular hipótesis acerca de algunas relaciones entre los roles de los directivos y aspectos que tienen que ver con el grupo de profesores de matemáticas como son

el diseño curricular, la colaboración entre profesores y el desarrollo profesional de ellos. Posteriormente, y con base en el modelo del Sistema Institucional de la Educación Matemática y su estado ideal fue posible reorganizar las conclusiones obtenidas en un primer momento con respecto a la influencia del esquema de desarrollo profesional en el paso de la organización institucional de un estado inicial a uno final. También se pudo describir con mayor precisión el tipo de impacto que la estrategia había tenido en algunos puntos claves del sistema y explicar, de alguna forma, la dinámica que se había dado en los colegios participantes.

De los diferentes estados del SIEM se pueden resaltar conclusiones importantes con respecto al problema de la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje en las instituciones participantes en el proyecto. En primer lugar, en un momento de cambio en la estructura general del servicio educativo donde se resalta el papel de la institución como ente líder en tal estructura, es necesario iniciar una reflexión sobre el papel que debería jugar cada uno de los elementos del sistema en el logro efectivo de las metas institucionales con respecto a la formación de sus educandos. En este sentido, el pensar un “estado ideal” del SIEM es un aporte al establecimiento de un marco de referencia que permita orientar acciones concretas encaminadas hacia un funcionamiento deseable del mismo. A pesar de ser una guía de acción, este estado ideal obedece a unas concepciones específicas de lo que debería ser la educación y la organización del currículo en el nivel de la institución y en la interacción al interior de ella de elementos como la función de los directivos-docentes, rector y en especial el jefe o coordinador de los profesores de matemáticas, el grupo de profesores como un colectivo y los profesores mismos como individuos. Esto significa que el estado ideal del SIEM que se construyó como parte de la base teórica de este proyecto es una herramienta útil, pero no es la única visión posible de un estado del sistema donde haya condiciones más favorables para la solución de la problemática de la educación matemática en la institución educativa escolar.

Por otro lado, la descripción de los estados inicial y final del SIEM en los colegios participantes permitió resaltar aspectos que se encontraban un poco escondidos como factores relevantes de la problemática. En el estado inicial, el papel que asumen tanto rector como jefe de de-

partamento es en esencia administrativo. Esto se refiere a que el contacto que establece el rector con los profesores, por medio del jefe de departamento, se centra en cuestiones como el seguimiento de programas y la revisión del cumplimiento de las labores docentes mínimas. Por esto, el rector tiene un gran peso en la institución como poder último de decisión de normas generales, pero poco entra en contacto con la problemática del área de matemáticas. Así, el papel del jefe del departamento es de bajo perfil y se limita a la transmisión al grupo de profesores de las propuestas del rector. Su labor como coordinador de un grupo donde debería desarrollarse un trabajo de diseño curricular, de desarrollo profesoral y de colaboración es mínima. La ausencia de un liderazgo activo del jefe hace del departamento un espacio vacío de una comunidad de profesores profesionales interesados por su desempeño docente. Al interior de este grupo de profesores se vive una cultura donde el desarrollo profesional se basa en esquemas tradicionales de asistencia a cursos de capacitación. En estos se refuerza la idea de que la capacitación se realiza esencialmente a través de la transmisión del conocimiento, y que el trabajo cotidiano y colectivo dentro de la institución no es apropiado para ello. Por esto se pasa a un segundo plano el trabajo de desarrollo curricular colectivo, que puede redundar en un mayor compromiso de los profesores y en un aumento de sus conocimientos dentro de los espacios mismos de su práctica docente. Igualmente, los profesores como individuos, con su compromiso y sus creencias y conocimientos tradicionales sobre lo que son las matemáticas y su didáctica, contribuyen a reforzar la situación de aislamiento individual y de poca colaboración en el grupo.

La descripción del estado final del SIEM en los colegios participantes muestra algunos cambios en los elementos y sus interrelaciones, cambios que de ninguna manera se asumen como estables ni definitivos. El rector se da cuenta de que debe asumir un rol distinto al puramente administrativo y comienza a establecer una relación académica con el jefe del departamento. El rector se convierte en un agente dinamizador de las relaciones entre los profesores como grupo, ya que promueve la colaboración al abrir un espacio institucional para el intercambio. Sin embargo, el rol del rector es protagónico y sigue opacando la importancia de la actuación del jefe de departamento. Este, por

su parte, comienza a tener una influencia positiva en la construcción de una cultura profesional en el grupo de profesores a través del reconocimiento de su responsabilidad en la construcción colectiva de una propuesta del diseño curricular del área de matemáticas. La dinámica al interior del grupo de profesores influye en las visiones individuales y se genera una serie de cuestionamientos sobre los conocimientos y en especial sobre las creencias del profesor sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Así, también se aumenta el compromiso del profesor con su ejercicio docente y con la participación en la cultura profesional del grupo de profesores de matemáticas.

Estos cambios, tanto en los elementos mismos como en las relaciones entre ellos, obedecieron a que el esquema de formación profesional desarrollado con los colegios participantes influyó con mayor fuerza en cinco de los elementos y modificó, a través de ellos, el tejido de las relaciones estructurales del SIEM en su estado inicial. Tales elementos son: los roles del rector, el rol del jefe del departamento, la colaboración entre profesores, las creencias del profesor y el compromiso del profesor con su práctica docente. Haber influido en ellos por medio de un esquema de formación abierto que permitía explorar las necesidades y problemas propios de cada colegio con respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas fue una forma efectiva de generar dentro de las instituciones un estado de cuestionamiento y de inicio de cambio.

## **HACIA EL FUTURO**

Los resultados del Proyecto MEN-EMA, tanto en lo relacionado con su dimensión de acción como en lo atinente a la dimensión de investigación, abren bastantes expectativas de trabajo hacia el futuro. Por un lado, “una empresa docente” continuará su investigación en este campo con el Proyecto PRIME que, en un lapso de aproximadamente ocho años, pretende conformar una red de instituciones de educación superior y colegios interesados por trabajar en la problemática de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva institucional. En su primera fase, el Proyecto PRIME, que se inició en septiembre de 1995 y terminará en septiembre de 1996, reafirmará la exploración realizada en MEN-EMA y profundizará en la dimensión de acción e investigación, como paso previo al trabajo en conjunto con

otras instituciones de educación superior que ofrezcan esquemas de desarrollo profesional para colegios, de la misma manera que “una empresa docente” y la Universidad de los Andes lo hicieron en el Proyecto MEN-EMA.

La potencialidad de acción e investigación más grande que se vislumbra, se centra en el hecho de que con este estudio exploratorio se están iniciando a construir las bases de un área de investigación que muestra una amplitud atractiva de abordar problemas claves en el mejoramiento de la calidad de la formación de la educación matemática en los colegios del país. Como se ha reiterado numerosas veces, el modelo del SIEM es uno de los muchos posibles de la realidad de las matemáticas escolares en la institución educativa. Otras miradas al interior de la institución y los problemas de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas podrían ser muy útiles en la comprensión a profundidad de la calidad de la formación matemática del estudiantado colombiano.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Addison, R.D. (1992). Grounded hermeneutic research. En B.F. Crabtree & W.L. Miller (Eds.). *Doing qualitative research*. Thousand Oaks: Sage.
- Aldana, E. et al. (1994). *Colombia: al filo de la oportunidad*. Informe conjunto de la Misión de Ciencia, Educación y Desarrollo. Bogotá: MEN.
- Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 9, No. 3.
- Báez, J. (Comp.) (1991). *Legislación Educativa*, Vol. 1.
- Clark, C.M. & Peterson, P.L. (1986). Teachers' thought processes. En M.C. Wittrock (Ed.). *Handbook of Research on Teaching*. New York: Macmillan.
- Clarke, D. (1994). Ten key principles from research for the professional development of mathematics teachers. En D. Aichele & A. Coxford (Eds.). *Professional Development for Teachers of Mathematics. 1994 Yearbook*. Virginia: NCTM, Reston VA.

- Cooney, T.J. (1980). Research on teaching and teacher education. En Shumway (Ed.). *Research in Mathematics Education*. Virginia: NCTM, Reston VA.
- Dougherty, B.J. (1990). Influences of teacher cognitive/conceptual levels on problem-solving instruction. En G. Booker *et al.* (Eds.). *Proceedings of the Fourteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Oaxtepec, Mexico: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Ernest, P. (1989). The Knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: a model. *Journal of Education for Teaching*, Vol. 15, No. 1.
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. London: The Falmer Press.
- Furtwengler, W.J. & Hurst, D. (1992). *Leadership for School Quality - Personal Challenge, the Missing Factor*. Ponencia presentada en la Annual Meeting of the American Educational Research Association (San Francisco, CA, abril 20-24, 1992).
- Gómez, C. y Valero, P. (1995). Calculadoras gráficas y precálculo: el impacto en las creencias del profesor. En P. Gómez *et al.* *Aportes de "una empresa docente" a la IX CIAEM*. Bogotá: "una empresa docente".
- Gómez, P. y Perry, P. (1994). *Proyecto MEN-EMA. Una investigación sobre la problemática de las matemáticas en los colegios oficiales del Distrito Capital*. Informe final del proyecto.
- Gómez, P. y Valero, P. (1995). La potenciación del sistema de educación matemática en Colombia. En P. Gómez *et al.* *Aportes de "una empresa docente" a la IX CIAEM*. Bogotá: "una empresa docente".
- Heck, D. (1995). Communities of Teachers in Urban Mathematics Collaboratives. *The Mathematics Educator*. Guest Editorial, Vol. 6, No. 2.
- Hyde, A., Ormiston, M. & Hyde, P. (1994). Building professional development into the culture of schools. En D. Aichele & A. Coxford (Eds.). *Professional Development for Teachers of Mathematics. 1994 Yearbook*. Virginia: NCTM, Reston VA.
- Kemmis, S. y McTaggart, R. (1992). *Cómo planificar la investigación-acción*. Barcelona: Editorial Laertes.

- Lappan, G. & Theule-Lubienski, S. (1993). Training teachers or educating professionals? What are the issues and how are they being resolved? En *ICME 7. Selected lectures/ Choix des conférences d' ICME 7*.
- Little, J.W. (1982). Norms of collegiality and experimentation: Workplace conditions of school success. *American Educational Research Journal*, 19.
- Llinares, S. y Sánchez, M.V. (1990). El conocimiento profesional del profesor y la enseñanza de las matemáticas. En S. Llinares y M.V. Sánchez (Ed.). *Teoría y práctica en educación matemática*. Sevilla: Ediciones Alfar.
- Marcelo, C. (1987). *El pensamiento del profesor*. Barcelona: CEAC.
- McLaughlin, M.W. & Talbert, J.E. (1990). The contexts in question: The secondary school workplace. En M.W. McLaughlin, J.E. Talbert & N. Bascia (Eds.). *The Contexts of Teaching in Secondary Schools*. New York: Teachers College Press.
- MEN (1992). *SABER. Sistema Nacional de Evaluación de la Calidad de la Educación. Primeros resultados: matemáticas y lenguaje en la básica primaria*. Bogotá: MEN.
- NCTM (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: SAEM Thales.
- Nickson, M. (1992). The culture of the mathematics classroom: an unknown quantity? En D. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.
- Noddings, N. (1992). Professionalization and Mathematics Teaching. En D. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.
- Rico, L. (1990). Diseño curricular en educación matemática: una perspectiva cultural. En S. Llinares y M.V. Sánchez (Eds.). *Teoría y práctica en educación matemática*. Sevilla: Ediciones Alfar.
- Rico, L. (1991). *Los tetraedros del currículo. Diseño, desarrollo y evaluación del currículo*. Disertación no publicada. Granada: Universidad de Granada.

- Romberg, T. (1988). Can Teachers be Professionals? En D. Grouws, T.J. Cooney & D. Jones (Eds.). *Perspectives on Research on Effective Mathematics Teaching*. Vol. I, pp. 224-244. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Romberg, T. (1991). Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas. *Revista de Educación*, No. 294.
- Rosenholtz, S.J. (1991). *Teachers' Workplace: The Social Organization of Schools*. New York: Teachers College Press.
- Schatz, M. & Grouws, D. (1992). Mathematics teaching practices and their Effects. En D. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.
- Schoenfeld, A., Smith, J. & Arcavi, A. (1993). Learning: the microgenetic analysis of one student's evolving understanding of a complex subject matter domain. En R. Glaser (Ed.). *Advances in Instructional Psychology*. New Jersey: Hillsdale.
- Secada, W. et al. (1995). *The royal road to secondary mathematics reform: departmental initiative or school restructuring*. Ponencia presentada en la Annual Meeting of the American Educational Research Association. San Francisco, abril 1995.
- Staub, E. (1981). Promoting positive behavior in schools, in other educational settings, and in the home. En J. Harvey, W. Tackes & R. Kidd (Eds.). *New directions in attribution research*, Vol. 3. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Thompson, A.G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. En D. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.
- Webb, N. & Romberg, T. (Eds.). (1994). *Reforming Mathematics Education in America's Cities: The Urban Mathematics Collaborative Project*. New York: Teachers College Press.



Artículos de  
directivos-docentes







# La investigación como estrategia para superar los conflictos<sup>1</sup>

*Yadira Espinosa  
Rosalba Beltrán  
Colegio Distrital Carlos Arango Vélez*



Este artículo presenta una descripción del trabajo que las directivas del colegio Carlos Arango Vélez realizaron durante 1994 como parte del Proyecto MEN-EMA.

Este colegio imparte educación básica secundaria y media vocacional a 600 alumnos en la jornada de la tarde y funciona desde 1987. El equipo que participó en el proyecto estuvo conformado por la rectora, la coordinadora académica y dos profesores del departamento de matemáticas. El trabajo se realizó con la asesoría de “una empresa docente” e incluyó el desarrollo de dos proyectos, uno de directivos (rectores y coordinadores) y otro de profesores. Describimos aquí el proyecto de los directivos.

Esta fue una oportunidad para reflexionar sobre el papel que los directivos pueden jugar en la calidad con la que se dan algunos procesos sociales en la institución, entre los cuales la comunicación ocupa un lugar preponderante; también, fue una oportunidad para determinar es-

---

1. Este artículo fue editado por Cristina Gómez, investigadora de “una empresa docente”.

trategias cuyo propósito fuera desarrollar canales de comunicación. La discusión se centró en los conflictos, entendiendo como conflicto “una forma de conducta competitiva entre personas o grupos, que ocurre cuando dos o más personas compiten sobre objetivos o recursos limitados, percibidos como incompatibles” (Dana, 1993). Cuando se plantea, se propone o se impulsa un cambio, se evidencian en forma más tangible los conflictos, expresados en cuestionamientos tales como: “con qué recursos y en qué tiempo vamos a hacer investigación”, “quién debe cambiar”, “de quién es el problema de la institución”, etc.

Para la realización de este proyecto partimos del hecho de que todos –directivos y profesores– debíamos entrar en el cambio, a pesar de estos conflictos. Además, supusimos que la solución de los conflictos depende de la forma de encararlos y participar en ellos, y de la capacidad de adquirir o buscar los conocimientos y las estrategias necesarias para asumirlos y resolverlos de manera creativa, dialogal, democrática, lúdica y no violenta.

El acercarnos al estudio usando la metodología de investigación-acción nos permitió cuestionar en nosotros el compromiso del quehacer pedagógico que practicábamos desde nuestro rol de directivos. Hasta ahora buscábamos solucionar los conflictos a través de una transmisión de esquemas establecidos –estereotipos culturales– y no a través de un proceso donde la investigación y la reflexión nos llevaran a realizar prácticas más acordes con la realidad propia de la institución educativa y el compromiso asumido (actitud de cambio) por cada uno de los gestores del proceso (rector, coordinador académico y profesores), para mejorar nuestro desempeño y con ello la calidad de vida de la institución.

La experiencia se inició con un diagnóstico centrado en las matemáticas y las relaciones que se establecen entre profesores, estudiantes, asignaturas, contexto y directivos. La información obtenida clarificó que desde el rol de directivo no se pueden abarcar todos los grupos que afectan la dinámica de una institución, por ello se determinó trabajar con los profesores.

En la opinión de los profesores, su trabajo no es valorado, sus propuestas no son aceptadas, la organización es vertical y responden por obligación, no por compromiso. Utilizando las técnicas de entrevista in-

formales, se llegó a determinar la necesidad de establecer una comunicación más frecuente, agradable y eficaz, para impulsar, desde el rol directivo, procesos de investigación-acción y apoyar el trabajo realizado por los profesores del área de matemáticas.

La realización del proyecto se dividió entonces en tres etapas. La primera tuvo como objetivo consolidar un grupo de apoyo para los docentes del área de matemáticas. El objetivo de la segunda etapa fue involucrar a los docentes de otras áreas en proyectos de investigación. Y finalmente, socializar el trabajo del proyecto institucional con base en la investigación-acción.

La investigación se inició a partir de las inquietudes y expectativas frente al trabajo diario de nosotros como directivos y docentes. Se hizo un análisis de cada una de las disciplinas a través de las reuniones de área (matemáticas, idiomas, ciencias, vocacionales, sociales) para llegar a elaborar una propuesta viable, que se pudiera vivenciar en el transcurso de un año, para luego ir consolidando y estructurando proyectos de investigación en el aula que apoyaran la construcción del Proyecto Educativo Institucional. La labor se basó e impulsó con base en la lectura de documentos, reflexión y análisis de prácticas pedagógicas, para motivar y consolidar propuestas de trabajo. A través de esta experiencia nos dimos cuenta de la importancia de hacer registros, y apoyar la labor de escribir reportes que, como éste, sirvieran para que otras personas conocieran el trabajo realizado.

Durante la experiencia se presentaron conflictos como los expresados inicialmente, que logramos identificar, resolver y entender, combinando elementos positivos y negativos inherentes a las relaciones interpersonales, organizacionales y sociales.

El manejo de estos conflictos nos condujo a acuerdos como los siguientes.

- El cambio debe hacerse en forma individual pero con el apoyo del grupo.
- La labor investigativa es un trabajo de todos los días en el aula de clase. El discurso pedagógico debe ir a la par con la práctica; la reflexión sobre las prácticas pedagógicas permite encontrar los elementos para mejorar el desempeño de profesores y alumnos.

- La distribución de tiempo y recursos se puede optimizar si se tiene claro lo que se va a hacer y para qué.

Al retirarse de la institución uno de los miembros del grupo de investigación (la rectora) por haber sido trasladada para otro colegio, se presentó la oportunidad de observar y confrontar lo que se estaba gestando. Esa circunstancia que podría haber sido adversa para la continuación del proyecto no lo fue. La coordinadora asumió el reto de involucrar en el proyecto al nuevo rector tanto como fuera posible. Se dio un nuevo impulso y apoyo a nuestro proyecto con algunos ajustes a nivel organizacional. Se nombraron jefes de área, para descentralizar el trabajo de la coordinación académica y así poder ampliar la participación de los docentes.

## LOGROS

Al reflexionar sobre la experiencia que vivimos en este proyecto nos dimos cuenta de varios puntos. En primer lugar, la investigación-acción favoreció una apertura frente al proceso de cambio de actitud, destacándose que para investigar se debe partir de la cotidianidad. Descubrimos la importancia de trabajar sobre problemas que surgen de la vivencia cotidiana de quien desea investigar; de igual forma, fuimos conscientes de la importancia y la necesidad de registrar lo que va ocurriendo como parte del desarrollo del proyecto y de escribir nuestras reflexiones sobre el sentir y el actuar.

En el grupo de docentes, el cambio se reflejó en un interés por participar en proyectos similares con otras universidades, además de la Universidad de los Andes. Se elaboró un proyecto pedagógico en cada una de las áreas. En ciencias se estudió la inducción del alumno en la construcción del conocimiento (mapas conceptuales). El grupo de idiomas se centró en la búsqueda y producción de nuevos textos escritos de carácter crítico y reflexivo. En el área de sociales, elaboraron un programa de grado sexto centrado en el tema de Colombia. En matemáticas, se trabajó sobre el juego como estrategia para aprender matemática (do-

minio, geoplano, ábaco, bloques lógicos) en 6° y 7° grado. En vocacionales, el dibujo publicitario como proyección laboral, en grado 8° y 9°.

## CONCLUSIONES

Como directivos-docentes la experiencia nos ha exigido una revisión constante sobre el diálogo profesional que se establece en la institución, lográndose identificar algunos mecanismos “funcionales” del conflicto cuando se afronta consciente y positivamente.

Igualmente nos ha permitido pautas de referencia para impulsar y afrontar nuevos retos en diferentes contextos. Esta claridad nos da seguridad sobre la gestión directriz que debe desarrollar el directivo-docente en la problemática actual de nuestro país y específicamente en el Distrito Capital.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Beltrán, R. *et al.* (1993). *Plan Institucional Carlos Arango Vélez*. Documento de trabajo.
- Dana, D. (1993). *Cómo pasar del conflicto al acuerdo*. Bogotá: Editorial Norma.
- Fals Borda, O. (1989). *El problema de cómo investigar la realidad para transformar la praxis*. Bogotá: Tercer Mundo.
- Gómez, P. (1992). *Profesor no entiendo*. Bogotá: “una empresa docente”.
- Jurado, F. (1994). *Investigación y escritura en el quehacer de los maestros*. Bogotá: Universidad Nacional.
- Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación acción*. Barcelona: Laertes.





# Propuesta para recuperar la acción pedagógica del área de matemáticas<sup>1</sup>

*Rosa M. Bautista  
Guillermo Guevara  
Colegio Distrital La Merced*



## INTRODUCCIÓN

En febrero de 1994 el Colegio Distrital La Merced fue invitado por “una empresa docente” de la Universidad de los Andes a participar en una investigación sobre la problemática de las matemáticas escolares en colegios oficiales. Debido al interés y necesidad manifiesta de los integrantes del Departamento de Matemáticas y al ver que era un espacio en el que se podía analizar y profundizar sobre los diversos problemas que afectan la enseñanza de las matemáticas, el colegio se comprometió a participar. De esa manera, dos profesores de matemáticas del colegio, el jefe del Departamento de Matemáticas y la rectora nos vinculamos directamente al Proyecto MEN-EMA.

En este artículo se presenta cuál fue el problema abordado por la rectora y el jefe del Departamento de Matemáticas, cuál fue la acción

---

1. Editado por Patricia Inés Perry, investigadora de “una empresa docente”.

propuesta y qué resultados se lograron con la realización de la investigación-acción que se llevó a cabo como parte del Proyecto MEN-EMA.

## **RECONOCIMIENTO DE LA REALIDAD**

Al iniciar el proyecto de investigación encontramos incertidumbre y expectativa para su desarrollo. La diversidad de criterios era notoria; sin embargo, poco a poco, con la discusión colectiva se logró un acercamiento y cierta unidad que nos permitió avanzar. Nos dimos cuenta de que el trabajo docente en la práctica diaria se vuelve repetitivo y poco reflexivo, que la delegación de roles y funciones no favorece la comunicación ni el reconocimiento general para tener una visión global y articulada de la situación. También fuimos conscientes de la necesidad de reconocer la situación de la enseñanza de las matemáticas y de las diferentes variables que inciden en su problemática dentro de la institución. En ese reconocimiento, el tema resultó ser interesante pero demasiado amplio para su manejo. Para ello, aplicamos cuatro instrumentos:

- Ficha de interrelación de variables en la que se tuvo en cuenta a profesores, estudiantes, el contexto y las matemáticas, por una parte, y las prácticas, ideas, organización y visión general en el desarrollo del área, por la otra.
- Revisión histórica minuciosa a 42 actas de reuniones de Departamento desde febrero de 1993 hasta junio de 1994 con relación a aspectos tales como el estilo de organización, la temática, los propósitos, la evaluación y el control.
- Ficha de evaluación al Departamento sobre logros, dificultades, necesidades y sugerencias del área.
- Ficha de autoconocimiento y reflexión personal como maestros del área de matemáticas.

De la sistematización de la información se obtuvo un marco de referencia global y articulado de la situación de los maestros, directivos, estudiantes, enseñanza de las matemáticas, necesidades, contextos y proyecciones. Su análisis fue un valioso aporte al Departamento de Ma-

temáticas porque nos facilitó una mejor comprensión y un encuentro de mayor coherencia y argumentación de la realidad.

Abordamos parte de la temática en relación con los responsables en su dirección, organización y desarrollo y a partir de ello se dedujo que:

- Existe una estructura formal y repetitiva de la organización de las reuniones con un alto índice de dispersión de actividades, sin temática central, en la que predominan aspectos de organización, disciplina y pocos temas académicos e investigativos del área.
- Aunque existe interés, responsabilidad y trabajo se notan deficiencias en la consolidación de un equipo para el estudio académico del desarrollo del área que innove y cree nuevas formas de interacción pedagógica.
- Falta mayor coherencia de la práctica pedagógica entre lo que se planea y lo que se ejecuta. La tendencia es que cada maestro realice lo que sabe y cree pertinente, en ocasiones guiados más por la tradición que por la reflexión y la innovación.

Este reconocimiento de la realidad nos cuestionó en forma individual y colectiva generando reacciones de diversa índole que poco a poco se fueron orientando y aclarando con el desarrollo de la investigación.

## **PLANIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN**

### **EL PROBLEMA**

Inicialmente nos documentamos sobre la metodología de investigación-acción e iniciamos un acercamiento a la problemática general, lo cual resultó tan extenso que nos dificultó la elección de un tema específico sobre el cual debíamos trabajar. Revisamos, entonces, los criterios establecidos por la Universidad: los directivos de cada colegio debíamos identificar un aspecto de la problemática sobre el cual tuviésemos incidencia y quisiéramos proponer algún cambio que se pudiese implementar en corto tiempo.

Luego de varias discusiones en las que participamos la rectora, el jefe del Departamento y los profesores de matemáticas del colegio se llegó a tener la clara conciencia de que los acuerdos con relación a lo que los profesores van a desarrollar en el salón de clase deben construirse a través del trabajo que se haga en las reuniones de área. Tales acuerdos deben ser el resultado de una interacción fuerte entre los profesores, a través de la reflexión individual, los análisis y discusiones compartidos por ellos. Esa situación nos llevó a plantear el problema de estudio de la siguiente manera:

*En la organización institucional existen dos horas semanales asignadas para el trabajo pedagógico del área de matemáticas. Sin embargo, pese a sugerencias y observaciones establecidas desde los comités directivo y académico, dicho tiempo no es utilizado para tal fin. Las sesiones son un espacio para llevar a cabo análisis anecdóticos, presentar informes, organizar y evaluar actividades de carácter operativo funcional de la institución, dejando en segundo plano el desarrollo académico. También hace falta liderar el avance pedagógico del área.*

## **HIPÓTESIS DE TRABAJO**

Una vez definido el problema, la hipótesis de trabajo se planteó así: Al involucrar al grupo de profesores de matemáticas del colegio en un proceso de investigación-acción, ¿será posible lograr los siguientes resultados?:

- renovar estrategias metodológicas de organización,
- fomentar el trabajo en equipo,
- recuperar la acción académica del área,
- motivar la participación de sus integrantes.

## **BASES TEÓRICAS**

Revisamos algunos elementos teóricos sobre administración y organización, pues sentimos la necesidad de orientar el proceso basados en algunos principios que permitieran dar mayor seguridad y claridad a la planificación que íbamos a realizar.

Encontramos mayor identificación con la teoría de desarrollo organizacional. De allí tomamos el concepto de *organización* como un proceso que tiene en cuenta las formas culturales que determinan el ambiente, la calidad de la comunicación, la claridad de roles y funciones de las personas que hacen parte de la organización, y el manejo de conflictos como algo inherente a la organización misma. El concepto enfatiza la importancia de la relación de confianza al interior del grupo y la responsabilidad compartida y descentralizada en la toma de decisiones. Además, destaca la importancia y necesidad de llevar a cabo procedimientos que pueden hacer más eficiente la planeación y desarrollo de las ideas; procedimientos que buscan dar respuesta a cuestiones tales como: qué se va a realizar, por qué, para qué, con qué recursos, cómo, dónde y cuándo.

## **OBJETIVOS DEL ESTUDIO**

Al confrontar la teoría con nuestra realidad descubrimos vacíos y deficiencias en la organización del área y ratificamos el problema de investigación. Comprendimos que su importancia radicaba en la urgente necesidad de recuperar y aprovechar al máximo los espacios destinados a la discusión, análisis y propuestas sobre el área para consolidar un proceso dinámico que favoreciera el trabajo académico, cambio de actitud, actualización permanente con miras a incidir en el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el colegio.

Nos propusimos como objetivo general consolidar una propuesta organizativa para las reuniones, que facilitara un trabajo pedagógico y la reflexión académica, y, también nos propusimos consolidar un equipo de trabajo que impulsara transformaciones académicas en el área de las matemáticas.

## **LA ACCIÓN A REALIZAR**

El proceso de investigación que vivimos estuvo influido continuamente por una dinámica de motivación-reflexión-acción y pasó por etapas de

inducción, diagnóstico, planeamiento de una propuesta alternativa, ejecución de la propuesta y evaluación de la misma.

## **LA PROPUESTA**

La propuesta organizativa se orientó de la siguiente manera:

*Manejo del desarrollo de las reuniones.* Semanalmente se dispone de 90 minutos para realizar las reuniones. Ese tiempo se distribuyó para cubrir cinco fases así: 15 minutos para la introducción, 45 minutos para el desarrollo del tema central, seguidos de 5 minutos de descanso; los siguientes 10 minutos se destinaron para concluir y evaluar la sesión y los 15 últimos minutos, para hablar sobre varios. Se acordó que el énfasis de las reuniones se haría sobre el tema central de discusión, el cual debía ser propio del área de la enseñanza de las matemáticas y acordado y planificada su presentación con anterioridad.

*Elaboración de un informativo interno.* Se acordó entregar a cada profesor un informativo en el que se le comunicaran los temas operativos de la institución.

*Establecimiento de roles.* Se acordó definir y establecer claramente los roles y funciones del rector, el coordinador, el jefe del Departamento de Matemáticas, el orientador y los profesores de matemáticas en relación con el trabajo académico del área.

*Impulso y apoyo a los procesos de actualización y capacitación docente.* Se acordó impulsar la vinculación de los profesores de matemáticas a procesos de investigación desde el área de matemáticas del colegio; asimismo, se acordó apoyar la asistencia a seminarios, foros y eventos que aportaran a la renovación de los profesores en temas relacionados con la enseñanza de las matemáticas.

*Organización del centro de documentación del área.* Se decidió trabajar en la construcción de un centro de documentación para el área de las matemáticas en el que haya bibliografía diversa y actualizada sobre tópicos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que sirvan de apoyo en la preparación del profesor y aplicación en el aula de clase. Gran

parte de este material puede ser el resultado de la construcción y vivencia pedagógica de los profesores.

*Evaluación del trabajo del área* . Se acordó aplicar evaluaciones periódicas al trabajo del área, al desempeño profesional y al proceso iniciado.

## **APLICACIÓN DE LA PROPUESTA**

Cuando se comenzó a implementar la propuesta de organización y funcionamiento de las reuniones del área de matemáticas se vivieron una serie de dificultades en el grupo, pues ese proceso exigía más trabajo de parte de quienes conforman el Departamento de Matemáticas y mayor compromiso en cuanto a tiempo y dedicación. Sin embargo, poco a poco, esas dificultades se fueron superando gracias al interés y colaboración de quienes estábamos comprometidos en esta tarea. No es fácil cambiar el estilo de organización de las reuniones puesto que representa una tradición de varios años y formas de interrelación grupal guiadas por una mentalidad adquirida en el encuentro y socialización de quienes integramos el área. Por tanto, romper con estas barreras crea resistencias aunque el grupo sea pequeño.

Hubo varios intentos de aplicación de la propuesta de acuerdo con lo planeado; sin embargo, sufría interrupciones en su desarrollo. Entonces, se hizo necesario revisar las estrategias de aplicación, redefinir los compromisos de cada uno y establecer disciplina que facilitara el avance. Nos ayudó el delegar tareas concretas para la preparación de los temas y rotar las responsabilidades de liderazgo de cada reunión, encontrando una respuesta positiva de cada profesor, afán y motivación para la preparación temática y expresión de la vivencia de la experiencia acordada para aplicar en el aula de clase.

Una vez que se logró aplicar la propuesta, los profesores la evaluaron positivamente porque sentían que el trabajo de área realmente estaba cambiando y estaba dando resultados para la organización, para el encuentro pedagógico con las alumnas y para mejorar la vida educativa institucional. Se dieron cuenta de la importancia de discutir, anali-

zar, innovar y evaluar temas propios y coherentes con la práctica de los mismos.

A medida que fue pasando el tiempo se disminuyeron los niveles de tensión y aumentó la comunicación del grupo, situación que permitió mejorar la calidad del trabajo de equipo y su incidencia en la vida institucional. Como consecuencia, se proyectó sugerir la nueva organización del área a los demás departamentos que integran la vida académica del área.

## RESULTADOS

Los resultados obtenidos por la realización de esta investigación-acción se pueden agrupar en dos clases: los que tienen que ver con la organización y funcionamiento del área de matemáticas y los que tienen que ver con los directivos y su papel en el área de matemáticas.

Referente a la organización y funcionamiento del área de matemáticas, la institución –a través de directivos y profesores de matemáticas– logró un acercamiento a la realidad del área junto con un diagnóstico objetivo del estado de la misma. Los directivos y profesores de matemáticas descubrieron en la investigación-acción una estrategia que sirve como elemento para cohesionar el grupo, facilitar la discusión, motivar a los profesores en relación con su capacitación y actualización profesional, de manera que se pueda ir superando la subjetividad individual y se pueda ir transformando el saber cotidiano en uno más universal y científico. El trabajo realizado favoreció la motivación y el reencuentro del papel del maestro. Se logró crear un ambiente de apertura en el que fue posible explicitar las dificultades, disminuir los temores e ir consolidando un trabajo de equipo. Se logró generar inquietudes en los profesores con respecto a la enseñanza de las matemáticas y se consiguió que ellos socializaran experiencias docentes. A partir de esta experiencia, el Departamento de Matemáticas está liderando el *Proyecto de Investigación Pedagógica* en el colegio con el fin de articular el pre-escolar, la primaria y secundaria.

Por otro lado, los directivos de la institución cuestionamos el papel directivo dentro de la misma y el tipo de organización existente. Se re-

planteó la dinámica organizacional de la institución dándole un enfoque de mayor estudio, vida académica y de investigación. Se logró aplicar una forma de organización que realmente ha beneficiado el trabajo académico del área generando un proceso de cambio que continuará vigente. El trabajo realizado como parte de nuestra investigación nos permitió descubrir una cultura típica en donde realmente se necesita involucrar la investigación como un factor de cuestionamiento, exploración y cambio personal, académico y organizativo. Nos permitió descubrir que para lograr mayor eficacia y eficiencia en el liderazgo pedagógico, el directivo docente debe ser partícipe de los procesos mediando en su avance, promoviendo y motivando su desarrollo, solucionando conflictos, escribiendo y retomando conclusiones para dar continuidad y seguimiento en una interacción de hermandad, exigencia y estudio permanente con los docentes. Se hizo evidente que el proceso de capacitación docente es efectivo en la medida en que permite al profesor confrontar su realidad cotidiana con los fundamentos y orientación académica conceptualizada y de ello sacar conclusiones que van favoreciendo poco a poco el replanteamiento de nuevos estilos y formas pedagógicas en las aulas en donde el alumno también aporte. A raíz de la experiencia vivida surge la necesidad de involucrar el proceso de investigación-acción al trabajo académico de los demás departamentos y se ha promovido el interés, la motivación y el acercamiento a la investigación como eje temático básico del Proyecto Educativo Institucional. Tuvimos la vivencia de que el camino recorrido es sólo un preámbulo del reto, exigencia y compromiso que tenemos los educadores frente al desarrollo tan anhelado de cambio de la educación y de la sociedad.

Por lo anterior, confirmamos nuestra hipótesis inicial en un alto porcentaje y la investigación-acción favorece la creación de nuevas formas de organizar y de encontrar entidad profesional en el campo educativo.





# La evaluación como factor de progreso en la institución<sup>1</sup>

*Luis A. Sánchez*  
*Inés M. Vizcaíno*  
*Colegio Distrital República de Colombia*



## INTRODUCCIÓN

El Consejo Académico del Colegio Distrital República de Colombia ha manifestado gran preocupación por el problema del bajo rendimiento de los estudiantes en matemáticas. Esta es el área donde hay la mayor mortalidad en la institución. La siguiente tabla muestra los porcentajes de estudiantes que han perdido matemáticas en los años 1990 a 1993.

<b>Grados</b>	1990	1991	1992	1993
<b>Sexto</b>	24	28	13	25
<b>Séptimo</b>	24	20	28	41
<b>Octavo</b>	35	23	33	22
<b>Noveno</b>	27	31	27	27
<b>Décimo</b>	21	12	25	41
<b>Undécimo</b>	48	18	31	18

---

1. Este artículo fue editado por Pedro Gómez, investigador de "una empresa docente".

Son múltiples las causas del bajo rendimiento y muchos los factores que se deben tener en cuenta. Con la asesoría de “una empresa docente” comenzamos el análisis de los problemas que incidían en el bajo rendimiento; elaboramos un listado de ellos; y comenzamos a mirar sobre cuáles de ellos nosotros, como directivos, podíamos tener la mayor influencia posible. Fue así como se fueron descartando uno a uno los problemas, en especial aquellos en los que tenían que ver directamente los alumnos y los padres. Finalmente decidimos trabajar la evaluación escrita porque veíamos que este trabajo podía llegar a influir en la actitud del maestro hacia este y otros aspectos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

## EVALUACIÓN

La evaluación averigua si el profesor está enseñando lo que quiere enseñar y si el alumno está aprendiendo lo que el profesor quiere que aprenda. La evaluación está íntimamente relacionada con los demás elementos del currículo. Es así como diversos modelos de objetivos pueden determinar diferentes esquemas de evaluación y estos esquemas influyen en el funcionamiento de las actividades que se realizan en el salón de clases.

Hay quienes sugieren que el profesor utilice la evaluación para ayudar a los estudiantes a que aprendan y disfruten con las matemáticas. El profesor debe valorar el aprovechamiento del estudiante en términos de progreso y debe dar más importancia a la forma como el estudiante llega a una respuesta que a la validez de la misma.

Existen diversas técnicas de evaluación diferentes de las tradicionales. Por ejemplo, se pueden observar los estudiantes mientras trabajan y se pueden hacer entrevistas individuales con ellos.

La evaluación debe, de manera ideal, satisfacer ciertas condiciones. Por ejemplo, debe adaptarse al propósito del currículo; requiere de procedimientos apropiados con respecto a la disciplina; originar nuevos problemas; invitar a pensar; inducir la actividad del estudiante; desarrollar el pensamiento en diferentes formas; ser accesible a todos los estudiantes; y contribuir a crear actitudes positivas.

La meta de la evaluación es mejorar la instrucción. El profesor tiene que saber utilizar los resultados de la evaluación para mejorar las decisiones que él toma dentro del proceso de enseñanza.

## **PROBLEMA**

Habiendo identificado la importancia que la evaluación puede jugar en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la rectora y el jefe del Departamento de Matemáticas decidimos utilizar este tema como medio para generar una reflexión en el grupo de profesores acerca de la forma como se enseñan y aprenden las matemáticas dentro de la institución y el papel que la evaluación podía jugar en el bajo rendimiento de los alumnos. Nuestro propósito principal era el de ofrecer una oportunidad para cambiar la actitud del maestro frente a su práctica docente.

## **ACTIVIDADES**

Decidimos utilizar la reunión de área como el lugar ideal de trabajo para lograr los objetivos que nos habíamos impuesto. Durante cuatro meses organizamos estas reuniones teniendo como elemento de discusión el tema de la evaluación. La rectora hizo una presentación sobre técnicas de evaluación. Dedicamos cuatro reuniones a la elaboración y análisis de las pruebas trimestrales y de la programación del área para el tercer período. En el resto de las reuniones hubo un profesor que hizo una presentación sobre un tema específico. Es así como se hicieron presentaciones sobre analogías y asociaciones, factorización, identidades trigonométricas y funciones lineales.

## **RESULTADOS**

Nosotros, rectora y director de área, fuimos los primeros sorprendidos con los resultados de este nuevo esquema. Al haber escogido un tema de discusión y haber organizado las reuniones de área alrededor de los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el colegio, logramos generar un interés especial por parte de los profesores. El grupo completo asistió a la totalidad de las reuniones, participando de manera activa y haciendo aportes relevantes a la discusión.

En este momento percibimos cambios importantes en el comportamiento de los profesores como consecuencia del trabajo que se ha realizado. A diferencia de lo que sucedía en el pasado, ahora hay una mayor camaradería entre ellos. Los profesores trabajan en grupo y existe un diálogo continuo sobre métodos de evaluación. Percibimos un interés hacia la reflexión y la discusión sobre la enseñanza de las matemáticas y un deseo de participar en las reuniones de área para aprender, conocer y aportar a la tarea pedagógica.

## **CONCLUSIONES**

Creemos que hemos logrado generar un compromiso en los profesores hacia su práctica docente y su participación en los problemas pedagógicos del colegio. Como directivos, nos sentimos satisfechos de haber logrado los objetivos que nos impusimos y contentos de haber podido entrar en contacto con un grupo de personas que asumen su labor de manera profesional. Sentimos la obligación de seguir asistiendo a las reuniones de área para estimular a los participantes y aportar a la mejora de la calidad de la evaluación y de la enseñanza de las matemáticas en el colegio.



# Hacia la cualificación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas<sup>1</sup>

*Marina T. de Prieto*  
*Alix Mantilla*  
*Normal Distrital María Montessori*



## INTRODUCCIÓN

El presente artículo tiene como finalidad compartir el camino que recorrimos en el año 1994 con el apoyo de “una empresa docente” de la Universidad de los Andes, que tuvo como objetivo principal encontrar estrategias que llevaran a obtener mejores resultados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y que, como consecuencia, los estudiantes asumieran una actitud positiva frente a esta disciplina.

## ANTECEDENTES

En la Normal Distrital María Montessori se han venido presentando resultados deficientes en el rendimiento del área de matemáticas. En los

---

1. Este artículo fue editado por Vilma M. Mesa, investigadora de “una empresa docente”.

últimos siete años los docentes han buscado soluciones a esta situación, trabajando en tópicos como la definición de contenidos temáticos según las necesidades reales de cada grado, utilizando estrategias que faciliten una mejor comprensión de los temas y el cambio de actitud del docente con miras a construir un ambiente de confianza para los jóvenes aprendices.

Por otra parte, la institución ha estado vinculada al equipo técnico que desde el Ministerio de Educación Nacional ha impulsado la implementación de los programas del nuevo currículo para el área. Aunque los resultados en cuanto a rendimiento han mejorado, consideramos que aún falta mucho por hacer. Posiblemente desde la Rectoría y la Coordinación Académica no se ha tenido una visión adecuada de la situación y por lo tanto no ha habido la iniciativa y la decisión suficientes para emprender un proyecto que permita avanzar en la solución de las dificultades encontradas.

## **APARECE UNA OPORTUNIDAD**

A comienzos de 1994, la Normal Distrital María Montessori fue seleccionada, junto con otros nueve colegios oficiales, para participar en la experiencia piloto que sobre el área de matemáticas emprendería “una empresa docente” de la Universidad de los Andes. La rectora reunió a los docentes del área y, con mucho entusiasmo, les comunicó el proyecto con el fin de saber si podía contar con su participación. La noticia fue recibida con interés y todo el grupo manifestó su deseo de participar; por lo cual fue necesario sortear los dos cupos para profesores que ofrecía la Universidad.

Sin embargo, apareció una dificultad: los docentes de los colegios ya seleccionados asistirían a los encuentros programados por la Universidad en la jornada de la tarde, su jornada laboral; los docentes de la Normal deberían, además de atender su jornada laboral de 6:45 a.m. a 1:30 p.m., asistir a la Universidad en la jornada de la tarde. Esto, se pensó en un momento, iba a imposibilitar nuestra participación. Sin embargo, pudieron más el interés y el entusiasmo para participar en el proyecto y fue así como nos vinculamos cuatro personas de la Normal:

las dos docentes seleccionadas, la coordinadora del área de matemáticas y la rectora. Las docentes asistirían a la Universidad tres semanas; la coordinadora y la rectora, ocho sábados. Para efectos de estar al tanto del desarrollo del proyecto se fijó una reunión semanal, adicional a la del área.

Las sesiones iniciales en la Universidad tuvieron como finalidad el diseño de un proyecto de investigación. Para esto era importante:

- escoger y delimitar un tema relacionado con las matemáticas,
- analizar la situación de la Normal en relación con el tema específico, identificando tópicos sobre los cuales se podría incidir,
- definir los aspectos que deberían observarse.

Metodológicamente se trabajaría con investigación-acción. Recibimos el primer capítulo del libro *Cómo planificar la investigación acción*, (Kemmis, 1992) que constituyó buena parte del fundamento teórico del proyecto. En este artículo, se hará referencia al trabajo adelantado por la coordinadora del área de matemáticas y por la rectora.

## **¿CÓMO DEFINIR LA DIFICULTAD A ATENDER?**

La gran motivación que nos animó a emprender un proceso de investigación, pronto nos enfrentó con el reconocimiento de nuestras limitaciones en este proceso, especialmente en lo que hace referencia a la preparación y experiencia que se requiere. Esta es la razón por la cual nos fue muy difícil elegir la situación o tópico del área de matemáticas que requería atención especial. En una de las sesiones iniciales, cada institución presentó su propuesta temática al grupo de trabajo y en esa medida se fueron dando aportes y sugerencias, privilegiándose el postulado de que ninguna iniciativa es buena o deficiente, situación que a nuestro juicio propició un clima de gran confianza y respeto entre los participantes.

## SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

En un comienzo planteamos tímidamente la hipótesis:

*Los maestros de matemáticas, creen de buena fe, que los procesos que utilizan para abordar los temas del área, son los indicados.*

La interacción con el grupo de profesores de la Normal, nos mostró que no teníamos argumentos sólidos que justificaran la elección de esta hipótesis; así que se formuló una nueva, pensando que una buena forma de reducir el tamaño del problema era analizarlo por grados:

*¿Cómo aprenden matemáticas los alumnos de sexto grado?*

Respecto a nuestra segunda propuesta de trabajo comenzamos por interrogarnos acerca de las causas: ¿Por qué no aprenden matemáticas los alumnos del grado sexto? Ahora fue el grupo de trabajo en la Universidad el que nos hizo una serie de observaciones que nos llevaron a descartar esta problemática. Las observaciones se centraron en los siguientes puntos:

- Para trabajar propuestas como esta se debe abordar antes el concepto de *aprender*.
- Es fundamental, para cualquier temática, analizar su complejidad para extraer de ella algunos aspectos en los cuales se pueda incidir de manera directa
- Se debe rebasar el estudio de los síntomas para llegar realmente al problema
- Las directivas deben asumir el liderazgo, la dinámica y la coordinación del trabajo
- La investigación que se adelante debe propiciar el desarrollo de nuevos proyectos en otras instituciones, es decir, debe ser viable
- El proyecto debía producir resultados en seis meses, los cuales serían la base fundamental de lo que se realizaría luego en la institución

Luego de oír estos aportes, experimentamos preocupación por lo difícil que era definir el tema, y especialmente llegar a asumirlo; pero igual-

mente sentimos optimismo por encontrar puntos de apoyo sobre los cuales fundamentar una nueva decisión. La búsqueda de una situación factible de atender nos llevó a formular la siguiente propuesta:

*¿Cuáles son las causas del bajo rendimiento de los alumnos en el área?*

Con en esta propuesta expresamos al grupo de docentes del área, la necesidad de indagar sobre sus causas, entendiendo el rendimiento, no como el resultado cuantitativo únicamente, sino como el logro de aprendizajes que puedan ser utilizados y aplicados posteriormente. Así, durante la reunión con la coordinadora académica y las docentes del área, todas respondimos por escrito la pregunta: “*¿Cuáles son, en su opinión, las causas del bajo rendimiento de los alumnos de matemáticas?*”

Observamos interés en cada una de las personas para consignar su opinión; al finalizar recogimos este material, explicando la importancia que tenía para nuestro proyecto recopilar todos los informes producto del trabajo que se fuera desarrollando. Las respuestas de los docentes hicieron referencia tanto a los alumnos como a los profesores. En relación con los alumnos se mencionó la falta de interés, motivación y esfuerzo; la inseguridad en sí mismos y una deficiencia en el desarrollo de habilidades y construcción de conceptos básicos a partir del preescolar. Con respecto a los docentes, se mencionaron la inadecuada formación para desempeñarse en el área; el desconocimiento del proceso evolutivo del alumno y de demandas lógicas requeridas para avanzar en la adquisición de conocimientos matemáticos; la rutina en los procesos de enseñanza y aprendizaje; la falta de unidad de criterios para evaluar y la dificultades para realizar un trabajo efectivo en equipo que permita un trabajo ameno y exitoso por parte de los alumnos. Se observó, por un lado, una tendencia a expresar que el desinterés y desgano de los estudiantes son una razón de gran peso en el bajo rendimiento y por otro, una manifestación de impotencia frente a la situación.

El grupo pensó que los alumnos, como parte del proceso de aprendizaje, también deberían manifestarse y se decidió recoger su opinión acerca de la misma situación preguntándoles “*¿Cuáles son para usted las principales causas del bajo rendimiento en el área de matemáticas?*”

Del total de 825 alumnos se encuestaron 90 de los seis grados y las respuestas fueron las siguientes:

Aspecto	# respuestas	%
Falta de interés	28	26.6
Clases aburridas y monótonas	20	19
No pedir explicaciones cuando no entienden	19	18
Falta de atención	18	17
Falta de estudio	16	15
Miedo al profesor, al área, a las calificaciones, a los compañeros	15	14
Métodos no adecuados	11	10
No gusto por el área	7	6.6
Las matemáticas son difíciles (creencia)	6	5.7
Desmotivación y falta de estímulo	5	4.7
Falta de paciencia y buen genio del maestro	1	0.9

Estos resultados mostraron que la causa que presenta mayor frecuencia es la falta de interés; así, las docentes del área se formularon las siguientes inquietudes:

- ¿Qué hacer para conocer las causas que originan el desinterés?
- ¿Qué acciones realizar para despertarlo?

Consideramos que sería necesario trabajar para motivar a los estudiantes, porque el área de matemáticas es una de las que más elementos proporciona para el desarrollo lógico; además, a los estudiantes que les va bien en matemáticas, aparte de que se les facilitan los procesos en las demás áreas, se les eleva su autoestima. En síntesis, se identifica como eje generador del problema la falta de interés:

*El interés, es un regulador de energía como ha demostrado Claparède: su intervención moviliza las reservas internas de fuerza y basta que un trabajo interese para que parezca fácil y la fatiga disminuya. Esta es la razón, por ejemplo, de que los colegios den un rendimiento infinitamente mejor a partir*

*del momento en que se recurre a los intereses de los estudiantes, y a que los conocimientos propuestos correspondan a sus necesidades. Pero, además, el interés implica un sistema de valores, que el lenguaje corriente llama “los intereses” (por oposición a “el interés”) y que se diferencian precisamente en el curso del desarrollo mental asignando objetivos cada vez más complejos a la acción.*

*A los intereses están ligados muy de cerca los sentimientos de autovaloración; los sentimientos de inferioridad o de superioridad. Todos los éxitos y todos los fracasos se inscriben en una especie de escala de intereses, los éxitos para elevar las pretensiones del sujeto y los fracasos para rebajarlas con vistas a las acciones futuras. De ahí que el individuo vaya formándose poco a poco un juicio sobre sí mismo que puede tener grandes repercusiones en todo su desarrollo. En especial, ciertas ansiedades son debidas en parte a fracasos reales y sobre todo imaginarios.*

Con respecto a las otras inquietudes de los alumnos decidimos atender aquellas que, a nuestro juicio, tenían una pronta solución: el temor y las clases aburridas y monótonas. Las docentes propusieron las siguientes soluciones:

- Llegar a la clase con actitud amable.
- Utilizar ayudas didácticas.
- Admitir que el error es un paso para aprender.
- Estimular a quien pregunta.
- Propiciar posibilidades de éxito para que el alumno vaya adquiriendo seguridad en sí mismo.
- Compartir los procesos con los alumnos.

## **AHONDAR EN LA SITUACIÓN**

Conscientes –tanto el cuerpo de docentes como el grupo de investigación– de que con estas acciones no llegaríamos al fondo del problema, se aceptó la propuesta de la coordinadora académica de poner en común, la forma como cada docente enseña los temas que se consideran

más difíciles de entender por parte de los alumnos. Esto permitiría el enriquecimiento del grupo con las experiencias de todas las colegas y además posibilitaría la construcción de estrategias de trabajo que facilitarían una mejor comprensión por parte de los alumnos, lo que traería como consecuencia, un mayor interés en el área.

En las dos reuniones siguientes realizamos el trabajo propuesto, con dos temas, multiplicación de enteros negativos y fraccionarios. En estas sesiones identificamos vacíos de tipo didáctico y dificultades en el manejo de algunos contenidos temáticos, por lo cual consideramos necesario buscar la asesoría de profesionales en el área que hubiesen experimentado, con éxito, nuevas estrategias de enseñanza.

Al hacer, sobre la marcha, un análisis del proceso que habíamos adelantado hasta el momento, decidimos retomar la primera preocupación temática que tuvimos y que fue débilmente defendida:

*Los maestros de matemáticas creen, de buena fe, que los procesos que utilizan para abordar los temas del área son los indicados, lo que los ha llevado a pensar y expresar continuamente que los malos resultados en el rendimiento del estudiante obedecen especialmente a factores tales como la falta de atención, la falta de estudio y el no hacer tareas.*

La anterior afirmación, que no es nueva, ha cobrado fuerza, hasta el punto de ser aceptada por un buen número de estudiantes y también por los padres de familia. Esta situación se ha mantenido por mucho tiempo, sin que se visualice un cambio en su percepción. Esto ha llevado a que el área sea asumida por los estudiantes con prevención, desinterés y resistencia, hasta el punto de que, para muchos, ha constituido la razón de abandono del sistema escolar y, para otros, la justificación de la elección de carreras universitarias en donde los requerimientos en el área sean mínimos.

Esto nos mostró que en el proceso de construcción del conocimiento matemático, no se ha concedido la importancia requerida a todos los aspectos relacionados con el quehacer del docente, lo cual nos ha llevado a mantener una visión unilateral del problema: se continúa dedicando mucho tiempo y esfuerzo para lograr que los alumnos cumplan con sus responsabilidades escolares (una sola parte del problema), lo cual tiene como resultado docentes sin mayores satisfacciones profesionales, can-

sados e impotentes ante su compromiso y estudiantes desmotivados y fracasados.

Esta propuesta no fue compartida inicialmente por el grupo de docentes; en realidad fue bastante debatida y sobre ella se expresó:

- Cuando en una clase el proceso no produce los resultados esperados, los docentes hacen los ajustes del caso.
- Es posible –sugiere la coordinadora académica– que los docentes no hayan visto, hasta ahora, la necesidad de investigar sobre nuevas estrategias para desarrollar los temas sobre los que ya tienen un método definido.
- La parte que dice: “Los maestros de matemáticas, creen de buena fe, (...)” es incongruente con lo planteado posteriormente, “(...) no se ha concedido la importancia requerida a la preparación, actitud y compromiso del docente.”

En la discusión que se tuvo durante la reunión, el grupo insistió en la necesidad de buscar docentes que hubieran elaborado y experimentado nuevas propuestas para asumir la enseñanza de las matemáticas con el fin de conocer qué cosas están sucediendo en el entorno y que pudieran beneficiar al equipo de trabajo. Se invitó a la colega Marina Ortiz quien dirigió dos sesiones de trabajo, la primera sobre números compuestos y la segunda sobre el ábaco como estrategia para el desarrollo del pensamiento lógico. Con esta actividad se inició el proyecto: “Hacia la cualificación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” que los docentes se propusieron desarrollar durante 1995.

## CONCLUSIONES

Al hacer un balance de nuestra experiencia concluimos con gran satisfacción que los docentes, la coordinadora académica, el jefe de área y la rectora hemos formado un equipo de trabajo que ha comenzado a identificar sus más grandes necesidades, a sentir que otras personas nos

pueden ayudar y a vivenciar que es posible avanzar hacia el camino de la excelencia docente.

Hemos creado un espacio en el cual los maestros comparten sus experiencias, expresan sus inquietudes y dificultades y se aproximan a construir o encontrar nuevas estrategias de trabajo que hagan su quehacer más eficiente y grato.

La rectora y la coordinadora académica están logrando un mayor conocimiento de las dificultades específicas de la enseñanza de las matemáticas, lo que las ha llevado a repensar su acción y en consecuencia a buscar un mayor acercamiento al trabajo de los docentes con miras a formular un plan de acción conjunto.

Se ha ratificado la creencia de que para mejorar la labor docente es fundamental conocerla y analizarla en los espacios destinados para tal fin, buscando establecer un diagnóstico que refleje la situación real y por tanto se formule e implemente un proyecto de trabajo que responda a las necesidades identificadas.

Vemos la necesidad de ahondar en el análisis de las causas que origina el bajo rendimiento académico y se ha identificado la necesidad de conocer y aprovechar las experiencias de algunos maestros del área que han venido innovando su quehacer.

Finalmente, consideramos que esta experiencia, aún tan incipiente, puede compartirse con maestros de otras instituciones de enseñanza secundaria y media ubicadas en cercanías de la Normal, con el fin de animar procesos de apertura hacia la innovación y cualificación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Estas serán las motivaciones que alimentarán la marcha de esta experiencia que constituye un reto que asumiremos como uno de los más importantes de nuestra vida profesional.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Kemmis S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*. Barcelona: Laertes.



# La comunicación en el área de matemáticas<sup>1</sup>

*José E. Murillo*  
*Marina Gómez*  
*Unidad Básica Rafael Uribe Uribe*



## INTRODUCCIÓN

En el campo docente se proyecta el jefe de área como el eje coordinador y dinamizador de acciones pedagógicas encaminadas a la cualificación del docente y de su labor educativa. Sin embargo, dicho cargo se ha venido desprestigiando hasta el punto en que el jefe de área queda casi convertido en medio de comunicación entre directivos y docentes: el “razonero” al decir de los colegas.

Tales condiciones se convirtieron en 1994 en un reto para la jefe que acababa de asumir el cargo. Ella entró en la búsqueda de estrategias que motivaran la participación dinámica y el compromiso de los maestros en las reuniones de área. En ese momento, llegó al colegio la invitación de la Universidad de los Andes para participar en un proyecto de investigación liderado por “una empresa docente”.

---

1. Este artículo fue editado por Pedro Gómez, investigador de “una empresa docente”.

Contando con el compromiso del rector, la jefe de área aceptó gustosa la propuesta con la expectativa de ubicar allí elementos para su objetivo.

## LA COMUNICACIÓN

El proyecto que se realizó en el colegio se fundamenta en la aplicación del sistema investigación-acción a la solución de problemáticas en el campo de las matemáticas. Un primer paso en el proceso, es la ubicación precisa de un problema. Iniciamos esta búsqueda pretendiendo abarcarlo todo, pero poco a poco lo desglosamos hasta enfocar aquel aspecto en el cual podíamos incidir, desde el punto de vista administrativo, pues los problemas internos del área de matemáticas serían abordados por dos docentes que también participaron. Así que el problema que nos propusimos superar en el grupo de docentes del área de ciencias fue el de la comunicación.

No requerimos métodos sofisticados de diagnóstico. Bastó con la observación sistemática de algunos eventos. Por ejemplo, la planificación de las actividades académicas, en la búsqueda de objetivos previamente acordados, se hace de común acuerdo con los maestros. Sin embargo, en la práctica, cada maestro se encierra en su aula y desarrolla su trabajo. No podemos saber si lo hizo de acuerdo con lo planeado, dado que no existen los espacios para socializar las vivencias, evaluar y proyectar de nuevo, enriqueciendo así el trabajo.

En las asambleas, se observó que el nivel de participación es escaso y la comunicación entre los expositores y oyentes no es muy efectiva, debido a que simultáneamente se están realizando otras actividades que llevan a la distracción y a la subvaloración de la persona que habla y de sus planteamientos. A su vez, este hecho puede ser provocado por el uso inadecuado de la palabra: planteamientos demasiado extensos en los cuales se divaga; se repiten ideas; y hay dificultad de resumen y calidad discursiva.

Adicionalmente, la gran mayoría de sesiones se convierten en acusaciones, muchas veces atrevidas e irrespetuosas, que no aportan nada positivo, sino que, por el contrario, desmotivan y generan resentimien-

tos. Se tiene entonces la sensación de haber perdido el tiempo pues no se han logrado acuerdos concretos.

Por último, nos sorprende también lo que sucede en relación con la lectura y escritura en el grupo de docentes. Hay poca preocupación por la actualización, poco saber pedagógico y negativa casi absoluta a comunicar por escrito sus aportes pedagógicos. En estas condiciones de encerramiento y ceguera ante un medio que reclama con urgencia cambios en todos los sentidos, posiblemente la labor pedagógica no ha sido de buena calidad.

## **EL PROBLEMA**

Tomando como punto de partida la situación descrita nos impusimos una meta: el rescate de la verdadera comunicación.

El logro debería evidenciarse en múltiples aspectos. El maestro, valorándose como pieza fundamental de un sistema, deberá reconocer que, sólo en la medida en que socialice su labor, podrá conformar verdaderos equipos de trabajo que le permitan su crecimiento personal y profesional. Entonces abrirá su aula y aquel celo por el saber, aquellos temores por ser juzgado o criticado, se transformarán en una actitud placentera de estar dispuesto a dar y recibir dentro de un grupo. Este grupo deberá manejar excelentes relaciones humanas; se mantendrá cohesionado como el principal espacio de producción de alternativas tendientes a la cualificación del docente; y verá como su labor trascendental la de contribuir al desarrollo pleno de sus educandos. El interés por la actualización y la socialización de experiencias pedagógicas y la producción de textos o de escritos, serán eventos cotidianos que garanticen la permanencia y cualificación del grupo.

En general, cada maestro deberá sufrir una transformación radical en sus relaciones interpersonales con colegas y alumnos, en su quehacer pedagógico y en la valoración de su profesión.

## EL PLAN

Empezamos buscando estrategias provenientes de los doctos en comunicación y, después de aplicar un primer taller, intuimos que las mismas actividades cotidianas de su quehacer pedagógico podrían ser las mejores estrategias pues, en la medida en que se asuma una actitud crítica ante ellas, el grupo mismo precisará los cambios que se ajusten a sus necesidades concretas.

Secuencialmente se diseñó un cronograma para las reuniones de área. Ellas incluían espacios propios de coordinación por áreas y niveles y por opciones de actualización e integración en torno a un tema de interés general. El cronograma fue sometido a evaluación y aprobación por parte de todos los docentes del área.

Al proponer el plan a los integrantes del área de ciencias –grupo elegido para la experiencia– hubo reacciones de sorpresa, escepticismo, confianza y prevención frente a que alguien incursionase en aquellos campos que el maestro cuida con más esmero y lo hiciese de manera fiscalizadora o coercitiva. Se recordó el papel que los supervisores de educación ejercían hace algunos años o –quizás aún– generando respuestas de verdadero terror pues parecía que sólo se buscarían los puntos débiles para emitir juicios, seguramente sesgados e injustos. Con unas actitudes de respaldo y apoyo, otras de abierto rechazo y otras de indiferencia, nos lanzamos a la acción.

## LA ACCIÓN

Oportunamente se dio cumplimiento a las actividades planeadas. Haremos referencia a aquellas que nos han permitido mayor apreciación de sus logros.

Un punto de partida fue un taller estructurado con el objetivo de suscitar una discusión acerca de la comunicación. La participación de los maestros fue excelente. Se reflexionó sobre la importancia de una buena comunicación, la cual se definió precisando incluso los requisitos para lograrla.

En otra ocasión el grupo planeó y llevó a cabo una izada de bandera. El evento fue de gran calidad debido a la participación activa de todos los integrantes y se cumplió a cabalidad. El mecanismo utilizado para la elaboración del documento central que se leyó fue que cada uno consignara los mensajes que desearía dar a la comunidad reunida. Estos documentos fueron la base para la redacción final y el resultado fue de gran calidad. Culminado el evento surgieron felicitaciones en reconocimiento al trabajo y la complacencia de los organizadores por el éxito logrado.

Las diferentes reuniones en las cuales el rector, profesores y jefe de área expusieron sus proyectos, fueron de especial interés. Se participó activamente, manifestando cada uno sus opiniones y haciendo cuestionamientos que fueron fundamentales para la continuidad del trabajo. Los expositores fueron valorados y estimulados.

Buscando la actualización, se desarrollaron dos talleres. En el primero, relacionado con informes del *II Simposio Regional sobre la Enseñanza de las Ciencias* y el *Anillo Matemático*, se invitó a consignar las ideas de cada uno acerca del constructivismo, dado que algunos planteamientos que se iban a presentar tenían que ver con dicha corriente pedagógica. Posteriormente se dieron los informes pertinentes seguidos de una discusión orientada hacia la reflexión y la posibilidad de aplicación de los elementos recibidos.

El segundo taller fue sobre ecología. Se basó en el *Simposio sobre Escuela y Medio Ambiente*, realizado en Santa Fe de Bogotá D. C., en junio de 1994. Se hizo una breve exposición inicial. Luego se procedió a lecturas individuales de diferentes documentos. Finalmente, se realizaron una exposición y un análisis global. Debido a que el tiempo para esta parte fue muy breve, la jefe invitó a los compañeros a elaborar un resumen del documento leído y a acompañarlo de una reflexión personal. Estos documentos deberían ser la base de nuevas reuniones alusivas.

## RESULTADOS

Tal vez, el mayor logro de esta experiencia ha sido el de inquietar a la gente. Se ha empezado a desequilibrar aquel estado de quietud y pasi-

vidad; se trata de entender cada vez mejor este proceso; se cuestionan las acciones que proponen; se expresan sentimientos; y se manifiesta interés asistiendo puntualmente a las reuniones y participando activamente en ellos y hasta sacrificando el descanso.

Someramente, el área refleja un ambiente de mayor organización; se conoce un poco más el trabajo de los compañeros; hay mayor preocupación por coordinar acciones. En general, se vivencia mayor trabajo de equipo y se empieza a despertar curiosidad por parte de otras áreas.

Personas ajenas al proyecto, al conocerlo, orientan su reflexión hacia el sistema educativo vigente y atribuyen los fenómenos de desconocimiento del alumno, celo por el saber, aislamiento, autoritarismo, entre otros, precisamente al manejo inadecuado de la comunicación. Pero es que quizás no es necesaria, pues si el maestro es dueño de los conocimientos y su trabajo es venderlos, entonces los cuida con esmero y evita cualquier intromisión en su negocio. Por esta razón, el problema de la comunicación es importante.

## CONCLUSIONES

Toda esta riqueza de vivencias nos han llevado a algunas reflexiones finales.

Elegimos para nuestro trabajo un aspecto que, siendo determinante de la calidad de la educación, es también generador de conflictos, ya que se involucra en aspectos susceptibles de la personalidad humana.

Un proceso de cambio como el que pretendemos lograr requiere ante todo un reconocimiento de la existencia del problema y luego una actitud positiva de compromiso frente a las acciones que se proponen para el éxito. Ubicarnos todos en un plan de igualdad frente al fenómeno, nos permite concertar caminos y avanzar a la par con la confianza de llegar a la meta por nuestra propia cuenta, sin rumbos predeterminados, puntos de referencia o modelos a imitar.

Quizás, el hecho de ubicar a los facilitadores del proyecto como modelos o instancias que señalan el rumbo, ha impedido el compromiso más firme del grupo. Al respecto quisiéramos lograr un ambiente de búsqueda personal y colectiva de alternativas propias, similar al logra-

do en grupo liderado por la Universidad. El momento que atravesamos a la luz de la Ley General de Educación facilita el logro de mejores condiciones para este tipo de cuestionamientos e implantación de alternativas de solución. El empuje final que requeríamos ya está dado, pero la continuidad para el logro pleno de los objetivos, estará supeditado al entusiasmo y compromiso que se logre fomentar en el grupo.

Para persuadir plenamente a los integrantes del Departamento sobre la bondad y sana intención del proyecto estamos empleando la pedagogía del ejemplo en la medida en que nos hemos involucrado más que ninguno otro en el desarrollo de las estrategias y, a esta altura del proyecto, cuando cerramos un primer bucle del proceso de investigación-acción, debemos reconocer que la meta está distante, pero algunos hechos positivos nos brindan mayor confianza de arribar a ella.

## **REFLEXIONES PERSONALES**

### **JOSÉ ELÍN MURILLO (RECTOR)**

Desde tiempo atrás, en mis años escolares de secundaria, surgió en mi mente la inquietud sobre la apertura de las matemáticas hacia un acercamiento y accesibilidad a todo cerebro normal. Las consideraba tan lógicas que, al igual que la ciencia de siempre, la filosofía, deberían servir de pilar y punto de partida de cualquier razonamiento humano. No encontraba yo las razones para que esto no fuera así. Pero la realidad era otra. Esa realidad aún persiste, pero puede y debe cambiar hacia lo ideal. Bienvenidos los esfuerzos que hoy se hacen para lograrlo.

Una de las causas que he descubierto es el vocabulario propio de las matemáticas. Su léxico es indigerible para el estudiante quien, por lo tanto, no descubre hacia donde va, ni qué se propone lograr la enseñanza. Esto dificulta el aprendizaje. A manera de ejemplo, valga una de mis inquietudes: se nos decía que “el seno de X figura o el coseno de otra tal”, pero nunca se nos hizo entender qué o cuál es el seno o el coseno, ni para qué debería descubrirlo o encontrarlo. Esto me dejaba sin incentivos para la comprensión. Y aún no sé qué son.

Otra de las causas era el maestro de matemáticas. Con una posición radical e impenetrable, aislado con su cúmulo de verdades dogmáticas, sin aceptar o permitir la intromisión de otra idea que le hiciera cambiar la propia. Es el caso de un condiscípulo que alguna vez resolvió un problema con la tercera parte de las operaciones que el profesor nos había enseñado y de hecho fácilmente comprensible, pero el maestro no lo aceptó y nos obligó a hacerlo de la única manera que él había expuesto. Esta actitud me impactó profundamente. Ahora como educador, como padre y como directivo, el objetivo ha sido, es y será lograr el cambio en el maestro de matemáticas, rompiendo el hermetismo y aislamiento. Esta meta la busco a través de la comunicación entre los maestros del área y entre éstos y los de las otras áreas.

Esta preocupación pareció haber encontrado camino hacia su solución cuando recibí la invitación de la Universidad de los Andes a participar en el Proyecto MEN-EMA. Vi la oportunidad de recibir ayuda para mi propósito. Aunque no puedo negar mi sobresalto inicial cuando creí que me iba a ver involucrado en el trabajo matemático, lo que hubiese sido un dolor de cabeza para mí, oportunamente mi angustia fue disipada por las palabras y el tacto de las dos personas que dirigen este proyecto.

Cuando el colegio que dirijo fue seleccionado y escogí a los dos profesores del área, lo hice con el convencimiento de haber elegido bien y así fue. Trabajaron en su Departamento en la dirección correcta con proyectos que pretenden mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Las comunicaciones entre los profesores del área han progresado. Algunos maestros que han estado cerrados en su saber, ahora muestran interés, aunque no total, por dar y recibir ayuda para hacer su labor más productiva. Se observa ahora el deseo e interés en las otras áreas por comunicar sus conocimientos y progresos. Es así como el área de biológicas ya empezó a hacer exposiciones para dar a conocer investigaciones personales. Espero poder hacer extensiva esta situación a los otros departamentos, lo que convierte a las matemáticas en la piedra base del cambio.

Hay algo maravilloso y loable que me ha sucedido durante este año con el desarrollo de este proyecto. Es la seguridad que ahora siento con relación al cambio que se puede lograr en el personal docente en pro del

mejoramiento de sus actitudes. Seguridad que es lo contrario de la duda y el escepticismo que me acompañaban hasta antes de empezar el proyecto. Esto se suma al relajamiento y expansión espiritual que se siente al compartir con los colegas las inquietudes y progresos que se dan a diario en el desempeño de nuestras labores. Siento ahora como una necesidad de que estas oportunidades se presenten con cierta regularidad.

Además de los cambios mencionados se observa lo sucedido a la jefe de área, quien, en su afán y angustia por cumplir con su labor, descubre que sus clases conservan el mismo patrón metodológico tradicional lo que espero la concientice hacia un proceso de cambio.

### **MARINA GÓMEZ (JEFE DE ÁREA)**

Debo reconocer que inicialmente concebí el proyecto como externo a mí. Estaba acostumbrada a manejar el objeto de una investigación como algo externo que yo podía controlar de acuerdo a mis objetivos.

Pero esta vez, la llama que prendo me invade a mí también y poco a poco voy abandonando resistencias y apreciando el fenómeno como una oportunidad maravillosa de muchos cambios que anhelo, pero que sólo llegarán en la medida en que yo los implante en mi propia casa.

Entonces actúo lo que pregonó: abro mi aula invitando a un colega de mi área a todas las clases y experimento el temor aquel, el compromiso de quedar bien, la presión de preparar el tema mejor que nunca y, en efecto, de entenderlo mejor para estar segura de explicarlo bien. En realidad, la asistencia de mi invitada sólo se dio al final de la clase y no se ha vuelto a repetir, hecho contrario al que yo esperaba pues creí que la oportunidad que le brindaba a la coordinadora académica era justa para sus intenciones de fiscalizar; concepción que he revisado desde entonces.

Por otra parte, cuando hago alguna exposición o algún escrito, me someto a la consideración de los receptores en busca de aportes para mejorar mi comunicación oral y escrita. Me concientizo cada vez más del papel de liderazgo que se requiere del jefe de área y me propongo brindar lo mejor de mí en aras de cambios favorables en el grupo.

Nunca encontré inconveniente de dedicar el sábado al desarrollo del proyecto. La propuesta fue fascinante. Me sentí partícipe de un grupo que, partiendo de la absoluta oscuridad y en torno a la socialización

de sus experiencias, se enriqueció, se cualificó y, poco a poco, iluminó el camino.

Debí emplear la tolerancia al escuchar planteamientos que inicialmente no me aportaban mucho, hasta descubrir la sensación placentera de recibir y querer brindar luces a otras personas desde mi propia perspectiva. Debí aprender a evitar las comparaciones que inevitablemente llevan a la descalificación de aquel que juzgamos malo. Por el contrario, fui valorando a cada uno con su proceso, admirando su afán de superación, su persistencia, su preocupación, pues también yo, lo estaba experimentando.

Gocé de la calidad humana y profesional de Pedro Gómez y Patricia Perry quienes nos acompañaron y estuvieron dispuestos a apoyarnos siempre incondicionalmente, pero con una claridad absoluta de no pretender metas específicas; de no aportar fórmulas ya elaboradas; de respeto admirable por los procesos individuales, generando un ambiente de confianza en la búsqueda de soluciones en nuestro propio medio y con recursos también nuestros.

He aceptado con humildad respuestas adversas de apatía, indiferencia, rechazo y experimentado desconcierto y frustración cuando he preparado algo con esmero y no he recibido el apoyo anhelado. Pero es normal que yo sea quien tenga más entusiasmo y confianza en el proyecto. Estoy satisfecha de mis logros personales. Los pasos que doy hacia el logro de una buena comunicación oral y escrita son seguros y persistentes y sin duda me llevarán a la meta.



# El directivo-docente y el liderazgo pedagógico: una estrategia de motivación y capacitación de maestros en la solución de problemas de matemáticas<sup>1</sup>

*Blanca L. Benavides*  
*Colegio Distrital Sorrento*



## INTRODUCCIÓN

Este artículo describe la experiencia que en 1994 vivieron los directivos docentes del Colegio Distrital Sorrento durante el desarrollo del Proyecto MEN-EMA. Esta experiencia giró en torno a la formulación y desarrollo de un pequeño proyecto de investigación-acción, llamado “Solución de problemas”, en el cual los directivos docentes (la rectora y la jefe del área de ciencias) abordamos la problemática de la motivación y capacitación de los maestros de matemáticas frente al tema de la resolución de problemas.

---

1. Este artículo fue editado por Paola Valero, investigadora de “una empresa docente”.

## LA MOTIVACIÓN DEL DOCENTE COMO CLAVE DEL PROBLEMA

Una de las preocupaciones más sentidas como directivos docentes es escuchar año tras año, en la evaluación institucional, el alto grado de mortalidad académica en el área de matemáticas y el bajo resultado de los estudiantes en las pruebas de Estado. Si bien los estudiantes tienen parte en el asunto, tanto profesores como directivos también contribuyen a esta situación.

Por estas preocupaciones, la iniciativa de “una empresa docente” de convocar al sector oficial para participar en una investigación sobre las matemáticas en los colegios oficiales del Distrito Capital<sup>2</sup> fue ampliamente acogida por nosotras, ya que buscábamos encontrar herramientas pedagógicas para incentivar a los docentes de matemáticas a reflexionar sobre su quehacer pedagógico en el aula y para replantearse nuevas estrategias para mejorarla.

## FORMACIÓN ANTES QUE INFORMACIÓN

Tradicionalmente, la capacitación docente se ha realizado con base en cursos tomados sobre diversos tópicos del conocimiento. Pero, fuera de constituirse en un requisito para ascender en el escalafón, es muy poca su influencia en la cultura técnica<sup>3</sup> del docente. Por otro lado, la labor de los directivos se limita en muchas ocasiones al manejo de cuestiones administrativas y poco a labores pedagógicas, en especial, a la creación de un clima institucional apropiado para la existencia de espacios de intercambio de conocimientos y experiencias entre profesores.

Por esto, el proyecto “Solución de problemas” tenía por objetivo central motivar al grupo de maestros de matemáticas para estudiar y

---

2. Proyecto MEN-EMA.

3. La cultura técnica se refiere al conocimiento y empleo de procedimientos, métodos y técnicas, para lograr que los alumnos progresen en la comprensión y manejo de contenidos. Nace y se desarrolla entre profesores que consideran que siempre tienen algo que aprender (Gómez y Perry, p. 11).

discutir el tema de la resolución de problemas, como un mecanismo para capacitar al maestro y así mejorar su práctica docente. La realización de este proyecto nos permitió planear acciones, observar y reflexionar sobre éstas, para lograr un diagnóstico que sirviera de base a una nueva planeación.

Este proceso de investigación-acción implicaba buscar la información necesaria a través de la socialización de experiencias con los colegas e identificar la bibliografía requerida. En nuestro caso, un método para solucionar problemas, el método IDEAL (Bransford *et al.*, 1988); fue una estrategia metodológica valiosa para abordar nuestra preocupación temática:

*Identificación del problema.* Animar al grupo de profesores a buscar los problemas o la preocupación temática.

*Definición del problema.* Representar el problema gráficamente y retener la información más relevante asociada con él.

*Exploración de diferentes alternativas o métodos para descomponerlo en sus elementos.* Analizar cómo podría solucionarse el problema y cuáles son los factores determinantes en él.

*Actuación conforme a un plan para dar pasos seguros.* Definición de un plan de acción que sea apropiado para la resolución del problema.

*Logros alcanzados.* Reflexión sobre la aplicación de la estrategia a la luz de los resultados.

Esta metodología cumplió un doble fin. Por una parte, permitió incentivar a los docentes a apropiarse del proyecto y adecuarlo a su práctica docente; y por otra, permitió generar al interior del grupo de maestros una discusión sobre la dificultad específica de ellos mismos para resolver problemas no sólo matemáticos, sino también problemas cotidianos que se analizaron a la luz de esta propuesta<sup>4</sup>.

---

4. Por ejemplo, relaciones entre los estamentos institucionales y análisis del rendimiento académico en las diferentes áreas del currículo, entre otros.

## LA PUESTA EN MARCHA

Nuestro primer paso de acción en el desarrollo del proyecto se centró en dar materiales bibliográficos a los profesores del área de matemáticas. Creímos que entregar lecturas<sup>5</sup> a cada uno de los miembros del grupo para socializar su contenido en el siguiente encuentro, era suficiente para motivarlos. Pronto nos dimos cuenta de que no se generó el interés que esperábamos.

En un segundo momento, decidimos empezar nosotras planteándonos aspectos interesantes de las lecturas y problemas que motivaran la reflexión y que despertaran interés por buscarles solución. Con esta nueva estrategia motivacional surgió la inquietud de los maestros por leer los documentos entregados y hacer similares experiencias en las aulas de clase.

Estas acciones socializadas en el grupo incentivaron posteriormente la búsqueda de nuevos elementos tales como la realización de un curso sobre habilidades del pensamiento, la elaboración de material didáctico y la búsqueda de apoyo al interior del grupo de docentes para desarrollar pequeños proyectos de aula.

Como resultado de este proceso, al finalizar el año, se socializaron en la reunión de evaluación institucional, cuatro proyectos: *Búsqueda de nuevas estrategias metodológicas*, *Cambio de actitud*, *El club de matemáticas en la solución de problemas*<sup>6</sup> y un cuarto proyecto que se desarrolló en el área de biológicas, donde la investigación-acción jugó un papel importante en el aprendizaje de temas de química.

---

5. Bransford y Stein (1988); Kemmis y McTaggart (1988); De Zubiría y De Zubiría (1992).

6. Este club ya funcionaba en el colegio antes de la participación en el Proyecto MEN-EMA. El profesor que lo lidera aplicó la propuesta con muy buenos resultados.

## **EL CLIMA INSTITUCIONAL COMO FACTOR DEFINITIVO**

En la organización oficial de planteles educativos, los directivos no tenemos la potestad para seleccionar el personal docente de la institución. Sin embargo, sí podemos incentivarlos, convirtiéndonos en grupos actuantes como líderes pedagógicos. Este rol de liderazgo de los directivos docentes en ocasiones se descuida por asumir funciones administrativas que copan la mayor parte de nuestro tiempo. Al respecto, Goldring & Rallis (1993) (citado en Gómez y Perry, 1994, p. 13) hablan del rector como “facilitador como profesional que maneja el entorno, que evalúa y valora tanto al colegio como a sí mismo; como profesional que balancea la autonomía del colegio y la influencia y control de la jerarquía de la cual ésta hace parte; como líder, en la medida que tiene ciertas habilidades para su trabajo, ve sus roles de manera diferente a las tradicionales y se comporta de acuerdo a ello”. Asumiendo esta función, los directivos docentes pueden y deben emprender procesos de formación para los docentes dentro del mismo trabajo que se realiza en el colegio.

Inicialmente quisimos “contagiar” a los docentes de matemáticas del entusiasmo que había generado en nosotras el Proyecto MEN-EMA, participándoles la experiencia de socializar inquietudes con los directivos docentes de los demás colegios participantes en el proyecto, que resultaban ser muy similares a los nuestros. Esto produjo un clima de aceptación y diálogo en el grupo, que permitió a los docentes expresar espontánea y libremente sus fortalezas y debilidades en el aula de clase, actitudes que se fueron acrecentando en posteriores encuentros. De esta forma, encontramos una preocupación temática que fue común a todo el grupo y donde pudimos influir significativamente como directivos docentes. Cohesionados con este propósito y reflexionando sobre la acción de la motivación emprendida, concluimos que el proyecto *Solución de problemas* era una estrategia apropiada de motivación y capacitación de los docentes de matemáticas. La manera como se despertó el interés de los maestros por estudiar los temas propuestos, compartirlos con sus compañeros, experimentar en sus salones de clase y llevar al grupo de profesores de área las vivencias con los estudiantes nos confirmó que

con el proyecto habíamos influido en la motivación y capacitación de los maestros para ejercer su práctica docente.

Con la oportunidad que tuvimos como directivos docentes para influir en los profesores, pudimos comprobar que uno de los factores que determinan un liderazgo efectivo es el de la construcción de buenas relaciones humanas que, según Furtwengler (1992) (citado en Gómez y Perry, 1994, p. 13.), es la “habilidad para crear y mantener un ambiente que manifieste calidez y afecto, en el que se den la confianza y la integridad, se viva la autenticidad y el apoyo a los demás, para el crecimiento personal de cada uno de ellos”. También se incluye la habilidad y la voluntad para escuchar a los demás. Este ambiente ofrece como resultados, según el mismo autor, el “desarrollo de un ambiente de respeto, de confianza, de sensibilidad, en el que las personas tienen poder”. Con la experiencia realizada pudimos darnos cuenta de que el directivo docente puede ejercer su función de liderazgo pedagógico a través de relaciones humanas más significativas, enriqueciendo la convivencia y fortaleciendo la cultura técnica de los docentes.

## UNA EXPERIENCIA PARA COMPARTIR

*No hay investigación si no hay socialización.  
Y lo que uno dice es criticable<sup>7</sup>.*

Inspiradas en esta afirmación y a manera de conclusión, queremos compartir con los directivos y docentes del sector oficial, especialmente, las satisfacciones que alcanzamos después de la realización de esta experiencia.

El proyecto *Solución de problemas* generó en los docentes un clima de motivación e incentivación para construir proyectos de aula. La metodología de la investigación-acción permitió no solamente la solución de problemas matemáticos, sino que sirvió para abordar en forma pedagógica y sistemática, problemas de las demás áreas y problemas institucio-

---

7. Afirmación de Pedro Gómez, investigador del Proyecto MEN-EMA, en una de las reuniones realizadas con directivos docentes durante el proyecto.

nales. El trabajo compartido permitió fortalecer los lazos de amistad y colegaje entre directivos y docentes. El proyecto nos permitió demostrar que los directivos docentes del sector oficial tenemos las capacidades y las posibilidades para ser líderes pedagógicos si los esquemas de capacitación favorecen la creatividad, la investigación y la legitimación de nuestro quehacer en la institución. Estos logros se deben, además del esfuerzo que nosotras como directivos y los maestros realizamos, a la coordinación que manejé con especial acierto “una empresa docente” en su Proyecto MEN-EMA, y específicamente en el subproyecto de administración docente.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bransford, J.D. y Stein, B.S. (1986). *Solución IDEAL de Problemas*. Barcelona: Labor S.A.
- De Zubiría, M. y De Zubiría, J. (1992). *Biografía del pensamiento*. Bogotá: Antropos.
- Furtwengler, W.J. & Hurst, D. (1992). *Leadership for School Quality -Personal Challenge, the Missing Factor*. Ponencia presentada en la Annual Ponencie Meeting of the American Educational Research Association (San Francisco, CA, abril 20-24, 1992).
- Goldring, E. & Rallis, S. (1993). *Principals of Dynamic Schools*. California: Corwin Press Inc.
- Gómez, P. y Perry, P. (1994). *Proyecto MEN-EMA*. Bogotá: “una empresa docente”, documento de trabajo.
- Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Como planificar la investigación-acción*. Barcelona: Laertes.





Artículos de  
profesores





# Solución de situaciones matemáticas con relaciones trigonométricas<sup>1</sup>

*Pablo E. Gil*  
*Colegio Distrital Carlos Arango Vélez*



## INTRODUCCIÓN

Frente a la problemática de la educación colombiana y la confusión entre las causas y el porcentaje de responsabilidad de cada uno de los entes del sistema, surgen por doquier propuestas de cambio que van desde la propia legislación hasta corrientes pedagógicas que promueven innovaciones curriculares.

Durante 1994, la Universidad de los Andes a través de su equipo de investigación “una empresa docente”, en el marco del Proyecto MEN-EMA, compartió sus experiencias con docentes del área de matemáticas de diez establecimientos educativos oficiales de Bogotá, Colombia. El colegio distrital Carlos Arango Vélez fue uno de los participantes en esa experiencia. Como parte del trabajo realizado en ella, y teniendo como fundamento la metodología de investigación-acción, diseñé una secuencia de actividades para la enseñanza del tema “Solución de situa-

---

1. Este artículo fue editado por Cristina Gómez, investigadora de “una empresa docente”.

ciones matemáticas con relaciones trigonométricas”, a alumnos de grado 10º. En este artículo presento mi experiencia durante la realización de este proyecto educativo a través de las etapas de la investigación-acción: planeación, ejecución, observación y reflexión.

## LA INVESTIGACION-ACCION

La investigación-acción es una forma de indagación introspectiva emprendida con el objeto de mejorar la racionalidad y la justicia de las prácticas sociales o educativas, así, como la comprensión de sus prácticas y de las situaciones en que éstas tienen lugar. Es un proceso cíclico de etapas en espiral: planificación, acción, observación y reflexión. Cada uno de los momentos deben ser entendidos como un proceso dinámico e incompleto en sí mismo. En este proyecto aplicamos un primer ciclo de la investigación-acción en una preocupación temática de la clase (Kemmis *et al.*, 1988).

## REFLEXIÓN INICIAL

La gran mayoría de descubrimientos y avances científicos y tecnológicos han sido logrados por el hombre gracias a su trabajo y permanente cuestionamiento acerca de la naturaleza y de su funcionamiento. Su espíritu innovador y curiosidad constantes han determinado progresos importantes en todas las ramas del saber como respuestas a momentos de crisis y necesidades sentidas. Pero, a pesar de sus inmensas capacidades individuales, el ser humano necesita ayuda y colaboración para desarrollarse, para crear, para descubrir, etc. Requiere de constante interacción con los demás a fin de confrontar puntos de vista y lograr una mayor productividad. Por ello, en este proyecto se ha tomado el trabajo en grupo como factor importante de su desarrollo.

Una de las mayores dificultades en el desarrollo del trabajo pedagógico con alumnos del grado 10 tiene que ver con la adaptación a situaciones matemáticas nuevas y la aplicación de las etapas indispensables

en su solución. Desde mi punto de vista, considero que entre los aspectos primordiales para la aproximación a problemas matemáticos están:

- leer, comprender y analizar la situación matemática,
- organizar los datos y determinar las variables,
- elaborar las gráficas representativas de la situación real,
- evaluar las hipótesis o alternativas de solución con miras a determinar respuestas confiables,
- realizar los procesos y algoritmos matemáticos necesarios,
- verificar los resultados,
- evaluar el proceso para encontrar posibles fallas o aciertos en el desarrollo del trabajo y plantear nuevas estrategias a nivel individual o grupal,
- plantear una situación real (si es posible) de acuerdo a sus condiciones, con los materiales previstos.

Los dos aspectos que pretendo desarrollar en esta experiencias son: el trabajo en grupo y la solución de problemas matemáticos.

## **ACCIÓN Y OBSERVACIÓN**

Al realizar el diagnóstico del estado inicial de los estudiantes se detectó poca habilidad y destreza en procesos matemáticos tales como solución de ecuaciones, aplicación del teorema de Pitágoras y medida de ángulos. Por esa razón decidí aprovechar todas las oportunidades disponibles para reforzar en dichos temas.

### **PREPARACION DE LA CLASE**

Con miras al desarrollo de la clase preparé una guía de trabajo con los siguientes puntos:

*Tema.* Solucionar situaciones matemáticas con la utilización de relaciones trigonométricas.

*Objetivo específico.* Encontrar la altura de la pared del patio del colegio con la ayuda de una escalera, un metro, un listón, un cordel y un transportador o graduador, usando relaciones trigonométricas.

*Disposición del grupo.* Los alumnos se dividen en grupos de seis y dan nombre a cada uno de ellos.

*Materiales.* Pared del patio del colegio, graduador o transportador, cordel, cinta métrica, grapa, papel periódico, marcadores y papelógrafo.

*Procedimiento.* Lectura e interpretación de la guía; desplazamiento del grupo al patio del colegio y planteamiento de la situación real; discusión y análisis de las variables, determinación de las posibilidades de solución y decisión sobre la alternativa más conveniente; gráfica de la situación y desarrollo de los algoritmos matemáticos necesarios; presentación de la propuesta de solución en un cartel y en plenaria exposición de la situación considerada por cada grupo; por último, la evaluación.

Con antelación fueron preparados los materiales tanto por el profesor como por los alumnos. Fue necesario diseñar un transportador de tal forma que el grado cero coincidiera con el suelo.

## **DESARROLLO DE LA CLASE**

El diseño elaborado se llevó a la práctica durante tres horas de clase en un tiempo de 130 minutos. Asistieron seis observadores externos, entre directivas y profesores.

Inicialmente, los alumnos leyeron la guía de trabajo, formaron los grupos, se dirigieron al patio del colegio e iniciaron el diseño de la situación real. Trabajaron en forma armoniosa y participativa. Discutieron y analizaron las diferentes alternativas de solución, reacomodaron los materiales y eligieron un camino de solución. Determinaron las variables y realizaron los algoritmos matemáticos requeridos.

Los estudiantes manifestaron inquietudes y preguntas, pero, por estrategia metodológica éstas **no** fueron contestadas en forma directa por el profesor; en cambio, él les planteó inquietudes como: ¿qué opina su

compañero?, ¿para qué le sirve?, ¿a dónde lo conduce ese camino?, ¿tiene lógica ese procedimiento?

Posteriormente, los grupos plasmaron sus propuestas de solución y nos dirigimos al aula de clase. Durante este tiempo los observadores miraron con atención el desarrollo del trabajo. Con inseguridad y nerviosismo los representantes de cada grupo expusieron sus propuestas de solución valiéndose de cartelera y papelógrafo. Las alternativas fueron originales y dejaron entrever que el curso captó la idea central de la propuesta aplicando con precisión los conceptos matemáticos trabajados. Cada grupo presentó un método de solución para hallar una aproximación a la altura de la pared.

Al terminar la clase, -como evaluación de la actividad, se realizó una discusión. Los estudiantes hicieron comentarios como: “logramos intercambiar ideas sobre los temas que habíamos visto las clases anteriores”, “discutimos entre nosotros para hacer mejor las cosas”, “al interrogarnos entre nosotros llegamos a presentar una alternativa de solución lógica”, “se aprende de una manera diferente y la gente se anima”, etc.

Los observadores dicen al respecto: “los estudiantes mostraron que son capaces de exponer sus ideas y hablar ante el público”, “lograron vencer el miedo y la timidez”, “esto los hace sentirse importantes”, etc.

## REFLEXIÓN

Con relación a los aspectos que me interesaba analizar puedo decir que el trabajo de grupo favorece la confrontación de ideas, el análisis, el diseño real y gráfico y, en general, facilita los procesos tendientes a solucionar planteamientos nuevos.

Los contenidos (planes de estudio), de una u otra manera, ya están diseñados o el maestro los maneja. Nos corresponde entonces proponer y aplicar estrategias metodológicas adecuadas que faciliten los procesos de comprensión y respondan a intereses, necesidades y desarrollo físico e intelectual del educando, y la buena utilización de los recursos disponibles. Nuestras aulas deben nutrirse en forma permanente de innovaciones metodológicas, puntos de investigaciones de aula que vinculen los estamentos educativos y mejoren la calidad de la educación.

La investigación-acción es una propuesta metodológica importante en el camino de las innovaciones curriculares; sus ciclos de planeación, ejecución y observación permiten replanteamientos de acuerdo a circunstancias y necesidades en el logro de propósitos educativos. En pocas palabras favorece la actitud de cambio del docente.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*. Barcelona: Laertes.



# Adición de fraccionarios<sup>1</sup>

*Ana S. Sánchez*  
*Centro Distrital John F. Kennedy*



## INTRODUCCIÓN

Al iniciar las labores académicas correspondientes al año 1994, la Universidad de los Andes, a través de “una empresa docente”, invitó a diez colegios oficiales a participar en una serie de actividades relacionadas con el Proyecto MEN-EMA en el área de educación matemática. Uno de esos colegios fue el Centro Distrital John F. Kennedy. Una compañera y yo, participamos en la experiencia, representando al grupo de profesores de matemáticas del Centro. Nuestro trabajo giró en torno a la planeación y desarrollo de un diseño curricular para un tema específico. El tema que centró mi atención fue la adición de fraccionarios para el nivel séptimo. Tuve en cuenta los antecedentes problemáticos relacionados con el concepto de fracción que se presentan en cursos superiores y también algunos prerrequisitos y conceptos necesarios para su aplicación.

---

1. Este artículo fue editado por Felipe Fernández, investigador de “una empresa docente”.

## INVESTIGACIÓN-ACCIÓN

Para la realización de este proyecto se tuvo como herramienta metodológica la investigación-acción.

De acuerdo con los antecedentes tomados de la realidad en la institución, encontramos en la investigación-acción una orientación para abordar problemas educativos del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. La metodología de trabajo propuesta por la investigación-acción es un medio para aproximarnos a la realidad de la institución y en particular a la complejidad de la planeación y ejecución de un diseño curricular en el área de las matemáticas.

Es así como la investigación-acción nos da pautas sobre maneras de actuar en la institución y en el aula de clases, que relacionan nuestros intereses, valores y normas, metas y objetivos, planes y programas, recursos y evaluaciones. De esta manera una acción realizada o una acción por realizar, es sometida a un proceso de análisis que obliga a reflexionar de manera más profunda sobre la realidad de nuestro que-hacer pedagógico.

La investigación acción nos hace ver que un cambio en un currículo dado es una acción que implica una modificación intencional de la realidad. Sin embargo, esta acción conlleva consecuencias que modifican esa realidad específica, independientemente de si la acción tiene éxito o no en términos de su intención de cambio (Kemmis y McTaggart, 1988).

## ANTECEDENTES

La experiencia en el desarrollo de algunos temas de matemáticas que se enseñan en el grado undécimo sugiere que entre los conceptos que mayor dificultad presentan están los de operaciones aritméticas sobre los números fraccionarios. Por ejemplo, hacer la gráfica de una función lineal con coeficientes enteros tal como  $y = 2x + 1$  es un ejercicio fácil para los estudiantes<sup>2</sup>. Sin embargo, al presentarles una función con coeficientes fraccionarios tal como  $2y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ , por lo general no la resuelven,

porque la “y” no esta despejada y no saben qué hacer con los fraccionarios. Dificultades similares se evidencian al derivar funciones. Los estudiantes pueden derivar sin problema una función como por ejemplo,  $f(x) = x^3 - 5x^2 + x + 1$ . Sin embargo, no ocurre lo mismo con una función cuyos exponentes sean fraccionarios. Aunque saben cuál es el procedimiento para derivar ese tipo de funciones, tienen dificultades para manejar la parte del procedimiento que exige hacer la resta de fracciones.

## **PLANEACIÓN DE LA ACCIÓN**

Al ser consciente de las dificultades anteriores y de otras similares y al tener la oportunidad de revisar la enseñanza de los números racionales, aproveché la circunstancia para trabajar esta unidad de una manera más comprensiva. La idea era enfatizar en la adición de fraccionarios reconociendo su utilidad en otras unidades.

Se escogió desarrollar este tema para un bloque de clase (90 minutos) que debería realizarse en el segundo semestre. Algunos aspectos que podían tenerse en cuenta para la planeación eran: el estudiante (sus actitudes y su conocimiento del tema), el tema (su ubicación dentro del programa y sus prerrequisitos) y la enseñanza del tema (objetivos, recursos y problemas que se presentan). Inicialmente surgieron las siguientes inquietudes con relación a los aspectos citados antes.

### **ACERCA DEL ESTUDIANTE**

Con respecto a la actitud hacia las matemáticas, los estudiantes en general tienen una actitud que no es positiva; hay una predisposición hacia ciertos temas y en particular con respecto a los números fraccionarios.

En cuanto a los conocimientos que tiene el estudiante respecto a los números naturales, puede decirse que puede realizar operaciones con

---

2. Con respecto a este proceso, se puede encontrar más detalles en el artículo “Representación gráfica de la función lineal. Una experiencia de investigación-acción” también publicado en este libro.

ellos de sumas y restas con cantidades pequeñas. Sin embargo, en el caso de sustracciones con ceros en el minuendo se presentan algunas dificultades. También reconocen cuales son los términos de una fracción y pueden realizar algunas simplificaciones sencillas.

Por otra parte, a pesar de haberse trabajado en años anteriores, olvidan los procedimientos para hallar el mínimo común múltiplo. Tampoco precisan claramente el significado de algunos vocablos básicos en el lenguaje matemático tales como: divisor, común divisor, máximo común divisor, múltiplo, común múltiplo, etcétera.

### **ACERCA DEL TEMA**

Se ubica oficialmente dentro del programa en los grados 4º, 5º, 6º y 7º. Sin embargo, en el Centro Distrital John F. Kennedy, se hace más énfasis en este tema en el grado séptimo.

Como prerrequisitos básicos se reconoce el saber obtener el mínimo común múltiplo de un conjunto de números para realizar la adición de fracciones y también la habilidad para realizar la descomposición de números en sus factores primos y para simplificar fracciones reconociendo divisores comunes.

### **ENSEÑANZA DEL TEMA**

Los objetivos que se propusieron con respecto a los estudiantes fueron los siguientes:

- Que aprendan a sumar fracciones.
- Que el aprendizaje anteriormente mencionado no se olvide de manera fácil.
- Que puedan utilizar este conocimiento en situaciones reales por fuera de clase.

En lo que se refiere al diseño mismo, además de las representaciones simbólicas se propuso utilizar representaciones geométricas conocidas por el estudiante tales como rectángulos o círculos o representaciones de carácter lineal y de objetos físicos que permitan una manipulación de los números más al alcance de los estudiantes. También se planeó asociar las representaciones simbólicas de una fracción con la realidad a través de representaciones físicas y gráficas.

Por otra parte, se previeron algunos problemas que se podrían presentar desde el punto de vista de las concepciones matemáticas tales como ubicación de fracciones sobre la recta real, definición de fracción como la relación entre dos enteros y clasificación de las fracciones como propias e impropias.

Finalmente, en cuanto a los recursos para la actividad, se consideró utilizar hojas de papel tamaño carta, tijeras y algunos objetos físicos cotidianos.

## LA ACTIVIDAD PLANEADA

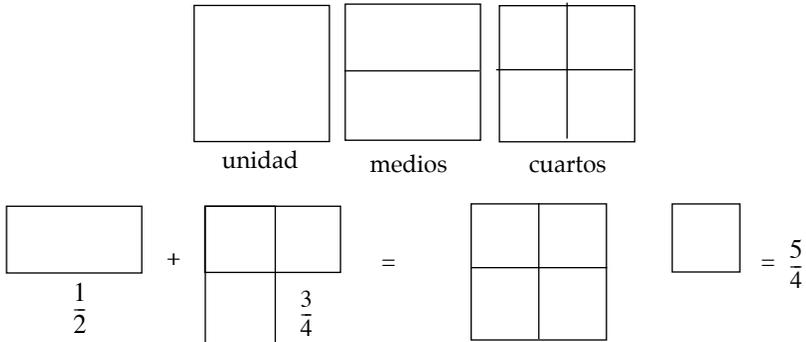
La descripción secuencial de la actividad se puede resumir en cuatro etapas:

1. *Reconocimiento de partes.* En esta etapa se realizan individualmente manipulaciones de la hoja, fraccionándola de diferentes maneras sin enfatizar las operaciones aritméticas pero sí el concepto de *partes de la unidad*. Se da el siguiente proceso: se reparten dos hojas tamaño carta entre los estudiantes, una de las hojas se toma como patrón o unidad y la otra se dobla y corta para superponerla con la unidad y así poder comparar. Este ejercicio se repite varias veces partiendo en medios, cuartos, sextos, etc.

2. *Juego de lotería.* En esta parte se realizan en parejas nuevas manipulaciones para conceptualizar equivalencias superponiendo partes, comparando y haciendo explícita la equivalencia. Se da el siguiente proceso: se indica que entre compañeros se intercambien partes de manera que nadie salga perdiendo. Estos intercambios se pueden realizar de muchas maneras. Por ejemplo, si se pide “dame un medio”, se pueden entregar dos cuartos o cuatro octavos, etc. Los estudiantes deben revisar si reciben bien las partes y reclamar cuando no se les dé lo correcto.

3. *Adición de fracciones.* En esta etapa también se trabaja en grupos de dos. Se pide a los estudiantes que traduzcan los procesos manipulativos realizados en las dos partes anteriores a los respectivos símbolos numé-

ricos y de suma y resta. Ahora se centra la atención en la adición. En esta parte el maestro supervisa la acción de los estudiantes e interviene y corrige cuando lo cree necesario. Se hacen adiciones sencillas, cuyas respuestas deben darse en términos de las partes más pequeñas, manejando equivalencias.



La gráfica anterior presenta un ejemplo típico de estas manipulaciones. El alumno debe traducir este ejemplo a lo que simbólicamente sería:

$$\begin{aligned}
 &1/2 + 3/4 = ? \\
 &\text{como } 1/2 \text{ equivale a } 2/4, \text{ entonces} \\
 &2/4 + 3/4 = 5/4 \text{ (recordando que cada sumando se traduce en} \\
 &\text{un equivalente de partes más pequeñas)}.
 \end{aligned}$$

4. *Tarea.* Se pide a los estudiantes que ideen problemas con manejo de fracciones, realizando fraccionamientos de objetos concretos del salón de clases. El problema lo deben desarrollar en forma concreta, es decir, manejando el objeto (estudiantes, sillas, tizas, etc.). Con las correcciones oportunas lo resolverán como un ejercicio extraclase que expondrán a sus compañeros.

## RESULTADOS

Algunas de las dificultades que se encontraron en los estudiantes fueron:

- No hay una buena selección de las unidades para que las partes sean exactas. Por ejemplo, si se escoge una hoja de  $10 \times 10$  para repartirla en séptimos, se tiene dificultades para igualar partes.
- Falta de habilidad manual o de aprestamiento para recortar de la mejor manera y obtener partes iguales. Se dificulta la motricidad fina.
- La falta de aprestamiento para realizar actividades manuales que hacen perder tiempo recortando y partiendo de nuevo, podría estar en contradicción con respecto a lo que en el diseño mismo, se debe o no hacer a nivel manipulativo.
- Faltan recursos técnicos, por ejemplo, partir una tiza en partes iguales es difícil a menos que se cuente con instrumentos para realizar el corte de manera muy precisa.
- En la tarea asignada, los estudiantes buscaron algunos ejemplos de problemas como “las dos terceras partes de los estudiantes de tu curso son niñas, ¿cuántos varones hay?”

De ejemplos de problemas como el anterior surgieron inquietudes tales como:

- ¿Cómo trasladar el concepto a situaciones diferentes a las manejadas en la clase? La situación manejada en clase se puede asociar con un tipo de representación continua. Sin embargo, el problema sugiere la necesidad de manejar también representaciones discretas.
- ¿Cómo hacer las equivalencias en forma numérica?
- ¿Cómo trasladar al mínimo común denominador que se maneja tradicionalmente?
- ¿Cómo representar fracciones en la recta numérica?

## CONCLUSIONES Y REFLEXIONES

Por último, quiero hacer explícitas algunas de mis reflexiones al terminar el proyecto, con relación a la práctica docente y a la experiencia que vivimos en el Proyecto MEN-EMA.

Las actividades de aula deben planearse por fácil y obvio que parezca el tema. La preparación de una secuencia de clases necesita de una ubicación conceptual e histórica, de representaciones y de objetivaciones apropiadas.

Los temas deben tener relación con la realidad, deben hacer parte del mundo cotidiano del estudiante, razón por la cual los ejemplos deben ser concretos y aplicables.

Las actividades planeadas y organizadas con una cierta intención y con base en situaciones cercanas al estudiante, lo motivan y le permiten pasar de ser espectador a ser actor, hacen posible que él mismo construya su conocimiento alrededor de la experiencia, busque otros objetos que le permitan comparar y que le generen inquietudes temáticas.

Es necesario buscar alternativas de evaluación que consideren aspectos tales como actitudes, dinámica en el salón de clase e interés de los alumnos, que permitan una mejor evaluación formativa y nos permita realimentar el proceso de enseñanza.

La riqueza de la experiencia que vivimos los participantes en el Proyecto MEN-EMA estuvo en la posibilidad de conocer maneras diferentes de trabajar, sacadas de un contexto social específico. Los profesores nos salimos de las aulas para compartir con nuestros colegas lo que cada uno de nosotros sabe y para participar de la riqueza del trabajo y experiencia de cada uno.

Se ha creado el compromiso de reconocer la realidad y trabajarla como se presenta, planear las actividades, tener un objetivo claro, cumplir con una misión encomendada, buscar estrategias, actividades, representaciones, para un encuentro de calidad con el otro, todo con miras a humanizar el conocimiento.

Finalmente, la actividad desarrollada logró cultivar en nosotros la capacidad de asombro. Fue una situación que nos indujo a la reflexión, nos invitó a hacer las cosas mejor, a trabajar con los recursos humanos y materiales que la realidad nos presenta. Personalmente, esta enrique-

cedora experiencia me hace pensar que tenemos mucho que dar pero no somos creativos y nos cuesta ponernos al servicio de los demás. Siempre nos disculpamos con factores externos que no nos permiten ser verdaderos profesores investigadores. Se nos habla mucho de investigación, pero no generamos ni los escenarios, ni el tiempo para hacerla desde la realidad de nuestras aulas.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*. Barcelona: Laertes.

Llinares, S. y Sánchez M.V. (1988). *Fracciones*. Madrid: Editorial Síntesis.





# Producto de binomios de la forma $(x+a)(x+b)$ <sup>1</sup>

*Martha G. Venegas*  
*Centro Distrital John F. Kennedy*



## INTRODUCCIÓN

Durante 1994 el Centro Distrital John F. Kennedy trabajó en la planeación, desarrollo y evaluación de una secuencia de actividades de enseñanza para el octavo nivel en el tema "producto de binomios de la forma  $(x+a)(x+b)$ ". El trabajo se realizó dentro del marco de actividades del Proyecto MEN-EMA que desarrolló "una empresa docente" con la participación de otros nueve colegios oficiales.

En este artículo se describe la experiencia vivida con relación al trabajo desarrollado para implementar este diseño. La presentación se ha dividido teniendo en cuenta las etapas que se siguen en un proceso de investigación-acción: elección de una preocupación temática, planeación de actividades, aplicación de las actividades (acción), reflexión y conclusiones acerca de la acción. Antes de comenzar se hace una breve referencia a las intenciones que tiene la investigación-acción.

---

1. Este artículo fue editado por Felipe Fernández, investigador de "una empresa docente".

## INVESTIGACIÓN-ACCIÓN

La investigación-acción es un esquema metodológico de trabajo que encuentra gran aplicabilidad en el campo educativo. La investigación-acción se caracteriza entre otras cosas por (Kemmis y McTaggart, 1988):

- Apartarse de la rigurosidad del método científico, permitiendo abordar de manera más real los problemas que se presentan en el aula.
- Ser participativa, lo que significa que a través de ella, las personas trabajan por la mejora de sus propias prácticas.
- Ser un proceso que se desarrolla siguiendo una espiral de ciclos de planificación, acción, observación, reflexión y luego replanificación, nuevo paso a la acción y nuevas observaciones y reflexiones.
- Tener entre sus metas el mejoramiento de la calidad de la educación y el aprendizaje a partir de la consecuencia de los cambios.

## PREOCUPACIÓN TEMÁTICA

La selección del tema surgió a raíz de los problemas que presentan los alumnos de cursos superiores para resolver ejercicios donde tienen que aplicar productos notables de la forma  $(x+a)(x+b)$  o factorización de trinomios de la forma  $x^2+bx+c$ . Los estudiantes tienen dificultades para relacionar los productos notables y su factorización. Para ellos, estas dos cuestiones son completamente independientes.

Posiblemente la enseñanza tradicional de estos temas, su presentación en diferentes momentos y el poco énfasis por mostrar la relación existente entre los productos notables y la factorización de sus desarrollos, son algunas de las causas de estas dificultades.

Esta preocupación temática, me motivó a desarrollar una clase que fuera diferente y motivara al estudiante para que se sintiera impulsado a trabajar y a participar. Buscaba que las relaciones **alumno-maestro**

fueran más cálidas. También quería iniciar un proceso hacia la desmitificación de las matemáticas.

## PLANEACIÓN

Para llegar al diseño de la clase en la que se trataría el producto de la forma  $(x+a)(x+b)$ , dialogué con mis compañeros de área con respecto a la forma como ellos dictan el tema, las dificultades que regularmente se encuentran y cómo podría mejorarse la enseñanza del tema.

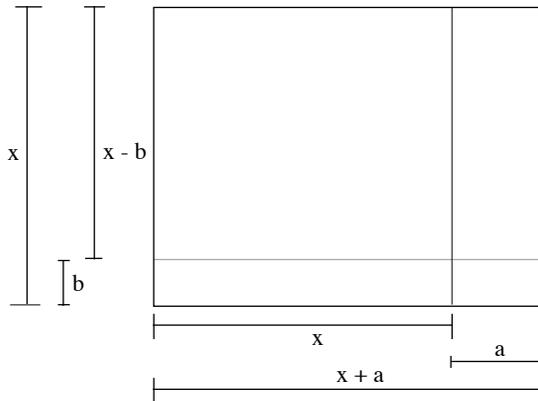
Con base en la exploración hecha, me propuse construir actividades para propiciar que los estudiantes relacionaran de manera más intensa las representaciones simbólica y gráfica de tipo geométrica, asociadas al producto  $(x+a)(x+b)$ , con el fin de hacer más comprensible el tema para los estudiantes. La planeación que hice consideró:

- Establecer los prerrequisitos del tema.
- Utilizar las nociones de perímetro y de áreas de cuadrados y rectángulos.
- Buscar la integración de los productos notables y su factorización, con base en el manejo de representaciones geométricas que implican la manipulación de áreas de cuadrados y rectángulos,
- En la representación gráfica del producto  $(x+a)(x+b)$  se acordó separar con una línea continua la adición de segmentos y con una línea discontinua la sustracción como se muestra en la Gráfica 1.
- Manipular materiales concretos tales como cartulinas y tijeras para cortar y pegar formas de cuadrados y rectángulos.
- Desarrollar secuencialmente el proceso de multiplicación pensando en el tratamiento de los signos y la dificultad que implicaría trabajar la parte negativa. Primero se trataría el caso  $(x+a)(x+b)$ , luego los casos  $(x+a)(x-b)$  o  $(x-a)(x+b)$ , y finalmente el caso  $(x-a)(x-b)$ .
- Plantear preguntas que tuvieran como objetivo hacer que los estudiantes se aproximaran a la expresión que se ob-

tiene al desarrollar  $(x+a)(x+b)$ . Estas son preguntas como: ¿cuántos términos se obtienen?, ¿qué características tiene cada término?, ¿cómo son los signos?, ¿cuál es el primer término?, ¿cuál es el segundo?, ¿cuál es el tercero?

- Utilizar las preguntas anteriores para evaluar y concluir el procedimiento propuesto.

Gráfica 1

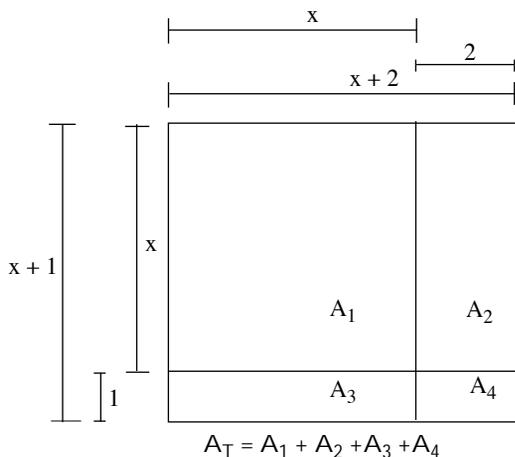


## ACTIVIDAD

Se inició la actividad recortando en cartulina cuadrados y rectángulos de determinadas medidas, que los estudiantes pegaron en el cuaderno. Luego hallaron perímetros y áreas y repitieron el proceso anterior cambiando los números por letras, hallando áreas y perímetros de cuadrados de lados  $a$ ,  $m$ ,  $x$ , etc. y de rectángulos de lados  $a$  y  $b$ ,  $m$  y  $n$ ,  $r$  y  $s$ , etc.

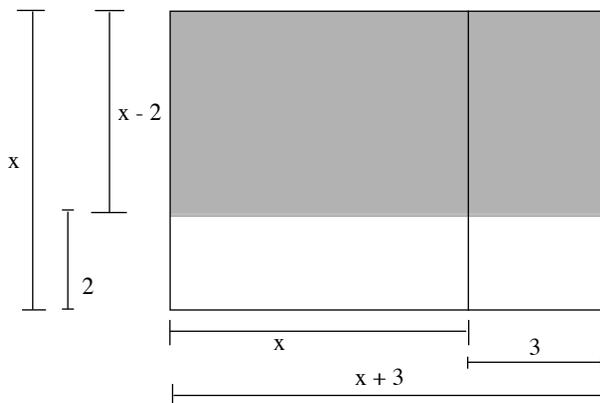
Después de realizar varios ejercicios de recortado, pasamos a representaciones gráficas tomando un cuadrado y aumentando determinada cantidad a ambos lados. Se pidió que hallaran el área total como suma de áreas parciales. En la Gráfica 2 se muestra un ejemplo que simbólicamente ilustra el proceso  $(x+2)(x+1) = x \cdot x + 2 \cdot x + 1 \cdot x + 2 \cdot 1 = x^2 + 3x + 2$ .

Gráfica 2



La siguiente situación abordada fue  $(x + 3)(x - 2)$ . Para ello se partió de un cuadrado de lado  $x$ . Uno de sus lados se aumentó en tres unidades y el otro se disminuyó en dos. Una vez se tuvo la correspondiente representación gráfica, se pidió a los estudiantes que hallaran el área sombreada  $A_T$  que se muestra en la Gráfica 3, en términos de cuatro áreas.

Gráfica 3



Finalmente, se siguió un proceso similar considerando el desarrollo de  $(x-1)(x-2)$ .

Generalizando los ejercicios anteriores se trabajaron binomios de la forma  $(x+a)(x+b)$  mediante representaciones gráficas y el cálculo de áreas totales. Con base en preguntas planteadas los alumnos analizaron los resultados y llegaron a la deducción de la fórmula  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$  y a la solución de algunos ejercicios propuestos por ellos.

## RESULTADOS Y REFLEXIONES

La clase resultó muy amena; los alumnos participaron de forma activa, pasaron voluntariamente al tablero a explicar los ejercicios realizados por ellos en los cuadernos. Respondieron las preguntas planeadas para evaluar y concluir la actividad de manera consistente con lo que se esperaba de ellos y con lo que se creía que era suficiente para precisar algunos de los conceptos.

El resultado de la evaluación fue excelente: el 97% de los estudiantes resolvió acertadamente los ejercicios propuestos realizándolos en el tablero y explicándolos a los compañeros. Por otra parte, el rendimiento en el bimestre en que se realizó esta actividad fue mejor que en los demás bimestres. La buena participación de los estudiantes se reflejó en el hecho de que la mayoría de notas fueron de pasadas al tablero.

En cuanto al desarrollo del contenido, algunas de las dificultades que se presentaron fueron:

- Tendencia a confundir área y perímetro.
- Al hacer las representaciones geométricas especialmente cuando dos binomios tienen distinto signo tienen dificultad para expresar el resultado  $A_T$  en términos de las áreas parciales, principalmente porque no reconocen cuáles son las áreas que se deben sustraer.
- La comprensión de términos tales como: factor, producto, unidades de medida ( $m$  y  $m^2$ ).

Finalmente, en lo que se refiere a la organización, se debe anotar que la planeación y el diseño elaborado fueron uno de los factores claves para el éxito de los resultados. Sin embargo, no se puede desconocer que par-

te del éxito también se debió a la homogeneidad del curso y al buen nivel académico de este grupo con respecto a otros del mismo grado.

## CONCLUSIONES

El trabajo realizado crea un replanteamiento de lo que se está haciendo en la práctica cotidiana, del sentido y la responsabilidad que los profesores debemos darle a las cosas que hacemos.

El hecho de que la explicación en el tablero por parte del profesor no sea el único instrumento de la clase permite una mejor integración entre maestro y alumno llevando a una mejor comprensión y asimilación de los conceptos.

Se ve la necesidad de escribir las experiencias de diseño curricular de clases y de los resultados de su aplicación. Como docente, esta es una experiencia que debemos compartir con otros profesores. En la práctica, el trabajo se vuelve rutinario. Creemos que estamos trabajando los temas de la mejor forma, no tenemos oportunidad de conocer nuevas experiencias que pueden darnos luces sobre cómo enfocarlos, qué estrategias emplear y cuáles objetivos proponernos.

La observación y los aportes de otras personas que no se involucran directamente en el diseño es muy enriquecedora. Por ejemplo, la jefe de área hizo un análisis del trabajo del docente y de la participación de los alumnos, refiriendo su propia experiencia y resaltando aspectos positivos y negativos acerca de la innovación de la actividad desarrollada.

Se vio claramente la necesidad de conocer muy bien el grupo con el cual se va a trabajar, para detectar sus problemas, conocer sus expectativas, para así planear mejor las actividades y estrategias a desarrollar.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*. Barcelona: Laertes.





# Una propuesta para abordar la representación gráfica de las funciones trigonométricas<sup>1</sup>

*Alonso Fragoso*  
*Cecilia Daza*  
*Colegio Distrital Manuela Ayala Gaitán*



## INTRODUCCIÓN

El propósito fundamental de este trabajo se centró en elegir un tema, analizar su contenido y diseñar estrategias didácticas a la luz de la metodología de investigación-acción. Orientados desde la planeación, acción, observación y reflexión, de una manera eficaz y organizada, se articularon las etapas como un proceso en forma dinámica entre investigación y práctica.

La inquietud nació como necesidad de cambiar la metodología tradicional de la enseñanza-aprendizaje de la trigonometría por una metodología más de acción, donde intervinieran nuevas estrategias diseñadas para el logro de un aprendizaje más significativo. Surge el interés de vincularse con “una empresa docente” de la Universidad de los

---

1. Este artículo fue editado por Mauricio Castro, investigador de “una empresa docente”.

Andes y a partir de este contacto se enfatiza tal interés como propósito de trabajo en el área de matemáticas del colegio.

## ELECCIÓN DEL TEMA

Consideramos relevante el tema *Representación gráfica de las funciones trigonométricas seno y coseno* por varios motivos. En primer lugar, la experiencia en la enseñanza tradicional del tema nos ha mostrado que los estudiantes presentan dificultades en su aprendizaje cuando las funciones son expresadas únicamente con representaciones simbólicas. Dentro de la representación gráfica de las funciones, los alumnos perciben fácilmente variaciones como crecimiento, decrecimiento y valores que toman según el cuadrante en el que se encuentre ubicado el ángulo. Por otra parte, estudiar el tema es una oportunidad para reevaluar el trabajo de geometría de los años anteriores y, a través de él, se logra introducir las representaciones verbal, simbólica, gráfica y tabular de las funciones en cuestión. Finalmente, el tema seleccionado se presta para su desarrollo ya que es posible encontrar un fenómeno compuesto por dos movimientos pendular y rectilíneo que permita a los alumnos visualizar un movimiento periódico.

## PLANIFICACIÓN

Realizamos el diseño curricular del tema a partir de un análisis de contenido que tuvo en cuenta aspectos tales como la historia de las funciones trigonométricas, el manejo de representaciones gráficas, verbales y simbólicas, y, también, los conceptos y procesos que son prerrequisitos para la comprensión del tema. Estos conceptos y procesos tienen que ver con la representación en el plano cartesiano de un punto como un par ordenado, el trazo de un ángulo en posición normal y la determinación de las coordenadas de los puntos de intersección de los lados inicial y final del ángulo con la circunferencia de radio unidad.

Una vez hecho el análisis propusimos los siguientes objetivos para la actividad que íbamos a diseñar:

- Trazar los segmentos representativos de las funciones *seno* y *coseno*.
- Identificar el signo, crecimiento y decrecimiento de las funciones según el cuadrante a que pertenece el ángulo.
- Determinar el valor de las funciones de los ángulos notables.

Posteriormente diseñamos un taller que buscaba que el alumno pudiera lograr los objetivos propuestos, en interacción con sus compañeros.

## LA ACCIÓN

### EL CURSO

Se aplicó el diseño curricular que elaboramos en uno de los cursos de grado décimo, a una población mixta de 33 estudiantes cuyas edades oscilan entre los 15 y 16 años. Para ello contamos con la colaboración de la profesora titular del curso.

### SECUENCIA DE CLASES

#### Primera sesión

En esta sesión la profesora titular del curso presentó los objetivos, una breve historia de las funciones trigonométricas y un experimento físico compuesto por los movimientos pendular y rectilíneo. Cada estudiante desarrolló el experimento como se describe a continuación: se tomó un cono hueco con un orificio en su vértice y se suspendió de un hilo dejando el vértice hacia abajo; se llenó con arena fina o azúcar. Luego se separó de la posición de equilibrio y se soltó para que comenzara a oscilar; al mismo tiempo, el estudiante desplazó la mano, con la que sostenía el hilo, en línea recta perpendicular al plano de oscilación del cono. De esa manera en la superficie donde caía la arena o el azúcar, se describía una trayectoria ondulada.

Luego se desarrolló un diálogo entre el profesor y los alumnos con la intención de destacar en qué consistió el experimento, qué se observó y establecer que el resultado es producto de un movimiento continuo y periódico. Después los alumnos hicieron la representación gráfica del fenómeno.

La realización del experimento fue sugerida por un colega y aunque no lo habíamos previsto en el diseño curricular, se llevó a cabo como una actividad de motivación del tema por cuanto nos pareció que mostraba la fenomenología del mismo.

### **Segunda y tercera sesiones - Realización del taller**

El tema tratado fue la representación gráfica de las funciones trigonométricas seno y coseno. Para iniciar el desarrollo del taller la profesora pidió a los estudiantes que trabajaran en grupos de dos. Durante esa actividad los estudiantes tuvieron dificultades para comprender algunos enunciados de la guía, razón por la cual en la siguiente hora de clase se les presentó otra guía con los enunciados modificados a la que respondieron satisfactoriamente. A continuación se describe el taller:

- a. Dibuje para cada uno de los siguientes ángulos, un sistema de coordenadas y un círculo unitario centrado en el origen de este sistema. Tenga en cuenta que los ángulos están dados en posición normal y en sentido positivo.
  - un ángulo cuyo lado final coincida con la parte positiva del eje  $X$ ,
  - un ángulo mayor de  $0^\circ$  y menor de  $45^\circ$ ,
  - un ángulo de  $45^\circ$ ,
  - un ángulo menor de  $90^\circ$ ,
  - un ángulo de  $90^\circ$ .
- b. Determine las coordenadas de los puntos de intersección de los lados inicial y final del ángulo con el círculo. Proyecte sobre los ejes el punto de intersección del lado final del ángulo con el círculo.
- c. Dibuje las líneas seno y coseno de cada ángulo. Utilice colores diferentes para facilitar su distinción. Compare la variación de la longitud de la línea seno con respecto a la variación del ángulo. Finalmente compare la variación de la medida de la longitud de la línea seno, con la variación de la medida de

- la longitud de la línea coseno y exprese en forma escrita las conclusiones de cada caso.
- d. Trace otro círculo con origen en un sistema de coordenadas y dibuje los ángulos dados en el numeral a. Repita el procedimiento descrito en los numerales b y c.
  - e. En el gráfico anterior dibuje:
    - Dos ángulos ubicados en el segundo cuadrante y señale las líneas seno y coseno para cada ángulo.
    - Dos ángulos ubicados en el tercer cuadrante y señale las líneas seno y coseno para cada ángulo.
    - Dos ángulos ubicados en el cuarto cuadrante y señale las líneas seno y coseno de cada ángulo.
  - f. Comparta con los compañeros el trabajo realizado y discuta las conclusiones a las que ha llegado. Escriba comentarios con respecto a crecimiento, decrecimiento y signo de las funciones seno y coseno.
  - g. Presente al curso los resultados obtenidos en su grupo y las dificultades en la solución del taller.

### **Cuarta y quinta sesión**

Se realizó la plenaria donde cada alumno expuso las conclusiones del taller y esto generó un debate que permitió conceptualizar las distintas formas de representación de las funciones seno y coseno e inferir las propiedades de tales funciones. La discusión la inició un estudiante al afirmar que “los valores de seno crecían en el tercer cuadrante porque la longitud de la línea aumentaba mientras que en el cuarto cuadrante los valores decrecían porque disminuía la longitud de la línea”. Refutó esta argumentación un estudiante que expresó que “lo que se debía tener en cuenta eran los valores de la coordenada Y para el análisis de seno y los valores de la coordenada X para coseno, y no el tamaño del segmento”.

Otros se aproximaron a la representación gráfica sin llegar a la representación verbal y finalmente un grupo elaboró conclusiones con proposiciones no válidas para el análisis que se estaba haciendo del tema.

## **EVALUACIÓN DE LOS ALUMNOS**

Al finalizar el tema se le entregó una hoja a cada alumno para que escribiera logros, dificultades y sugerencias con respecto al contenido del tema, metodología y actividades realizadas por el profesor, así como también actitudes y logros de aprendizaje del alumno.

## **RESULTADOS**

Después de implantar la acción planificada en el salón de clase y tras haber observado y reflexionado acerca de los efectos que sobre la comprensión de los alumnos tuvo la secuencia de clases diseñada, obtuvimos algunas conclusiones con relación al diseño inicial.

La planeación del tema fue modificada para incluir la experiencia del cono que permitió presentar el tema como un fenómeno de movimiento periódico, lo cual originó discusiones no previstas aumentando el tiempo destinado para el desarrollo de la acción.

La experiencia vivida en el taller les permitió a los estudiantes aproximarse de una manera más fácil a la determinación de los valores de la función seno y coseno para los ángulos de valores  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ . Asimismo lograron explorar las funciones tangente y cotangente descubriendo las características de cada una a partir de la gráfica. De otra parte la profesora observó que los alumnos expresaron las funciones tangente y cotangente en términos de las funciones seno y coseno.

Los alumnos valoraron una vez más la construcción colectiva del conocimiento y transfirieron esta forma de conocer y aprender a otros temas y áreas de formación académica.

Los alumnos afianzaron el valor de la solidaridad y socialización del saber ya que cada alumno se responsabilizó eficazmente por la motivación y el aprendizaje de sí mismo y de sus compañeros.

En cuanto al proyecto institucional, la propuesta ha contribuido al proceso de formación autónoma ya que los estudiantes han logrado desarrollar habilidades de correlación, asociación y estrategias cognitivas como reversibilidad y sustitución, entre otras.

Realizada la lectura y el análisis de todas las evaluaciones que los alumnos dieron al taller, tanto en sus semejanzas como en sus diferen-

cias, se observó que el tema presentado fue interesante, práctico y dinámico. Se logró crear un buen ambiente de trabajo; ellos se sintieron motivados y reconocieron haber hecho un esfuerzo en el proceso. Consideran que hubo buena explicación, claridad y análisis del tema, logrando entender primero que memorizar. Fue una experiencia diferente a las clases normales, hubo mayor interés en estudiar y aprender, en participar y entender de forma amena, interesante y nueva, dando origen a discusiones o debates donde lo que aprendió se dio a conocer. De otra parte se logró la comprensión del tema llegando a identificar las variaciones de las funciones seno y coseno según la variación de la medida del ángulo, facilitando así, el proceso de la representación gráfica.

Por otra parte, con relación a nuestro trabajo en el proyecto, consideramos que haber logrado escribir este documento dentro de nuestro ejercicio valida una vez más nuestra identidad y compromiso como educadores y genera una discusión pública de la experiencia y el saber pedagógico. Socialmente se empieza a crear una tradición que legitima y amplía nuestro propio quehacer en todas sus dimensiones.

## **REFLEXIONES**

Esta experiencia nos deja varias reflexiones que nos parece importante mencionar. La secuencia de enseñanza que diseñamos, como estrategia cognitiva, tiene una vigencia durante el desarrollo de la trigonometría y una aplicación a la física y al cálculo. La propuesta metodológica utilizada es muy valiosa porque por primera vez en el colegio se diseña, ejecuta y evalúa un tema complementándose con la discusión, reflexión y reelaboración de materiales como talleres y guías de evaluación. Por otra parte, en el salón de clase se genera un ambiente que permite la interacción del profesor con sus estudiantes en la construcción del conocimiento, aspecto que contribuye con nuestro proyecto institucional "Formación para la autonomía" y de forma puntual con la formación de la autonomía intelectual y moral. Finalmente, percibimos que un buen porcentaje de los alumnos lograron aprender el tema, lo cual nos hace

reflexionar sobre la validez de la propuesta presentada y nos estimula a mejorarla y optimizarla en su totalidad.

## **REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA**

Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*. Barcelona: Laertes.



# Representación gráfica de la función lineal. Una experiencia de investigación-acción<sup>1</sup>

*Beatriz Cuadros*  
*Nancy Salgado*  
*Colegio Distrital República de Colombia*



## INTRODUCCIÓN

En este año planeamos, desarrollamos, reflexionamos y redireccionamos nuestra labor docente, al elaborar un diseño curricular para grado noveno con el tema *Representación gráfica de la función lineal*. Tuvimos en cuenta los principios de la investigación-acción, del constructivismo y contamos con la valiosa dirección y asesoría de “una empresa docente”, de la Universidad de los Andes. Nuestro proyecto se realizó dentro del marco del Proyecto MEN-EMA, proyecto que realizó “una empresa docente” durante 1994 con la participación de diez colegios oficiales de Bogotá.

En este artículo presentamos nuestra experiencia en este proyecto. Partiendo de una breve presentación de la investigación-acción, descri-

---

1. Este artículo fue editado por Pedro Gómez, investigador de “una empresa docente”.

bimos la planeación y ejecución de la experiencia. Con base en los resultados de la ejecución, presentamos algunos de los errores que cometieron los estudiantes y hacemos algunas reflexiones acerca de todo el proceso.

## LA INVESTIGACIÓN-ACCIÓN

La investigación-acción “es una forma de indagación introspectiva *colectiva* emprendida por participantes en situaciones sociales con el objeto de mejorar la racionalidad y la justicia de sus prácticas sociales o educativas, así como la comprensión de éstas. Sólo existe cuando es colaboradora y se logra a través de la *acción examinada críticamente* de los miembros individuales del grupo. Permite el sometimiento a prueba de la práctica de las ideas como medio para mejorar” (Kemmis y McTaggart, 1988, pp. 9-11).

El psicólogo social Kurt Lewin (1946) diseñó la *investigación-acción* como un proceso de peldaños en espiral. Cada peldaño se compone de cuatro etapas: planificación, acción, observación y reflexión. Estos cuatro momentos entran en juego en torno a una *preocupación temática* que, en el caso de la educación, no es otra cosa que el problema educativo.

## LA PREOCUPACIÓN TEMÁTICA

Para nuestra experiencia de investigación-acción, tomamos como preocupación temática la representación gráfica de la función lineal. Nuestro propósito era indagar sobre la incoherencia existente en el proceso de tabulación, la ubicación de los puntos en el plano cartesiano y el análisis e interpretación de la gráfica en sí como un objeto del plano.

Observamos que normalmente, por la metodología tradicional, nuestros estudiantes elaboran una tabla de valores, representan las parejas en el plano cartesiano y unen estos puntos. Sin embargo, no existe una conexión clara entre lo que se hace en la tabla y el concepto de función. Tampoco se hace una interpretación de esta gráfica como objeto en

el plano. Esta situación es la que aspirábamos a superar con una metodología diferente.

## PLANEACIÓN

Cuando el estudiante debe interpretar movimientos en el plano, se gasta mucho más tiempo en el proceso matemático y muy poco en la interpretación del fenómeno. Cuando se les preguntó a los estudiantes, de grado décimo, por la ecuación correspondiente a la gráfica dada en la Figura N° 1, un porcentaje muy bajo de ellos contestó acertadamente. De igual forma se les pidió determinar la ecuación de la recta paralela a  $y = 2x$ , que pasa por el punto  $(0, 4)$ , y tampoco lograron establecer una relación entre los dos enunciados. Es decir, existe una total desconexión entre las dos representaciones.

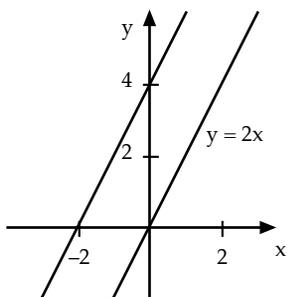


Figura N° 1

Estos casos se presentan debido a que el estudiante no entiende claramente las dos perspectivas algebraicas de la función lineal: “Bajo la perspectiva de *proceso* la función es percibida como una cadena de valores; por cada valor de  $x$  la función toma un valor para  $y$ . Bajo la perspectiva de *objeto*, la función o relación es planteada como una entidad, o en el plano de la gráfica como un objeto que puede ser rotado y trasladado” (Moschkovich, J., Schoenfeld, A. y Arcavi, A., 1993). Conocer ambas perspectivas objeto y proceso es esencial en el aprendizaje de funciones.

De acuerdo con estos aspectos, planificamos el tema, como proceso, mediante la tabulación y como objeto, por medio de la superposición y desplazamiento de acetatos, buscando alcanzar los siguientes objetivos:

- Representar en el plano cartesiano funciones lineales de la forma  $y = ax + b$  localizando el y-intercepto.
- Representar y analizar funciones lineales usando tablas, reglas verbales, ecuaciones y gráficas.

Aplicamos a los estudiantes una conducta de entrada durante tres horas de clase mediante un concurso. El propósito de esta actividad era reforzar el conocimiento que tenían acerca del plano cartesiano, la función lineal, el valor numérico y en general, valorar la habilidad al realizar las operaciones con números reales.

Diseñamos y desarrollamos la unidad de clase usando el retroproyector, pues atribuimos, al menos parcialmente, el bajo rendimiento de nuestros estudiantes a la monotonía que origina el uso exclusivo de la tiza y el tablero.

## EJECUCIÓN

El desarrollo curricular se llevó a cabo durante dos bloques de clase de 90 minutos cada uno. Fue necesario adecuar el laboratorio de física para usar el retroproyector. Contamos con la presencia de profesores de matemáticas y de otras áreas. En el primer bloque de clase se realizaron cuatro actividades.

*Actividad 1.* La motivación se hizo presentando a los estudiantes un acetato con el siguiente contenido. “Una hormiga se desplaza sobre una mesa cargando un terrón de azúcar y recorre cinco centímetros cada cinco segundos. Elabore un dibujo que ilustre el recorrido de la hormiga cada cinco segundos durante media hora, registrando el tiempo de cada

estación". Los alumnos organizaron los datos en una tabla y ubicaron las parejas ordenadas en un plano cartesiano.

*Actividad 2.* Los estudiantes trazaron gráficas de las funciones  $y = x$  y  $y = 2x$ , primero completando la tabla de valores y después representando las parejas ordenadas en el plano cartesiano.

*Actividad 3.* El curso se organizó en tres grupos para trazar las gráficas de la función  $y = -3x$ . A cada uno se le dio una tabla de valores diferentes, con los siguientes datos.

x	-1	1
y		

x	-2	0
y		

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{3}$
y		

Nos proponíamos que cada grupo hiciera su gráfica tabulando sólo dos valores. Después de que tres estudiantes trazaron las gráficas en el tablero y las compararon entre sí, superpusimos los tres acetatos, con las soluciones. Al observar la coincidencia de las rectas, nos fue fácil llegar a la siguiente conclusión: "dos puntos son suficientes para trazar una recta". Además se reforzó el hecho de que los valores asignados a la variable independiente pueden ser elegidos arbitrariamente.

*Actividad 4.* Se dejó como tarea la representación de diez funciones de la forma  $y = ax + b$ , teniendo en cuenta valores enteros y fraccionarios para el coeficiente de  $x$  y únicamente valores enteros para el término independiente.

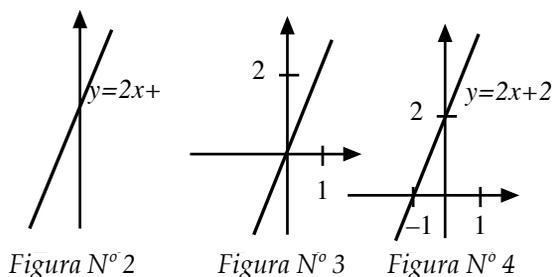
En el segundo bloque de clase se realizaron las siguientes actividades.

*Actividad 1.* Se organizó el curso en diez grupos. A cada uno se le entregó una cartelera con el enunciado de uno de los ejercicios de la tarea, junto con una escuadra y un marcador. En diez minutos trazaron la gráfica correspondiente y la ubicaron en un sitio visible del salón. Todos los estudiantes rotaron revisando y corrigiendo su tarea.

*Actividad 2.* Por medio de varios acetatos con gráficas de funciones lineales de la forma  $y = x + b$  o  $y = x - b$  se indujo a los estudiantes a cons-

truir la relación existente entre el y-intercepto y el valor del término independiente.

*Actividad 3.* Para analizar este concepto se desplazó el acetato de la Figura N° 2 sobre el acetato de la Figura N° 3, en forma vertical, conservando el paralelismo de las rectas, con el fin de guiar al estudiante hacia la formulación de la ecuación de una recta paralela a  $y = 2x$ , que corta al eje  $y$  en el punto  $(0,2)$ . Es decir, hacia la ecuación de la Figura N° 4.



*Actividad 4.* Al finalizar el segundo bloque de clase se le entregó una evaluación a cada estudiante. En esta evaluación se pedía al estudiante que dibujara en el plano cartesiano las rectas  $y = x$ ,  $y = 3x$  y  $y = 3x + 2$ ; que identificara la forma simbólica de la recta  $y = x + 4$ , que se presentaba en un plano cartesiano, como paralela a la recta  $y = x$ ; y que dibujara en un plano cartesiano la gráfica de la función lineal  $y = \frac{1}{2}x + 3$ .

Hecha la revisión se encontró que los alumnos tuvieron un rendimiento muy pobre en la prueba.

## LOS ERRORES DE LOS ALUMNOS

Con base en los errores cometidos por los estudiantes diseñamos una serie de ejercicios con el fin de precisar conceptos. Los errores más frecuentes fueron los siguientes:

Dificultad para reemplazar fraccionarios, hacer operaciones con éstos y representarlos en el plano cartesiano. Si  $y = -3x$  y  $x = \frac{1}{3}$ , entonces  $y = -3\frac{1}{3} = \frac{-3}{9}$ .

No interpretan con claridad la operación que deben realizar entre dos números. Si  $y = -3x$  y  $x = -2$ , entonces  $x = -3 - 2 = -6$ .

Errores en reducción de términos semejantes.  $y = x - 1 = -1x$ ;  $y = 3x + 2 = 5x$ ;  $y = x + 1 = -2x$ .

Algunos alumnos dibujan  $y = 3x$ , paralela a la recta  $y = x$ , pasando por  $(0, 3)$ . Otros ubican bien dos parejas ordenadas, pero no trazan la recta.

Para representar  $y = 3x + 2$ , dibujan una recta paralela a  $y = x$ , pasando por  $(0, 2)$ . Es decir, dibujan  $y = x + 2$ . Otros dibujan  $y = 3x$ .

Cuando se pide escribir la ecuación correspondiente a la gráfica dada, escriben sobre la recta expresiones como estas:  $y = x - 1$ ;  $y = 4 - 4$ ;  $y = -4x + 4$ ;  $y = x + 3$ , siendo la solución correcta  $y = x + 4$ .

En la representación de  $y = \frac{1}{2}x + 3$ , aunque los estudiantes usaron el concepto de desplazamiento, trazaron mal la gráfica, porque representaron mal  $y = \frac{1}{2}x$ . Se trataba de dibujar  $y = \frac{1}{2}x + 3$ , pero en vez de trazar  $y = \frac{1}{2}x$ , representaron gráficamente  $y = x$ . Con base en esta recta, hicieron el desplazamiento de 3 unidades hacia arriba.

## CONCLUSIONES

La participación de los alumnos en la clase fue excelente. ¡Qué concentración!; ¡qué atención!; ¡qué calidad en las tareas y en los apuntes! Al finalizar los dos bloques de clase hubo manifestaciones de satisfacción por parte de los estudiantes.

Contrastando la actitud de los estudiantes con los resultados obtenidos en la prueba evaluatoria notamos una discrepancia enorme. Nos

cuestionamos entonces: ¿qué pasó?; ¿qué falló?; ¿de qué manera asegura el docente, que sus estudiantes superan las dificultades de asimilación e interiorización de los conceptos matemáticos? Experimentamos entonces una sensación de que todo estaba muy bien pero nada había sido efectivo.

Después de discutir sobre las posibles causas y factores que influyeron en estos resultados concluimos que:

- De nada sirve mejorar los recursos cuando los prerrequisitos no han sido internalizados por los alumnos.
- Es necesario hacer un registro de los errores cometidos por los estudiantes, averiguar sus causas y planear estrategias para eliminarlos.
- El momento de evaluar no fue el más oportuno. No tiene sentido evaluar el producto de un cambio que tuvo lugar únicamente durante dos bloques de clase de 90 minutos cada uno.
- Para optimizar resultados se hace necesario y conveniente llevar continuidad no sólo en el aspecto conceptual sino también en el metodológico.

De los aspectos más positivos que encontramos en el proceso de investigación-acción fue el de someter en más de una ocasión el diseño curricular (objetivos, temas, recursos, tiempo y metodología) a la opinión de otros profesores y escuchar cualquier cantidad de críticas.

Trabajar en este proyecto fue fructífero porque investigamos y reflexionamos acerca de la enseñanza de las matemáticas y compartimos experiencias e intercambiamos metodologías con algunos colegas tanto de matemáticas como de otras áreas.

El hecho de ser observado y ser cuestionado por los demás personas abre la posibilidad de ceder en las concepciones y creencias. El choque entre lo que pensamos con lo que sucede realmente en el aula de clase suele ser muy duro y en ocasiones frustrante. Poder aceptar y superar estas situaciones supone un maestro con mucha personalidad, madurez y objetividad.

Fue provechoso revisar nuestras propias acciones y propiciar un espacio de observación y reflexión donde percibir aspectos de nuestros alumnos y eventos de clase que antes pasaban inadvertidos.

La eficacia de un proyecto depende en gran medida de la planeación institucional en donde deberían quedar registrados los espacios y recursos necesarios para su realización.

Nuestro trabajo se desarrolló justamente en el momento en que el Estado reglamenta e invita a todos los docentes a construir sus propios currículos acorde con las necesidades específicas de su entorno. Nos conviene, entonces, convertirnos en profesionales de la educación que hagamos de nuestras aulas de clase todo un *centro de investigación*.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*. Barcelona: Laertes.

Moschkovich, J., Schoenfeld, A. y Arcavi, A. (1993). Aspects of understanding: on multiple perspectives and representations of linear relations and connections among them. En T. Romberg, E. Fennema, & T. Carpenter. (Eds.). *Integrating research on the graphical representation of functions*. Hillsdale: LEA.





# Cambio de actitud del profesor frente a los alumnos y a la clase de matemáticas<sup>1</sup>

*María I. Fonseca*  
*Colegio Distrital Sorrento*



## INTRODUCCIÓN

Este artículo presenta la experiencia que tuve al participar en el Proyecto MEN-EMA de “una empresa docente” de la Universidad de los Andes. Este proyecto tenía la finalidad de explorar la problemática de las matemáticas en colegios oficiales de Bogotá y diseñar estrategias para mejorar la enseñanza de las matemáticas.

A continuación se describe el proceso que viví, como profesora, al realizar una pequeña investigación-acción en mi salón de clase en la que diseñé, apliqué y evalué una innovación curricular, centrada en el cambio en la metodología tradicional de enseñanza, dentro del curso a mi cargo.

---

1. Este artículo fue editado por Paola Valero, investigadora de “una empresa docente”.

## ¿CÓMO SE INICIÓ EL PROCESO?

Al iniciar el año escolar 1994, en el Colegio Distital Sorrento, el grupo de profesores de matemáticas nos encontrábamos elaborando la planeación y organización del departamento. Analizábamos el bajo rendimiento escolar en matemáticas y pensábamos en las estrategias que seguiríamos para mejorarlo. Por estos días nos llegó una oportuna invitación para participar en el Proyecto MEN-EMA. El trabajo que realizamos los profesores de matemáticas de diez colegios oficiales, dentro del proyecto antes mencionado, se inició el 7 de marzo y se realizó en tres etapas. En la primera etapa compartimos con los compañeros las dificultades que vivíamos en la enseñanza de las matemáticas. También recibimos información acerca de la metodología de la investigación-acción, la cual se basa en una espiral de bucles cada uno conformado por planeación, acción, observación y reflexión.

Al final de esta etapa me fui con el convencimiento de que debía cambiar la metodología tradicional de enseñanza que venía utilizando con mis estudiantes. En el Departamento de Matemáticas del colegio, las reuniones dejaron de ser un informe de supervisión, rectoría, problemas de disciplina, etc. En cambio, las dedicamos a hablar de la metodología que cada profesor utiliza en los diferentes cursos y de los temas que se trataban en el proyecto que estábamos realizando con la Universidad de los Andes. Así fuimos integrando a los demás compañeros del área en nuestro proyecto. Acordamos que para que todos trabajáramos en la misma dirección teníamos que dedicar tiempo a la lectura de algunos libros, entre ellos: *Cómo planificar la investigación-acción* de Kemmis y McTaggart (1988); *Solución IDEAL de Problemas* de Bransford y Stein (1986); y el número 34 de la revista *Educación y Cultura* (1994) de Fecode, que habla sobre constructivismo.

Como resultado de mis inquietudes y del trabajo en las reuniones de departamento fui variando mi clase sin pensar en una determinada metodología. Quizás no era una de las mejores formas de iniciar, pero en esas pocas ocasiones pude observar la actitud de los alumnos en clase y me di cuenta de errores que cometen y que, la mayoría de veces, no se corrigen a tiempo. Quizás esta última sea una de las causas de la pérdida en las evaluaciones y, por tanto, del bajo rendimiento.

Me quedó la inquietud de iniciar una pequeña investigación y encontrar una respuesta a la pregunta ¿cómo influye la metodología de enseñanza de las matemáticas en la actitud de los alumnos hacia las matemáticas y en la actitud misma del maestro hacia los alumnos?

## **¿QUÉ PENSABAN LOS ALUMNOS?**

El primer período académico lo dediqué a repasar los temas de grado sexto y séptimo que creía necesarios para temas de grado octavo. Al observar las calificaciones de los alumnos, veía cómo en las evaluaciones parciales les iba más o menos bien, pero en la evaluación acumulativa les iba mal.

Esto me preocupaba y pensé en varias causas, entre ellas: los estudiantes no tienen método de estudio y le dedican poco tiempo; no entienden los temas y se quedan callados; la evaluación acumulativa es larga y difícil; tienen malas bases de conocimientos, etc. Entre las causas no me incluí, y como de costumbre, hice la evaluación de la clase de matemáticas en forma individual y escrita. Al leer las respuestas dadas por los alumnos las agrupé en las siguientes expresiones:

### **EN CUANTO A LA METODOLOGÍA**

- “Que se dé mayor participación a los alumnos en clase”.
- “Que nos pasen al tablero”.
- “Nos gusta la forma como la profesora explica, entendemos los temas; lo que sucede es que no nos interesamos en el estudio y además somos indisciplinados”.

A través de esta evaluación observé que a los estudiantes se les dificultaba el estudio de varios temas de matemáticas, o, simplemente, no les gustaba porque, por lo general, los han visto o trabajado en una forma mecánica, seca o impositiva. Por el contrario, son muy escasas las oportunidades en las que han tenido que ver las matemáticas en una forma creativa, recreativa y participativa.

Una vez más reflexioné sobre mi tarea educativa: ¿quién debe dar el primer paso para que los alumnos tengan un cambio de actitud hacia la matemáticas y sean más participativos en clase?

## EN CUANTO AL SISTEMA DE EVALUACIÓN

- “Estamos de acuerdo con el sistema de evaluación que se lleva”.
- “Obtener una nota por pasar al tablero”.
- “La evaluación acumulativa debe ser más corta, fácil y acerca de los últimos temas”.

El sistema de evaluación consistía en obtener una nota por tareas, sin importar si estaban bien o mal hechas, notas de evaluaciones escritas cada ocho días, y la evaluación acumulativa. En nuestro sistema de evaluación cuantificado se dice que el estudiante aprendió o no aprendió el tema de acuerdo a la nota. Además, no se indaga a los alumnos acerca del por qué de la pérdida de la materia. A los estudiantes que van mal se les pide responsabilizarse por ver qué hacen para mejorar su rendimiento. Y como último recurso, los alumnos solicitan al profesor trabajos extra para recuperar la nota o como ayuda para subirla. Desafortunadamente estos trabajos se convierten en un espacio para la copia y no para la creatividad.

Con base en estas reflexiones, me detuve a pensar: ¿hay alguna relación entre la metodología de enseñanza y la evaluación?, ¿qué se evalúa?, ¿sólo conocimientos?, ¿en una escala de 1 a 10, se mide realmente lo que sabe el alumno?

En conclusión, mi visión del problema del bajo rendimiento se centró en la influencia de la metodología de enseñanza sobre la actitud de los estudiantes frente a las matemáticas. Por esto, mi opción de solución al problema fue cambiar la metodología para que el alumno, a través de diferentes actividades, adquiriera con mayor facilidad los conocimientos matemáticos. Así podía darle a los alumnos la importancia que merecen como personas en proceso de formación y podía evaluar el proceso de enseñanza-aprendizaje y la relación maestro- metodología-alumno.

## ¿QUÉ HICE?

De acuerdo con las actividades que habíamos realizado en la primera etapa del Proyecto MEN-EMA, tenía la tarea de preparar un tema del programa de acuerdo con las pautas recibidas. Este debía ser desarrollado entre mayo y septiembre. Fue así como hice una lista de los temas que trataríamos en el curso en ese tiempo y escogí la multiplicación de expresiones algebraicas.

Este tema me parecía sencillo. Además presumía que los alumnos tenían conocimientos básicos para el desarrollo del tema y a la vez podía comprobar si manejaban en forma apropiada aspectos como la potenciación y sus propiedades, la propiedad distributiva y la adición de términos semejantes. Por estas razones, esperaba que las dificultades que se presentaran en el desarrollo de las actividades fueran mínimas.

Una vez escogido el tema para un bloque de clase (90 minutos), tenía que pensar en una metodología diferente a la que venía utilizando. Me decidí por la elaboración de una guía de trabajo.

En una primera guía que elaboré se presentaba a los estudiantes una serie de figuras geométricas que tenían marcadas las medidas de los diferentes lados. Con esto, los alumnos debían hacer una serie de cálculos de área y luego sacar unas conclusiones. Este primer borrador no me gustó porque era el mismo sistema tradicional expresado de otra forma. Además, para el tiempo tan corto que había, veía que el tema contenía tres casos de multiplicación de expresiones algebraicas: producto de monomio por monomio; binomio o polinomio por monomio, y polinomio por polinomio, los cuales no podía cubrir en un bloque de clase.

Pensé nuevamente en la guía y la reelaboré dejando como tema el producto de monomio por monomio. La nueva guía contenía el tema, los objetivos, los materiales para trabajar (una serie de palos de balsa de diferentes tamaños), el tiempo disponible para el desarrollo del trabajo, los procedimientos a seguir, y las actividades a realizar. Había un espacio para que escribieran las conclusiones obtenidas en el grupo.

Con esta forma de trabajo pretendía observar:

- Si había un cambio de actitud de los alumnos en clase ante una nueva estrategia metodológica.

- Si la participación era activa (mayor).
- Si los estudiantes podían llegar a la construcción del conocimiento y de conceptos a través de una serie de acciones planteadas en la guía.

Entre tanto, yo sería una orientadora del trabajo de los alumnos.

## ¿QUE HICIERON LOS ALUMNOS?

Después de preparar la guía y el material, llegó la hora de la acción. Esta estaba diseñada para trabajar en grupos, donde cada alumno compartiría con otros compañeros sus conocimientos. Se organizaron en pequeños grupos de cuatro personas. Cada grupo recibió la guía y una bolsa que contenía el material para trabajar. Tenían curiosidad por saber su contenido y qué iban a hacer con el paquete. Se les indicó que leyeran la guía y revisaran el material de la bolsa. A partir de ese momento tenían una hora (60 minutos) para las diferentes actividades de la guía.

A continuación, los alumnos clasificaron los palos de balsa de acuerdo al tamaño. Se partió del supuesto de que cada pedazo representaba longitudes que se podían representar con una expresión algebraica. Entonces, a los de igual tamaño les dieron la misma expresión. En seguida, formaron figuras como cuadrados, rectángulos, triángulos de diferentes tamaños; los dibujaron en una hoja y asignaron una expresión algebraica cualquiera a la medida de cada uno de sus lados. A continuación hicieron el cálculo de las respectivas áreas utilizando esas expresiones.

Después, se les solicitó que observaran, analizaran y discutieran en el grupo, si en los diferentes cálculos de área, habían seguido el mismo procedimiento, o habían encontrado algo diferente. Luego se les pidió que escribieran el nombre de la operación realizada, entre qué elementos de las figuras se efectuaron esas operaciones y los pasos seguidos para hallar el área de las diferentes figuras. Después de discutido y revisado el trabajo escrito en el grupo, los alumnos escribieron las conclusiones.

Una vez terminado el trabajo en grupo, se realizó la plenaria. Se enumeraron los grupos y en su orden cada uno leía su escrito y realizaba un ejemplo en el tablero. Por último se propusieron ejercicios para trabajar en forma individual.

Al comienzo de la actividad los alumnos se sintieron algo inseguros de lo que hacían, ya que cada vez que realizaban una parte del ejercicio preguntaban constantemente “¿esto está bien?”, “¿ahora que hacemos?”. Querían que se les corrigiera inmediatamente el trabajo. Entonces hice un llamado a todo el grupo, les dije que siguieran el orden de la guía y que no dudaran de lo que sabían y hacían. Con esto logré darles mayor confianza y seguridad en el trabajo, el cual continuaron en forma satisfactoria.

## **¿A QUÉ LLEGAMOS?**

Al cambiar la forma tradicional de dictar la clase, dándole menor uso a la tiza y tablero y propiciando más el trabajo colectivo, pude observar con mayor atención la actitud de los alumnos en clase; atender los interrogantes de los alumnos que no se atreven a intervenir ante todo el grupo, quizás por miedo o timidez; conocer más los comportamientos interpersonales de los alumnos (algunos son egoístas y no les gusta compartir con los demás compañeros); y confirmar que abandonando la metodología tradicional por acciones planificadas que le permitan al alumno observar, discutir, analizar y reflexionar, se puede llegar a la construcción del conocimiento y de los conceptos de los temas matemáticos.

Mientras los alumnos hacían su trabajo con buena disposición y ánimo, pude observar con algún detalle su comportamiento. Tuvieron la oportunidad de consultar varios libros, apuntes y manipular material; pudieron confrontar sus aciertos o desaciertos con los compañeros o con el profesor; se les permitió discutir, analizar y obtener conclusiones en pequeños grupos de trabajo; y se cambió la ubicación formal de los pupitres. En fin, permitir que los alumnos fueran participes de su propio aprendizaje motivó un cambio positivo en su actitud.

En la forma de realizar sus actividades se les veía el interés por participar activamente de la clase. Reconocieron cordialmente y corrigieron al tiempo algunos errores que cometían. Del trabajo obtuvieron una conclusión satisfactoria con respecto al tema matemático que se estaba tratando. Hubo algunos alumnos que frecuentemente se acercaban a otros grupos a observar el trabajo y luego imitaban lo que sus compañeros habían realizado. En estas personas observé algo de desinterés y apatía al trabajo, lo cual reflejaba una actitud negativa.

Ante estas situaciones mi disposición y actitud fue la de una guía, una orientadora del aprendizaje de los alumnos, en otras palabras, una animadora para que los alumnos tomaran decisiones con seguridad y confianza. Los resultados que observé fueron motivantes para mí y para ellos también.

Pero aquí no terminaron las cosas. En un momento posterior, realicé la evaluación escrita del tema. A la gran mayoría de los alumnos le fue muy bien. Los resultados fueron satisfactorios. Continué el tema del producto de expresiones algebraicas y, al llegar al producto entre polinomios, me llamó la atención lo que hacían algunos alumnos: pueden realizar bien el producto, pero al sumar los términos semejantes suman los exponentes de la parte literal. No alcancé a indagar lo suficiente el por qué de este error, debido a la falta de tiempo, y a que teníamos una serie de actividades en los últimos días del año. Me quedó este interrogante para solucionarlo al iniciar el próximo año.

Por último, esta corta pero fructífera experiencia me hizo pensar en las limitaciones sobre mi quehacer educativo. Si quiero que mis alumnos en vez de ser máquinas repetidoras sean individuos observadores, analíticos, críticos, que tomen sus propias decisiones, el cambio lo debo hacer yo primero, permitiéndoles ser partícipes activos del proceso de enseñanza-aprendizaje. Esto implica que lo que tradicionalmente es la parcelación o planeación de la materia, no debe seguir siendo la distribución de temas para un año, repartida en cuatro desequilibrados períodos, sino la búsqueda, planeación y experimentación de diferentes formas o metodologías a utilizar en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. También me di cuenta de que es muy importante compartir todas estas experiencias con otros compañeros para enriquecer más la práctica docente y salir de la cotidianidad.



# Aprender polinomios a partir de una microempresa<sup>1</sup>

*Carlos Serrato*  
*Unidad Básica Rafael Uribe Uribe*



## INTRODUCCIÓN

Como profesor de grado 8<sup>o</sup> desde hace varios años he percibido dificultades de los estudiantes en el manejo y operatividad de los polinomios. Esto se debe, al menos parcialmente, a la presentación y manejo exclusivamente abstractos que se hacen de ellos, sin que se utilicen elementos concretos sobre los cuales se puedan realizar operaciones que les den significado. Esto genera muchos obstáculos si se tiene en cuenta la etapa del desarrollo del pensamiento en que los alumnos se encuentran. Mientras que los estudiantes deberían ser eminentemente activos, creadores y artífices de su propio aprendizaje, veo a los profesores de estos grados como “transmisores de conocimientos” y a los alumnos como “elementos receptores”. Esto conduce simplemente a un proceso de mecanización sin imaginación ni participación de los estudiantes.

El manejo abstracto de los polinomios es un proceso complejo cuando se tratan las operaciones aritméticas sobre ellos. Es el caso de la adición de polinomios. Esta operación presenta un alto grado de dificultad

---

1. Este artículo fue editado por Pedro Gómez, investigador de “una empresa docente”.

en virtud de la notoria confusión que se presenta con la utilización de letras, ya que hasta este instante los alumnos han usado únicamente números para realizar operaciones.

La metodología usada hasta el momento, consistente en explicaciones por parte del profesor con un proceso de mecanización posterior, conduce a una clase árida, que no ayuda al desarrollo del pensamiento, sino que esquematiza a los alumnos dentro de estructuras rígidas. Este es posiblemente uno de los aspectos que inciden en la problemática expuesta anteriormente. Por estas razones, una propuesta que podría mejorar la adquisición de los conceptos y manejo operativo de los polinomios es hacer que ellos se conviertan en elementos concretos, fácilmente manipulables y con un significado propio. Esta sería una situación mucho más cercana a los conocimientos y las habilidades de los estudiantes de esta edad.

## ESTRATEGIA

Teniendo en cuenta lo anterior, decidí diseñar una actividad para la clase. Se trata de la creación, administración y manejo de una microempresa. La microempresa es manejada por los alumnos, bajo la supervisión del profesor, en donde se pueden realizar transacciones comerciales. Los objetos que se negocian están representados por letras con el propósito de relacionar el objeto concreto (en nuestro caso dulces) con los objetos abstractos (polinomios).

Al proponer la actividad en la que los estudiantes participan, se logra que la clase sea activa. Los actores principales son los mismos alumnos, quienes se apropian del conocimiento a través de la propia experiencia. Se logra que los estudiantes trabajen con una representación concreta de los polinomios en la que se evidencian algunas de sus características y se pueden realizar operaciones entre ellos. Estas operaciones corresponden a las transacciones comerciales efectuadas.

## ACTIVIDAD

Una vez planteada la actividad se desarrolló una guía de trabajo en donde se aclaró la forma como se deben desarrollar las transacciones comerciales. Se establecieron equivalencias entre letras y los productos a comercializar. Se utilizaron tres tipos de dulces (moritas, de leche y de menta) representados respectivamente con las letras “ $d$ ”, “ $d^2$ ” y “ $d^3$ ”. Se estableció de antemano la necesidad de **no** confundir cada tipo de dulce, dado que cada uno tenía un precio diferente, siendo los más baratos las moritas mientras que los más costosos eran las mentas.

En la primera hora de clase se realizaron transacciones únicamente de dulces “moritas”, haciendo énfasis en lo concreto que representaba la letra “ $d$ ”, de manera que los alumnos se familiarizaron con la operatividad de los monomios. Esta operación mercantil afectaba las existencias de dos maneras. La empresa podía adquirir dulces al proveedor (el profesor) o venderlos a los clientes (los estudiantes). Una adquisición se representa con el correspondiente número entero positivo y una venta con el correspondiente número entero negativo. En cada caso, el número debía ir acompañado de la letra correspondiente. Se hace énfasis en la necesidad de acompañar el número con la letra porque es el centro de la problemática. La confusión que se presenta al utilizar las letras como seres abstractos desaparece, ya que de esta manera las letras tienen un significado concreto para los alumnos. En la misma hora de clase realizaron operaciones con otros monomios suponiendo que la empresa no vendiera dulces sino arepas representadas con la letra “ $a$ ” u otros productos a quienes los mismos alumnos les daban de antemano una representación concreta.

Cabe anotar que en las clases anteriores se hizo el respectivo refuerzo del manejo operativo de los números enteros, como prerrequisito para el desarrollo de tema.

En la segunda hora de clase se ampliaron las ventas a los tres productos anteriormente descritos con sus correspondientes letras representativas. Para resaltar las diferencias entre las letras que forman un polinomio, se utilizó el hecho de que cada tipo de dulce tenía un precio asignado, de modo que, por ejemplo, “ $3d$ ” representaba 3 dulces moritas, mientras “ $3d^2$ ” corresponde a 3 dulces de leche, los primeros con un

precio de \$10 en tanto que los segundos con un precio de \$20 lo que hace evidente que no se pueden intercambiar en las transacciones efectuadas. Los alumnos fueron artífices del manejo de la microempresa, ya que fueron ellos mismos quienes vendieron y discutieron las correcciones, supervisadas por el profesor. Una vez hechas cerca de diez transacciones se observó que la mayoría interpretaba correctamente las operaciones con los polinomios. En este momento se realizó el proceso de abstracción, realizando transacciones ficticias sobre empresas imaginarias, usando letras diferentes. Finalmente se plantearon operaciones con polinomios a los cuales cada uno de los alumnos les daban su propia interpretación, sin necesidad de expresarla públicamente.

## EVALUACIÓN

El proceso de evaluación del logro de los objetivos instruccionales por parte de los alumnos se llevó a cabo mediante la utilización de cuestionarios, en donde se planteaban algunos polinomios, para que los alumnos les dieran su propia interpretación. En este aspecto todos los alumnos lograron el objetivo, ya que no se presentó confusión en la utilización de las letras.

Luego se pidió hacer adiciones con polinomios en las cuales se requería que los alumnos dieran su propia interpretación de manera que los polinomios representaran seres reales. En este aspecto se logró que 32 de los 34 alumnos del curso efectuaran correctamente las operaciones. Los dos estudiantes que no lograron el objetivo presentaron dificultades en el manejo de los números enteros.

## VIVENCIAS

Inevitablemente cada vez que nos enfrentamos a situaciones que nos cuestionan nuestro quehacer pedagógico, tenemos la incertidumbre de verificar si los resultados que nos proponemos responden a los cuestionamientos hechos. En esta experiencia encontré una forma de realizar

una clase dinámica, participativa y crítica por parte de los alumnos. Ellos se sorprendieron al darse cuenta de que podían movilizarse dentro del aula, que podían efectuar negocios y que había personas extrañas a la clase dentro del salón, que no afectaron el normal desarrollo de la clase. Con los colegas que observaron la experiencia pude compartir sus comentarios y recibir las críticas a la labor realizada. Me quedó la satisfacción de haber verificado que es posible realizar clases activas en las que los alumnos construyan socialmente el conocimiento matemático. También pude verificar meses después que los conocimientos adquiridos de esta manera no se olvidan con facilidad, especialmente si se utilizan posteriormente en el desarrollo de las actividades escolares.

