

Diseño de una secuencia de actividades para la enseñanza de la probabilidad simple en estudiantes de sexto grado. Aplicación y validación

Angelica Lorena Garzon
angedgarzon@hotmail.com
Maribel García Forero
mary_860709@yahoo.es
Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas
Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Resumen

Al ser reconocida la necesidad de trabajar bajo la didáctica de la estadística como una ciencia diferente a la matemática en su forma de enseñar, que desarrolla contenidos específicos¹ se elabora una propuesta de enseñanza de la probabilidad simple para alumnos de sexto grado construida a partir de 5 secuencias de actividades bajo la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau, considerando 5 temáticas fuertes a trabajar y que diferencian cada secuencia durante el proceso de llegar a concebir la probabilidad desde una concepción frecuencial estas son: 1. Azar, experimentos aleatorios, y deterministas, 2. Espacio muestral, 3. Sucesos y tipos de sucesos, 4. Frecuencia absoluta y relativa. Y por último 5. Cálculo y comparación de probabilidades. Esta propuesta elaborada fue piloteada y finalmente aplicada en el colegio Cortijo Vianey (Bogotá) a un grado sexto de 33 estudiantes entre las edades de 10-13 años. Durante el análisis de resultados se consideran 5 grupos de categorías diferentes para cada temática desarrollada, pero que en conjunto en el paso a paso definen procesos de aprendizaje distintos de cada uno de los estudiantes, estos procesos se condensan en la construcción de un clúster como método clasificatorio que nos permite agrupar a los estudiantes en conglomerados distintos que evidencian 4 procesos de aprendizaje diferentes en el desarrollo de la propuesta elaborada.

Introducción

Muchos investigadores en didáctica de la estadística afirman² que cuando analizamos los planes y programas de matemática para educación, en especial los contenidos mínimos obligatorios, podemos ver que la estadística está incorporada como un contenido más.

Sin embargo el auge que ha tenido la estadística como ciencia y su importancia en los procesos de investigación la aleja de ser una actividad puramente matemática. Es así como nace la didáctica de la estadística, cuya función es que los alumnos puedan alcanzar un aprendizaje significativo de la estadística.

1 BATANERO, C. Significados de la probabilidad en secundaria. Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas un reporte iberoamericano, (2004). Universidad de Granada, España

2 SÁNCHEZ, Pablo MEN (Ministerio de Educación Nacional) Matemática. Lineamientos Curriculares, Bogotá D.C. (JULIO DE 1998). Cooperativa editorial magisterio.



En el momento que reconocemos una falta de conocimiento por parte de los docentes para desarrollar contenidos de tipo estadístico, estamos reconociendo la necesidad de propuestas que nos indiquen como podemos trabajar en el aula estos tipos de objetos estadísticos, propuestas trabajadas, sustentadas, y validadas a partir de un estudio, es por esta necesidad que surge esta monografía titulada : “Diseño de una secuencia de actividades para la enseñanza de la probabilidad simple en estudiantes de sexto grado. aplicación y validación ” que mantiene como objetivo general como su titulo lo indica diseñar, aplicar y validar una propuesta de enseñanza que permita la construcción significativa del concepto de probabilidad simple en alumnos de sexto grado, desde una concepción frecuencial.

Planteamiento del problema

Como sostiene Batanero (1998) la enseñanza de la probabilidad ha estado vinculada con el aprendizaje de algoritmos matemáticos, dejando de lado aspectos relevantes en su conceptualización, como la formulación de predicciones sobre las posibilidades de obtener diferentes resultados en experimentos aleatorios sencillos, la obtención de datos empíricos de estos experimentos, la comparación de las probabilidades experimentales generadas con las predicciones originales y el uso de recursos sencillos tales como ruletas, dados, monedas, etc.

Según Shanghnessy (1985) (citado en los LCM (1998)) “El desarrollo del pensamiento aleatorio, mediante contenidos de probabilidad y estadística debe estar imbuido de un espíritu de exploración y de investigación tanto por parte de los estudiantes como de los docentes. Además debe integrar la construcción de modelos de fenómenos físicos y el desarrollo de estrategias como la simulación de experimentos y de conteos”

En los LCM (1998) se considera que “La introducción de la estadística y la probabilidad en el currículo de matemáticas crea la necesidad de un mayor uso del pensamiento inductivo. Este carácter no determinista de la probabilidad hace necesario que su enseñanza se aborde en contextos significativos, en donde la presencia de problemas abiertos con cierta carga de indeterminación permitan exponer argumentos estadísticos, encontrar diferentes interpretaciones y tomar decisiones”, “Hacer conjeturas acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad, Reconocer la relación entre un conjunto de datos y su representación, Usar modelos para discutir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento, Predecir y justificar razonamientos y conclusiones usando información estadística” son logros importantes en el aprendizaje de la estadística, según los estándares curriculares propuestos para cada ciclo en relación al pensamiento aleatorio y sistema de datos.

Sin embargo, el hecho de que la estadística se incluya de una forma oficial en el currículo no significa que necesariamente se enseñe, según los LCM (1998) “La enseñanza de las matemáticas convencionales ha enfatizado en la búsqueda de la respuesta correcta y única y en los métodos deductivos”, este énfasis es el que se implementa actualmente en la enseñanza de la probabilidad, en el que su base es la actividad matemática y no la actividad estadística, de allí que se presenten dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de conceptos estadísticos. Holmes (2002) indica que las lecciones de estadística, dentro de los libros de matemáticas han sido muchas veces escritas por matemáticos. En este caso, el objetivo preferente es la actividad matemática y no la actividad estadística. Por tanto las aplicaciones no son realmente importantes y los alumnos finalizan los cursos sin adquirir una competencia real en estadística.

Otra de los aspectos que interfiere en la enseñanza de la estadística y la probabilidad es la inexperiencia de los docentes en el tratamiento de problemas relacionados con estas materias, muchos profesores no se sienten cómodos con ellas, las dejan para el último periodo y cuando es

posible las omiten. Además cuando son enseñadas se remiten a una mera enseñanza expositiva, a la ejercitación de cálculos y a la resolución de problemas rutinarios. Por lo que las aplicaciones no son realmente importantes y los alumnos finalizan los cursos sin adquirir una competencia real para llevar a cabo un aprendizaje en estadística.

De acuerdo a lo que en la teoría se propone y su contraste con lo que se evidencia en la práctica, se define un problema de investigación frente a la didáctica de la estadística inferencial, específicamente el de probabilidades simples considerando los sucesos de un evento, en un intento de aporte de enseñanza que cumpla con lo que dice la teoría. A partir de allí surge la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo diseñar, aplicar y validar una propuesta de enseñanza que permita la construcción significativa del concepto de probabilidad simple en alumnos de sexto grado?

Marco teórico

Nuestro objeto matemático se desarrolla a partir de un marco conceptual - didáctico, un marco legal, un marco metodológico y un marco de análisis:

El marco conceptual –didáctico ofrece la información respecto al proceso de enseñanza de la probabilidad en donde se involucra teorías frente al trabajo de aula, las condiciones óptimas de aprendizaje, se tiene en cuenta el tipo de estrategias que optimizan el aprendizaje, y ciertas categorías sobre el aprendizaje de la probabilidad, caracterizando diferentes tipos de razonamientos y heurísticas para la resolución de problemas probabilísticos dentro de una didáctica de la estadística. Se trabaja considerando que “los modelos probabilísticos son el fundamento de la mayor parte de la teoría estadística” como lo plantea GodinoJ. Batanero C y Cañizares C. (1996) el conocimiento de la teoría de la probabilidad es necesario, el estudio matemático de los fenómenos aleatorios se constituye por un azar que está presente en nuestro entorno, haciéndola más experimental, en forma que se pueda proporcionar a los alumnos una experiencia estocástica desde su infancia (e.g., M.E.C., 1992;n N.C.T.M. 2000). Estos cambios nos llevan a reflexionar sobre la naturaleza de la probabilidad, y los componentes de su comprensión.

En nuestro marco didáctico Los modelos de enseñanza se ven reflejados a partir de las propuestas de secuencias de actividades, en esta ocasión para nuestro proyecto se considera apropiado llevar a cabo una enseñanza desde la resolución de problemas, considerando un aprendizaje a través de las situaciones didácticas planteadas por Brousseau³, retomando las ventajas didácticas del juego y las condiciones del proyecto de aula

Dentro del marco legal se plantean los lineamientos curriculares, y Estándares para la excelencia en la educación. , Bogotá D.C. (2007). Donde reconocemos nuestra población de desarrollo grado sexto desde el estándar expresado: “Conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad.”

En nuestro marco metodológico Las consideraciones metodológicas descritas para la elaboración del proyecto mantienen la posición de Freudenthal (1983) en el que la finalidad primordial de la enseñanza de una noción matemática en los niveles de enseñanza obligatoria no es la adquisición de conceptos por parte del alumno (aprendizaje de una teoría matemática), sino la constitución de objetos mentales (intuiciones) basados en una fenomenología variada, etapa que debe ser previa a la adquisición de conceptos.

3 BROUSSEAU, Guy. Elementos para una modelización. Fundamentos y métodos en Didáctica de las matemáticas. Publicado en la revista; Reserches en didactique des Mathématiques, Vol. 7 n. 2, pp 33-115, 1986.



Para esto se describe la Probabilidad en la escuela metodológicamente por Glayman y Varga (1975) estos recomiendan un proceso de enseñanza en tres etapas: la experimentación, razonamiento elemental y medida de la probabilidad. En este aspecto enfatizamos en la concepción de probabilidad que se desea trabajar.

Concepción Frecuencial: Cuando queremos aplicar la idea de probabilidad a situaciones del mundo físico o natural, como la meteorología, el resultado de elecciones etc. Nos encontramos con que no podemos aplicar el principio de equiprobabilidad. Usando la concepción frecuencial de probabilidad, podríamos considerar que un objeto es un miembro aleatorio de una clase si pudiéramos elegirlo mediante un método que proporcionase a cada miembro de la clase una cierta frecuencia relativa “a priori” a la larga. El enfoque frecuencial parte de dos características observables del comportamiento de los resultados de las realizaciones repetidas. En primer lugar, los resultados varían de una repetición a otra de una manera imprevisible. En segundo lugar, se observa como un hecho empírico a corto plazo puede ser desordenado, pero a la larga surge una cierta regularidad.

En nuestro marco de análisis se presenta cada una de las investigaciones que nos permiten crear las categorías de análisis, unas categorías de antecedentes, e investigaciones que infieren en las dificultades presentadas para la enseñanza de nuestro objeto matemático como *Dificultades, heurísticas, y sesgos en el aprendizaje de la probabilidad*: la *heurística de la representatividad* (Kahneman et al. 1982), *el sesgo de equiprobabilidad* (Lecoutre, 1992) y *el enfoque en el resultado aislado o “outcome approach”* (Konold, 1989, 1991). Como antecedente se retoma “Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de primaria entorno a las nociones de aleatoriedad y probabilidad” de Pilar Azcarate donde se plantean categorías de análisis frente a los argumentos presentados por los estudiantes.

Metodología

Nuestra investigación fue exploratoria, es decir nos dio una visión general de tipo aproximativo respecto al proceso de enseñanza, aprendizaje de la probabilidad simple, se considera exploratoria ya que el tema elegido ha sido poco explorado y reconocido, y es difícil formular hipótesis precisas o de cierta generalidad. El proyecto se realizó a partir de un trabajo de campo, es decir en el lugar de los hechos, una institución educativa; y allí se determinaron tres fases del proyecto:

Diseño de secuencia de actividades: En el diseño de las secuencias de actividades para el aprendizaje de la probabilidad simple se hizo uso de la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau, (acción, formulación, validación, institucionalización) en donde se identifican y analizan los roles de los estudiantes, el profesor, el entorno, el saber, la actividad y su estructura, a través del planteamiento de una situación fundamental que cuenta con las etapas de acción, formulación, validación e institucionalización. Durante el diseño se tuvo en cuenta las ventajas a nivel didáctico del juego⁴ y el tipo de material a utilizar que potenciara el significado del objeto matemático a trabajar como lo plantea Serrano, Cañizares y Batanero “*La enseñanza de la probabilidad debe tener como base la experimentación con dispositivos como dados, ruletas, monedas, etc., y la introducción gradual de los conceptos y notación probabilística para explicar matemáticamente las regularidades observadas en los datos recogidos*”.

Trabajo de aula: Se realiza la implementación de la secuencia de actividades durante el trabajo de aula se hace uso de grabaciones, observaciones participativas, y registros de clase que permiten analizar el diseño.

⁴ VERGEL, Rodolfo. ROCHA, Pedro. y LEÓN, Olga, El juego, la resolución de problemas y el proyecto de aula como dispositivos en las didácticas de la matemática y de la estadística, Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Validación de actividades: Retomando el material recolectado en el trabajo de aula específicamente de resultados, se realiza un análisis detallado que permite inferir aspectos sobre la pertinencia y fiabilidad de la secuencia diseñada, validando a partir de criterios previamente establecidos.

Diseño

Frente al diseño surgen las secuencias de actividades bajo un mismo contexto:

Contexto: La tienda de juegos school play ha lanzado al mercado un nuevo juego “Descúbreme”, en el que debes revelar las características de un personaje oculto, diseñado por un jugador. Esta tienda se ha caracterizado por mostrar e inaugurar los juegos que diseña en los colegios. En esta ocasión quiere invitar a los estudiantes de sexto grado del colegio *Cortijo Vianey* a ser partícipes del juego construyendo estrategias que los lleven a ganar. Diviértete creando un personaje propio, buscando pistas para descubrir el personaje oculto, y poniendo tus conocimientos en juego para ser el vencedor.

El Juego: El juego está conformado por un tablero, 2 fichas de parques, un dado, una moneda, y 15 fichas de prueba. El juego se desarrolla a partir de unos pasos: 1. Cada jugador escogerá una ficha. 2. Entre los dos jugadores acordarán cual de ellos empleará la moneda y cual el dado para el transcurso de todo el juego. Cada uno debe jugar solo con uno de estos dos elementos. 3. Después de que cada jugador escoja su elemento de lanzamiento y una ficha, disputarán la salida de la situación 3, así se elegirá quien empieza el juego. 4. El jugador que tiene el dado buscará obtener el número 3, y el jugador que tiene la moneda buscará obtener una sonrisa, si el jugador obtiene sonrisa o 3 como resultado, avanzará una casilla en el tablero y podrá lanzar una pregunta a su compañero para adivinar su personaje. (Las preguntas deben ser de descarte). 5. Cada jugador tendrá solo una opción de lanzamiento. 6. Si el estudiante en el lanzamiento no obtuvo sonrisa o el número 3 como resultado deberá tomar una tarjeta de prueba y contestarla, si sobrepasa la prueba mantendrá su posición, y si no la cumple tendrá que devolverse una casilla.

El estudiante ganará en el momento que adivine el personaje de su compañero describiéndolo y sobrepasando el trayecto. Hasta que el estudiante llegue a la meta podrá averiguar si descubrió el personaje de su compañero o no.

Material Necesario: Juego descúbreme con sus elementos completos, Elementos para crear personajes por parte de los estudiantes, Guías de trabajo para las diferentes situaciones, Tablas de registros de resultados.

Objetivo: Diseñar una situación que permita al estudiante construir la noción de probabilidad desde una concepción frecuencial, mediante la realización de estrategias en las que modelice el funcionamiento de lo incierto, de lo plausible y de lo probable para ganar “descúbreme”.

Propuesta desarrollada

Secuencia	Temática	Acciones de estudiantes
Secuencia 1	Azar, experimentos aleatorios, y determinísticos	Construcción de un personaje a partir de experimentos aleatorios.
Secuencia 2	Espacio Muestral	Crear estrategias para descartar opciones de personaje del compañero.
Secuencia 3	Suceso Seguro, imposible, elemental.	Elección de diferentes tipos de suceso para dar la partida.
Secuencia 4	Frecuencias absolutas y relativas	Reflexión de estrategia de juego comparando posibilidades a partir de frecuencias relativas. (<i>juegan</i>)



Secuencia 5	Cálculo y comparación de probabilidades	Elección de estrategia final a partir del cálculo y comparación de probabilidades.
-------------	---	--

Analisis de datos: Como metodología de análisis de resultados se ubica en primer momento cada estudiante en cada categoría de análisis, se desarrollan tablas de comparación con el objetivo de observar el proceso seguido por cada uno de los estudiantes en el paso a paso de cada secuencia, y por último con el objetivo de caracterizar el proceso desarrollado en el transcurso de las 5 secuencias por la mayoría de estudiantes, se plantea un Clúster como método de clasificación en estadística que agrupa a los estudiantes en 4 conglomerados distintos que dan cuenta de 4 procesos diferentes seguidos por los estudiantes dentro del desarrollo completo de la propuesta desarrollada. Manteniendo nuestro trabajo en la etapa final analizando dichos resultado y caracterizando los 4 conglomerados finales frente al objetivo propuesto.

Categoría 1

Situaciones aleatorias

Nivel	Descriptorios	Cantidad de estudiantes
0	No reconoce rasgos característicos de situaciones aleatorias. (No identifica en una situación la incertidumbre, no reconoce más de un resultado para un experimento dado)	4
1	No reconoce el experimento como aleatorio, lo analiza como experimento determinista.(No evidencia la incertidumbre de la respuesta y considera que la respuesta es única y conocida)	8
2	Reconoce que en condiciones fijadas de antemano hay más de un resultado posible. (Identifica más de una respuesta o resultado para un experimento dado)	9
3	Reconoce que el resultado concreto que ocurrirá en un fenómeno aleatorio es impredecible. (el estudiante es capaz de reconocer y representar las posibles respuesta del experimento dado además evidencia la incertidumbre en el resultado)	9
4	Reconoce que tan probable puede ser la respuesta futura, (es capaz de decir que dos sucesos elementales equiprobables tienen la misma probabilidad de ocurrir)	3
TOTAL		33

Categoría 2

Espacio Muestral

Nivel	Descriptorios	Cantidad de estudiantes
1	Reconoce algunos de los posibles resultados del espacio muestral en experimentos sencillos	3
2	Reconoce el espacio muestral como todos los posibles resultados de experimentos sencillos.	2

3	Identifica el espacio muestral del experimento como algunos los posibles resultados de un experimento compuesto y hace uso de razonamientos combinatorios incompletos (Realizan diagramas de representación para mostrar las posibles respuestas o realizan representación de árbol para las posibles respuestas.	7
4	Identifica el espacio muestral del experimento como todos los posibles resultados de un experimento compuesto. Elabora correctamente diagramas o tablas que le permiten encontrar los posibles resultados del experimento presentando una explicación combinatoria de los datos para justificar la respuesta dada. (Identifica todas las posibles respuestas del experimento y trata de representarlo, realiza diferentes tipos de conteo para determinar el total de posibles resultados.)	21
TOTAL		33

Categoría 3

Sucesos

Nivel	Descriptorios	Cantidad de estudiantes
0	No reconoce algún aspecto relacionado con suceso.	1
1	El estudiante identifica un suceso como un experimento "lanzar un dado", parte de un mini juego.	4
2	Identifica suceso como un subconjunto del espacio muestral que le permite inferir algo para (ganar, hallar, etc.).	2
3	Identifica el suceso elemental y el suceso imposible.	10
4	No distinguen entre suceso seguro y experimento determinístico.	1
5	Identifica el suceso seguro.	5
6	Identifica suceso como el subconjunto del espacio muestral, y diferencia la posibilidad de obtener dicho resultado desde tres sucesos distintos suceso elemental, imposible y seguro. Y construye sucesos a partir de los sucesos elementales.	10
TOTAL		33

Categoría 4

Frecuencia relativa

Nivel	Descriptorios	Cantidad de estudiantes
0	No reconoce rasgos de la frecuencia relativa (reconoce únicamente la frecuencia absoluta)	1
1	El estudiante calcula y conoce la frecuencia relativa de un experimento aleatorio como : "En un experimento aleatorio realizado n veces la frecuencia relativa de cada posible suceso A es el cociente n_A/n entre el número de veces que sucede A y el número de repeticiones del experimento"	15



2	El estudiante halla frecuencias relativas y deduce que la frecuencia relativa de cada suceso es un número comprendido entre 0 y 1, que la frecuencia relativa del suceso seguro es 1 y que la del suceso imposible es 0.	2
3	El estudiante conoce el hecho de que puede observarse empíricamente una estabilización gradual de las frecuencias relativas en series de ensayos suficientemente largas	8
4	El estudiante comprende intuitiva la idea teórica de convergencia y de las posibilidades que ofrece para la obtención de valores aproximados para las probabilidades, a partir de la observación o simulación de fenómenos aleatorios.	7
TOTAL		33

Categoría 5

Cálculo y comparación de probabilidades

Nivel	Descriptorios	Cantidad de estudiantes
1	El estudiante interpreta las preguntas sobre probabilidad, en forma no probabilística. (Estos sujetos consideran que cada una de las repeticiones del experimento está aislada; no tiene por qué guardar relación con las anteriores o posteriores, manteniendo un enfoque en un resultado aislado).	4
2	El estudiante calcula las probabilidades de los sucesos presentados en el problema, por medio de la Regla de Laplace, pero no relaciona el valor de la probabilidad con la posibilidad de ganar o no.	7
3	El estudiante calcula probabilidades de los sucesos presentados, pero en la comparación de las probabilidades, su argumento esta basado en la suerte, creen que el carácter aleatorio del experimento lo hace imposible de controlar o predecir.	4
4	El estudiante calcula probabilidades e infiere en la comparación de probabilidades a partir de una sola variable. ²	10
5	El estudiante calcula probabilidades e infiere en la comparación de probabilidades a partir de estrategias que acogen las dos variables. ³	2
6	El estudiante calcula las probabilidades teniendo conciencia que al aumentar el número de experiencias, la frecuencia relativa de un determinado suceso tiende a estabilizarse alrededor de un número que se llama probabilidad de dicho suceso y ese valor es el que esta calculando, e infiere en su uso dentro de la situación planteada comparando las probabilidades a partir de estrategias que acogen las dos variables.	6
TOTAL		33

REFERENTE BIBLIOGRÀFICO

- BATANERO, C. Significados de la probabilidad en secundaria. Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas un reporte iberoamericano. Universidad de Granada, España
- BELTRÁN, E & DUARTE, M. La enseñanza de la probabilidad desde su concepto frecuencial desde la resolución de problemas, empleando el juego de dados. Bogotá, (2004). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

- BROUSSEAU, Guy. Elementos para una modelización. Fundamentos y métodos en Didáctica de las matemáticas. Publicado en la revista; Reserches en didactique des Mathèmatiques, Vol. 7 n. 2, pp 33-115, 1986.
 - CAÑIZARES, M. Jesús y BATANERO, Carmen. Influencia del razonamiento proporcional y de las creencias subjetivas en la comparación de probabilidades. Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales", ISSN 1131-9321, Nº 40, 1998 , pags. 153-156
 - CÈLIZ, María. FELIZIANI, Viviana & ZINGARETTI, María. La resolución de problemas como objeto de enseñanza y medio para el aprendizaje, Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática.
 - CRUZ, Brenda & ORTEGÓN, Oscar. Validación de una secuencia curricular dirigida a la enseñanza de la probabilidad en la educación básica primaria. Bogotá, (2008). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
 - FERRUCHO, Diana. & Torres, Karen. Una propuesta para el aprendizaje de la probabilidad desde su concepción frecuencial a estudiantes de grado 701, de la Institución Distrital Florida Blanca, JT, utilizando la metodología de resolución de problemas. Bogotá, (2005). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
 - ORTIZ, Juan Jesús, BATANERO Carmen y SERRANO, Luis. Las frecuencias relativas y sus propiedades en los textos españoles de bachillerato. Ema, 2(1), 29-48, (1996).
 - GODINO, Juan. BATANERO, Carmen & CAÑIZARES, Castellanos J. Azar y Probabilidad. España: Síntesis, 1996.
 - GUZMÁN, Miguel. Tendencias Innovadoras en Educación Matemática. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular (1993)
 - MEN (Ministerio de Educación Nacional) Matemática. Lineamientos Curriculares, Bogotá D.C. (JULIO DE 1998). Cooperativa editorial magisterio.
 - MEN (Ministerio de Educación Nacional) Matemática. Estándares para la excelencia en la educación. , Bogotá D.C. (2007).
 - SERRANO, Luis. BATANERO, Carmen. ORTIZ Juan. Interpretación de enunciados de probabilidad en términos frecuenciales por alumnos de bachillerato. Suma, 22, 43-50, 1996.
 - ROA, Rafael. BATANERO, Carmen. GODINO, Juan D. y CAÑIZARES, M. Jesús. Estrategias en la Resolución de Problemas Combinatorios por Estudiantes con Preparación Matemática Avanzada. Epsilon, 36, 433-446.
 - ROCHA , Pedro. Evaluación de proyecto de aula en la enseñanza de objetos estocásticos. Bogotá D.C.2006. Facultad de Ciencias y Educación. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
 - VERGEL, Rodolfo. ROCHA, Pedro. y LEÓN, Olga. El juego, la resolución de problemas y el proyecto de aula como dispositivos en las didácticas de la matemática y de la estadística. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
-