Ecuaciones cúbicas: elaboración de significados por medio de heurísticas propias"

Oscar Mauricio Gomez Ospina
omgo26@gmail.com
Angelo David Velandia Lozano
ayoavi15@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José De Caldas

Resumen

Estas notas son un resumen breve del trabajo de investigación que se esta realizando alrededor de la elaboración de significados frente a la solución moderna de la ecuación cubica, algunos de los aspectos que se tratarán en este trabajo de investigación estarán presentes en las actividades del aprendizaje en comunidad, la formación del pensamiento matemático avanzado y la resolución de problemas que se presentan en el proceso de solución moderna de la ecuación cubica. El objetivo básico de estas notas es realizar un estudio en el que se evidencien la concepción del aprendizaje en matemáticas como actividad social, por tanto, el de enunciar algunos de los problemas que surgen durante el proceso de aprendizaje, el interés de esta investigación es propinar algunas ideas sobre cómo se podría llegar a la enseñanza matemática en el aula. Además, sólo se puede aprender a elaborar significados en el contexto de la enseñanza de las matemáticas, siendo guiados por los resultados de la investigación que se ha propinado a partir de la experiencia propia de sus autores, guiada por el consejo de investigadores más experimentados y por el examen atento de los documentos ya publicados en la disciplina del aprendizaje de las matemáticas.

Introducción

La presente investigación esta orientada a la elaboración de significados a partir de la solución moderna de la ecuación cubica, esta se puede definir como el aprendizaje en un contexto social en el que el estudiante desarrolla los conceptos a partir de lo socio cultural e histórico cultural, lo que se quiere realizar con la solución moderna de la ecuación cubica es dotar de sentidos las sustituciones que Cardano presenta en su solución.

La característica principal de este trabajo esta enfocada de tal manera en que realizar matemáticas no se reduce a resolver problemas o ejercicios, sino a dotar de sentidos las experiencias vividas en la resolución de problemas que para este caso es la solución moderna de la ecuación cubica propuesta por Cardano.

El interés de esta investigación surge a partir de ampliar nuestros conocimientos en matemáticas y el desarrollo del pensamiento matemático avanzado y la construcción del conocimiento que un docente debe tener a la hora de impartir sus conocimientos a la comunidad en general.

La metodología utilizada para esta investigación esta demarcada por diarios de campo en la que se evidencian registros personales de cada uno de los investigadores involucrados, entrevistas y videograbaciones que nos permiten registrar y analizar cada uno de los procesos de aprendizaje que se han tenido a partir de ejercicios y preguntas que se generan en las discusiones de los investigadores.

La finalidad de esta investigación es analizar la concepción del aprendizaje como actividad social en un marco histórico, cultural de la enseñanza de las matemáticas.

La investigación esta presentada por capítulos de la siguiente manera:

1. Planteamiento del problema.
2. Marco teórico
3. Metodología
4. Análisis de datos
5. Conclusiones
6. Referencias bibliográficas

1. Planteamiento del problema

El problema se plantea a partir de evidenciar falta de información en los procesos de sustitución que plantea Cardano en su solución de tercer grado, para esto realizaremos un estudio profundo de esta solución y , deteniéndonos en las sustituciones que allí se presentan para así dotar de sentidos los procesos inmersos en esta y así elaborar los significados, según la teoría de la objetivación, la elaboración de significados se basa en una concepción no mentalista del pensamiento y por una idea de aprendizaje tematizado como adquisición comunitaria de formas de reflexión del mundo guiadas por modos epistémico – culturales históricamente formados. (Radford 2006), por lo tanto la elaboración de significados esta enfocada en cierto aspecto a la interacción social que presenta el individuo a la hora de enfrentarse a un problema, "refiriéndonos a problema no como una situación que puede llegar a tener solución inmediata", en la que el individuo presente por medio de artefactos, estos son los objetos, instrumentos, sistemas de signos etc., que son utilizados en los procesos de solución del problema; y resolución de problemas visto desde la teoría de la objetivación como el medio para alcanzar un tipo de reflexión cultural; la construcción de los significados de aprendizaje inmersos en los procesos evolutivos de la solución al problema. Por medio de heurísticas propias que como afirma Santos (2007), son las estrategias generales que pueden ser útiles para avanzar en la resolución de un problema. Polya (1945) identifica un conjunto de heurísticas que son comúnmente usadas al trabajar con problemas matemáticos. Por ejemplo, en el proceso de resolver un problema, un individuo puede explotar analogías, introducir elementos auxiliares en el problema o trabajar problemas auxiliares, descomponer o combinar algunos elementos del problema, dibujar figuras, variar el problema o trabajar en casos específicos

Teniendo en cuanta esta reflexión consideramos abordar la siguiente pregunta que orientara la investigación:

Cómo elaborar significados que nos permitan por medio de heurísticas propias dotar de sentido a las sustituciones hechas en la solucion de la ecuación cúbica?

2. Marco Teórico

La teoría de la objetivación propone una didáctica anclada en principios en los que el aprendizaje es visto en tanto que actividad social (*praxis cogitans*) arraigada en una tradición cultural que la antecede. Sus principios fundamentales se articulan alrededor de cinco conceptos relacionados entre sí. El primero es un concepto de orden psicológico: el concepto de *pensamiento* elaborado en términos no mentalistas; no mentalistas se refiere a que el pensamiento es considerado como una reflexión influida por el mundo de acuerdo con la forma o el modo de la actividad de los individuos.

Se ha propuesto que el pensamiento es sobre todo una forma de *re-flexión* activa sobre el mundo, mediatizada por artefactos, el cuerpo (a través de la percepción, gestos, movimientos, etc.), el lenguaje, los signos, etc. Este concepto de *re-flexión* difiere del concepto idealista y racionalista en el que la reflexión "no es otra cosa que una atención a aquello que ya está en nosotros" (Leibniz, 1966, p. 36 en Radford, 2008), y que la psicología cognitiva contemporánea llama a menudo meta-cognición. Para la teoría de la objetivación, la *re-flexión* es un movimiento dialéctico entre una realidad constituida histórica y culturalmente y un individuo que la refracta (y la modifica) según las interpretaciones y sentidos subjetivos propios.(Radford, 2008)

Dicha concepción se inscribe en una forma peculiar de cognición en la que el acto del conocimiento altera lo que busca. Al tratar de entenderme yo mismo y mi condición, no puedo nunca quedarme idéntico a mí mismo, pues el yo que estaba entendiendo al igual que el yo entendido son ahora diferentes de lo que eran antes. Y si quisiera entender todo esto, todo este proceso sería de nuevo puesto en marcha (…) Como este saber también mueve a la gente a cambiar sus condiciones de manera práctica, éste se vuelve una especie de fuerza política y social, una parte de la situación material examinada y no mera reflexión [contemplativa] sobre algo. (Eagleton, 1997, p. 4, en Radford, 2008)

El segundo concepto de la teoría es de aprendizaje. El aprendizaje es visto como la actividad a través de la cual los individuos entran en relación no solamente con el mundo de los objetos culturales (plano sujeto-objeto) sino con otros individuos y adquieren, en el seguimiento común del objetivo y en el uso social de signos y artefactos, la experiencia humana (Leontiev, 1993 en Radford, 2008). Este concepto socio-cultural se sobrepone inmediatamente con otro –el tercer concepto de la teoría de naturaleza epistemológica. Como toda actividad, el aprendizaje está enmarcado por *sistemas semióticos de significación cultural* que "naturalizan" las formas de cuestionamiento y de investigación del mundo. Nuestros alumnos pertenecen a una cultura en donde la medida del tiempo se ha vuelto omnipresente, midiendo no sólo el movimiento sino la labor humana, el crecimiento del dinero (tazas de interés), etc., una cultura en donde la temporalidad de la experiencia –esta noción del tiempo como el marco dentro del cual las formas de vida se encuentran inmersas y llevan su existencia es la característica del mundo moderno. (Bender y Wellbery, 1991, p.1 en Radford 2008)

Los conceptos anteriores permiten reformular, en términos generales, el aprendizaje de las matemáticas como la adquisición comunitaria de una forma de reflexión del mundo guiada por modos epistémico-culturales históricamente formados. Ahora bien, como el aprendizaje es siempre acerca de algo, los conceptos anteriores vienen a ser completados por un cuarto concepto de naturaleza ontológica –el de objetos matemáticos; la ontología se ocupa de la definición del ser y de establecer categorías fundamentales o modos generales de ser de las cosas a partir de sus propiedades, estructuras y sistemas; este concepto se ha definido como *patrones fijos de actividad reflexiva incrustados en el mundo constantemente en cambio de la práctica social mediatizada por los artefactos* Para volver operacional la teoría en su vertiente ontogenética, fue necesario introducir un quinto concepto de naturaleza semiótico-cognitiva –el de objetivación o toma de conciencia subjetiva del objeto cultural. En este contexto, y a la luz de los conceptos fundamentales anteriores, el aprendizaje se define como proceso social. (Radford, 2008)

Para la elaboración del trabajo se pretende utilizar herramientas de resolución de problemas tales como la heurística analizada en el libro "Elementos de resolución de problemas" de Luis Puig, lo que es propio de la heurística es el estudio de los modos de comportamiento al resolver problemas y los medios que se utilizan en el proceso de resolverlos que son independientes del contenido y que no suponen garantía que se obtenga la solución, y calificaremos, por tanto, de "heurísticos" a tales modos y medios. Esta propuesta pretende dejar de lado elementos que intervienen al momento de resolver un problema, como esquemas, algoritmos o rutinas, que se sabe que conducen a la solución. Pero solo se dejan de lado para que su presencia no oculte otros elementos que están presentes siempre en el proceso de resolución de problemas y cuyo papel es de gran importancia cuando el problema es para el resolutor algo más que un problema de aplicación, o que el resolutor no pretenda simplemente quitarse de encima al problema resolviéndolo sino que persiga con su resolución aumentar su conocimiento de las matemáticas. (Puig, 1996)

Al momento de estar trabajando en el problema los resolutores debemos estar en continua evaluación y monitoreo de nuestros avances y progresos en la resolución del mismo y con esto estar concientes de nuestras propias capacidades y limitaciones. En la literatura de resolución de problemas a este monitoreo y seguimiento se le identifica con las estrategias metacognitivas. Santos (2007) afirma que la metacognición se refiere al conocimiento de nuestro propio proceso cognoscitivo, al monitoreo activo y a la consecuente regulación y orquestación de las decisiones y procesos utilizados en la resolución de un problema. Schoenfeld (1987) citado en Santos (2007) identifica tres categorías en donde se presenta la metacognicion:

- El conocimiento acerca de nuestro propio proceso, la descripción de nuestro propio proceso de pensar
- El control y la autorregulación. Qué tan bien es capaz uno de seguir lo que se hace cuando se resuelve algún problema y qué tan bien se ajusta uno al proceso (ejecución de acciones) tomando en cuenta las observaciones que se hagan durante la evolución de éste.
- Creencias e intuiciones, las ideas acerca de las matemáticas que se muestran en el trabajo matemático y la forma como éstas se relacionan o se identifican con la forma de resolver problemas.

Siguiendo con las herramientas de resolución de problemas, Mason, Burton & Stacey (1982) identifican tres fases en el proceso de resolución de problemas de matemáticas: Entrada, Ataque y Revisión.

1. Fase de abordaje o entrada: Esta fase tiene que ver con formular el problema de forma precisa y decidir exactamente qué es lo que se quiere hacer.
   Por estas razones es útil estructurar el trabajo en la fase de abordaje respondiendo a las tres preguntas siguientes, que a su vez son rótulos, los rótulos son unas etiquetas que aconsejan utilizar durante la resolución de cualquier problema de matemáticas y que se convierten en una manera de sistematizar el proceso de resolución, para que pueda ser analizado durante el mismo; estos rótulos son los siguientes: ¿Qué es lo que sé?, ¿Qué es lo que quiero? y ¿Qué puedo usar?
2. Fase de ataque: La fase de ataque está determinada cuando se siente que el problema se ha instalado dentro de la mente y ya es propiedad del individuo, y se completa cuando o bien se abandona o bien se resuelve. Intentar, Podría ser, Pero ¿por qué?, ¡ATASCADO! y ¡AJA! Son los rótulos propuestos en esta fase.
3. Fase de revisión: Está determinada cuando se consigue una resolución razonablemente buena o cuando se está a punto de rendirse, en este momento es esencial revisar el trabajo hecho. Es el momento de mirar atrás, a lo que ha pasado, para mejorar y para intentar situar la resolución en un contexto más general. Comprobar, Reflexionar, y Extender. Son los rótulos que se aconseja utilizar en la fase de revisión.

3. Metodología

La metodología propuesta en esta investigación tiene tres grandes herramientas como lo son el diario de campo, las entrevistas y video-grabaciones, estas con el fin de recoger información de

la elaboración de significados y los procesos de metacognicion que se evidencien a la hora de enfrentarse a realizar soluciones de ecuaciones de tercer grado.
La metodología que emplearemos para realizar el estudio de la solución moderna de la ecuación cúbica estará enmarcada por la teoría de la objetivación "Radford 2006" y la resolución de problemas, para el proceso de investigación tendremos en cuenta lo siguiente.

La elaboración de significados

En primera instancia nos encargaremos de explicar el cómo se realiza la construcción del saber o aprendizaje depositado en la cultura[1], para ello usaremos el saber depositado en los artefactos que lo evidenciaremos por medio del diario[2] de campo que señala estos diarios de campo serán llevados de la siguiente forma: cada uno de los investigadores tendrá un cuaderno en el que se consignen todos los procesos de trabajo propuestos a la solución moderna de la ecuación cúbica a partir de los rótulos, con esto recogeremos información de los distintos procesos que se puedan llegar a encontrar a partir de los artefactos encontrados en los diarios de campo.

También emplearemos interacciones de diario de campo y de investigadores y profesores a la segunda la llamaremos entrevista, en las reuniones de diario de campo estaremos presentes los investigadores cada uno con los diarios de campo, en estas reuniones observaremos los artefactos presentes en los escritos y también estará presente una cámara de video la cual va a registrar cada uno de los momentos del encuentro de los investigadores, la cámara tiene como objeto recopilar aquellos gestos, palabras y otras acciones que se realicen en el intercambio de ideas expuestas anteriormente en los diarios de campo, con esto ganaremos artefacto que nos guiaran en la elaboración de los significados que se realicen en la solución moderna de la ecuación cúbica. En la entrevista entra un nuevo individuo a la sociedad de aprendizaje ya entablada, el profesor el que tendrá como tarea supervisar los procesos establecidos y los conceptos formados en el transcurso de la investigación, esto se describe claramente en el texto de Radford, el objetivo puede ser por ejemplo que los alumnos elaboren una formula algebraica en el contexto de una generalización aritmética, que aprendan un método algebraico de resolución de problemas, aunque el objetivo debe ser claro para el profesor, en general este no lo es para los alumnos y si este fuera claro para los alumnos no habría nada que aprender, el profesor tendrá la tarea de guiar la investigación y rectificar conceptos erróneos que se pueden llegar a presentar a lo largo de la investigación.
Para encaminar la metodología Schoenfeld (1987) citado en Santos (2007) sugiere algunas actividades que pueden ayudar a los estudiantes a desarrollar sus habilidades metacognitivas. Estas actividades han sido usadas en sus cursos de resolución de problemas, y en nuestro trabajo vamos a tenerlas en cuenta junto con otras que nos permitan avanzar en el desarrollo del mismo:

- El uso de videograbaciones: Al observar videos, de los estudiantes que están resolviendo problemas permite que estos mismos analicen y critiquen las diversas acciones que se muestran en el proceso de resolución.
- El instructor como un modelo del comportamiento metacognitivo: En el proceso de resolución que vamos a realizar, del problema en particular, para elaborar significados, el profesor y director nuestro trabajo nos presentará ideas que nos ayuden a desarrollar la solución del problema y nos indicará cuando sea el momento de reconsiderar algún camino que se tomó para la solución, y lo ideal es que revise y discuta con nosotros los procesos que nos llevaron a las posibles soluciones.

1 El aprendizaje no consiste en construir o reconstruir un conocimiento. Se trata de dotar de sentido a los objetos conceptuales que encuentra el individuo en su cultura. La adquisición del saber es un proceso de elaboración activa de significados.

2 Para Fernando Vásquez Rodríguez, Licenciado en Estudios Literarios de la Pontificia Universidad Javeriana de Bogotá el diario de campo es como el cuaderno de navegación donde se registra todo aquello susceptible de ser interpretado como hecho significativo en el proceso de investigación en el aula. Así ha de ser considerado, en primer lugar como una herramienta para sistematizar experiencias, de ahí su utilidad como registro de información necesaria para la elaboración y análisis de resultados.

- Discusión de los problemas con todo el grupo, en este caso será entre los dos resolutores y/o autores de este trabajo, lo que se pretende es que se discuta acerca de las estrategias usadas por cada uno para la solución del problema y la socialización las mismas con el fin de evaluar los procesos y determinara si se debe reconsiderar el camino a seguir o si se puede complementar con otras ideas.

Aplicando esta metodología al proceso de la solución moderna de la ecuación cúbica, esperamos llegar a realizar un aporte importante en la matemática y en la elaboración de significados para cualquier investigación futura porque lo importante no es simplemente a hacer matemáticas (resolver problemas o ejercicios) sino aprender a ser en matemáticas.

4. Análisis de datos

En este capitulo se consignan los datos obtenidos en el ejercicio de metacognición realizado del proceso de dotar de significado las sustituciones hechas en la solución de ecuaciones cúbicas de la forma $a_0x^3+a_1x^2+a_2x+a_3=0$

Estos datos aparecerán de la misma forma como fueron consignados en el diario de campo de cada resolutor y en los documentos que quedaron después de cada sesión conjunta en las que se llegó a una determinada conclusión o avance. También se consignaran las grabaciones hechas en dichas sesiones conjuntas.

Ahora vamos a partir de la solución presentada en el libro Análisis Matemático de Julio Rey Pastor (1952) citado en Mancera (1999), la cual presenta lo siguiente:

La ecuación general de tercer grado, reducido su primer coeficiente a_0 a 1 (para lo cual basta dividir a_0 por todos los términos) es: $x^3+a_1x^2+a_2x+a_3=0$.

Ahora bien, teniendo en cuenta la metodología que propone Mason (1982), después de leer lo descrito en este proceso de solución de la ecuación cúbica, podemos empezar a utilizar los rótulos que se presentan en la primera etapa que es la de abordaje:

El primer rótulo es:

Por los siguientes símbolos o acciones se distinguirían los pasos en el proceso de la metacognición y la elaboración de significados, lo que se encuentre encerrado en un cuadro café será denominado artefacto “definido por Radford”, las preguntas hechas estarán en color verde, los atascados en resaltador verde y los aja en color naranja.

<u>Lo que se</u>: En este primer rotulo desarrollamos aquellos conceptos que nos permiten inicialmente entender lo que está descrito en la solución, es el caso de saber que la ecuación general de tercer grado está dada por: $a_0x^3+a_1x^2+a_2x+a_3=0$ donde $a_0, a_1, a_2, a_3 \in \Re$

También debemos saber cual es la fórmula de la ecuación cuadrática, porque es parte fundamental en la solución de la cúbica

$$\left(x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a}}{2a} \right)$$

Las ecuaciones cúbicas tienen como mínimo tres soluciones y que estas pueden llegar a ser soluciones reales o complejas, y que a través de la solución propuesta por Cardano se pueden llegar a encontrar estos tres tipos de soluciones.

<u>Lo que quiero</u>: elaborar significados y dotar de sentidos la solución moderna de la ecuación cúbica.

<u>Lo que puedo usar</u>: puedo usar la solución propuesta por Cardano para la ecuación de tercer grado.

El ejemplo a trabajar será el siguiente: encontrar las soluciones de la siguiente ecuación cúbica.

$$x^3+3x^2+9x - 171 =0$$

Esta ejemplificación o ejercicio sale de una búsqueda en el libro recorriendo el algebra en el que se pasa de una ecuación con números racionales a números enteros.

El proceso que presenta Cardano para darle solución a la ecuación cúbica esta descrito en cada uno de las siguientes imágenes

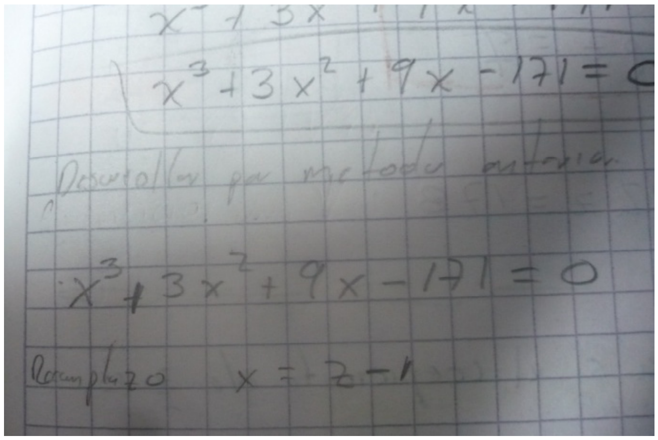


Imagen 1

En esta imagen esta escrita la ecuación a solucionar que es la que da pie a realizar la meta cognición y así elaborar significados a partir de su proceso de solución. En un principio el ejercicio nos pide hacer un reemplazo en la variable x el es z -1

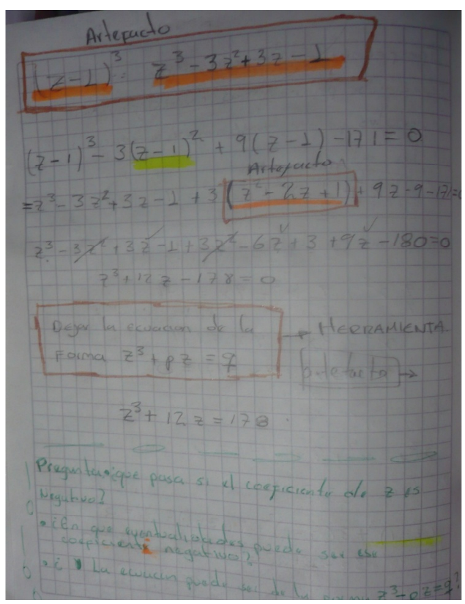


Imagen 2

A partir de esto me encuentro con un atascado que es solucionar un (z-1)3, no sabia como solucionarlo hasta realizar el ejercicio y encontré el aja señalado en la grafica, que de ahora en adelante llega a convertirse en un artefacto para mi.

Se continúa haciendo las operaciones y se llega a una parte en la que el autor designa dejar la ecuación de la manera indicada.

Esta la puedo utilizar como artefacto ya que es una herramienta que se debe estar presente en algunos de los pasos que generan la solución de la ecuación cúbica. En este registro podemos observar preguntas que hay que tener en cuenta para llegar a la generalización de la solución Moderna de la ecuación cúbica

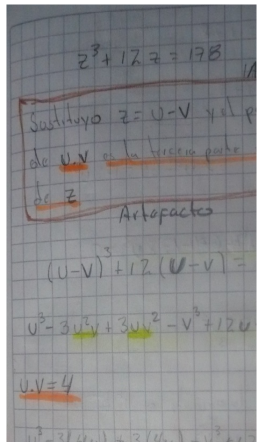


Imagen 3

En este instante se presenta otra sustitución ¿hago la pregunta por que sustituye tantas veces y que gana con esas sustituciones?

El cual también es se me convierte en artefacto por que es indispensable para continuar con los pasos déla solución a la cual quiero llegar.

En la imagen se observa detalladamente cada uno de los pasos que se hacen.

Y al observar y realizar los cálculos la ecuación nos queda reducida a la descrita en el diario de campo

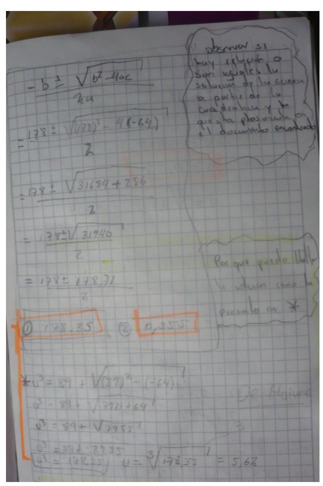


Imagen 4.

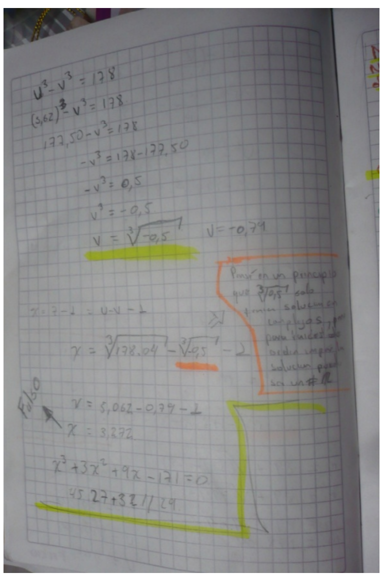
Utilizo el hecho de U.V = 4 entonces V=4/U Y con los procesos descritos en la grafica encuentro que esta ecuación es de segundo grado.

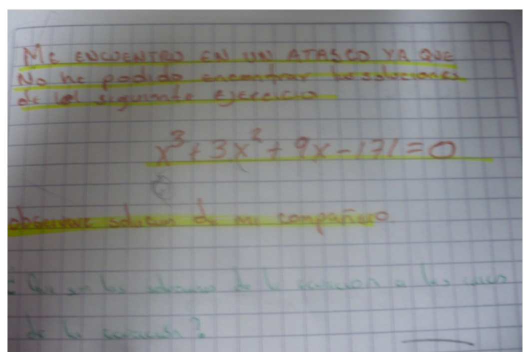
Y nace una nueva pregunta que creo que es muy interesante y es la siguiente.

¿Si por medio de la solución cúbica propuesta por Cardano llego a una ecuación cuadrática y al solucionar esta me arroja solo 2 soluciones como encuentro la tercera solución que satisface la ecuación cúbica?

En estos momentos al realizar la verificación para encontrar por lo menos una solución que satisface el ejercicio me encuentro con que no es compatible y es falso.

Entonces entra una nueva fase que de revisión de cálculos que es una cotidianidad cultural revisar haber si existe un error que puede ser de cálculo o simplemente de signos, y efectivamente me encuentro con unos errores de cálculo. A continuación se presentaran solo las graficas del ejercicio. Al realizar toda la corrección de cálculos me encuentro con un atascado que para mi es conceptualmente y esta en la siguiente señalización de la grafica, y es creer que las raíces de si eran negativas solo tenían solución en los reales, y por una fuente consultada (profesor Gabriel Mancera), me entere que las únicas que tienen ese comportamiento son las de grado par, por la tanto las raíz cúbica que había encontrado para el valor en este caso V tenia como solución un numero real. Y queda consignado como metacognición por que esta descrita como el instante en el que pensé eso y esta ilustrado en la siguiente imagen





Conclusiones

- Es importante tener en cuenta que hasta el momento estamos en un proceso de pilotaje en el cual,y con la asesoría de nuestro director y otros profesores, buscamos el camino para el buen y eficaz desarrollo de nuestro proyecto.
- Como en este momento el trabajo se encuentra en la parte final de la recolección de datos no realizaremos conclusiones alrededor de la elaboración de significados en la solución moderna de la ecuación cubica.
- Se están elaborando, de acuerdo al referente teórico, las categorías para analizar los datos recolectados.
- Aún no podemos hablar de elaborar significados sobre las sustituciones hechas en la ecuación general de tercer grado, hasta que tengamos decidido cuales son los datos que vamos a utilizar y de que manera los vamos a analizar.

Bibliografía

- CASTRO, Iván. PEREZ, Jesús. "La revolución aritmética de la Edad Media y su influencia en al Álgebra renacentista".2008
- MANCERA, Gabriel. PERILLA, Yesid. "Solución a ecuaciones de tercer grado y cuarto grado en el renacimiento italiano". Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá 1999
- MASON, J; BURTON, L. y STACEY, K. "Pensar matemáticamente". Labor. Barcelona, (1989) 2
- PUIG, Luis. "Elementos de resolución de problemas". Comares. Granada, 1996
- RADFORD, Luis. "Elementos de una teoría cultural de la objetivación". Relime, Número especial, 2006, pp. 103-129
- SANTOS, Luz Manuel. "La resolución de problemas Matemáticos: Fundamentos cognitivos". Trillas: Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas. México, 2007
- TALL, David. "Advanced Mathematical Thinking". Dordrecht: Kluwer Academic Publisher. Biblioteca de Educación Matemática, (1991).

NOTA: Este escrito de investigación se ha realizado con las pautas que están en el plegable presentada por asocolme en la que se exigen como máximo 15 hojas.