SUMA 39
febrero 2002, pp. 77-82

Geometría de ayer y de hoy

José Antonio Mora

IDEAS
Y
RECURSOS

Se describe la experiencia consistente en la construcción de un omnipoliedro, por medio de una estructura de varillas formada por los armazones de los cinco sólidos platónicos encajados uno dentro de otro.

LA SOCIEDAD de Educación Matemática de la Comunidad Valenciana «Al-Khwarizmi» propuso a finales de 1999 la realización de un omnipoliedro con motivo de los actos conmemorativos en Alicante del año 2000, como Año Mundial de las Matemáticas, con el fin de contribuir a la divulgación de los contenidos matemáticos en la sociedad. En su construcción se implicó el IES Leonardo da Vinci de Alicante y, posteriormente, se firmó un convenio con la Concejalía de Educación del Ayuntamiento de Alicante para su financiación. Esta colaboración dio como resultado la colocación de la escultura en el Parque Temático del Monte Tossal de Alicante el curso pasado y continúa este curso con la realización de una actividad educativa en la que participan los centros de la ciudad (figura 1).

Omnipoliedro significa «todos los poliedros». Es una composición realizada con los armazones de los cinco sólidos platónicos o poliedros regulares, conocidos y utilizados desde hace más de 4000 años. La estructura se ha realizado de forma que los cinco están inscritos uno dentro de otro (figura 2). En el interior se encuentra el *octaedro* (amarillo), sus vértices se sitúan en el centro de las aristas del *tetraedro* (rojo). Los cuatro vértices del tetraedro coinciden con otros tantos del *cubo* (verde). Cada una de las aristas del cubo se encuentra sobre una cara del *dodecaedro* (morado). Y, por último, el *icosaedro* (azul) proporciona rigidez al dodecaedro ya que las aristas de ambos se cortan en los puntos medios para que los vértices del icosaedro queden situados en los centros de las caras del dodecaedro y viceversa. De esta forma, podemos estudiar las relaciones entre unos y otros, además de conseguir una estructura de gran belleza estética.

Algunos de los cálculos para que cada poliedro encaje en el siguiente no son complicados, aplicar el teorema de Pitágoras o tener alguna idea feliz, son suficientes para el octaedro, el tetraedro y el cubo. Para los dos poliedros

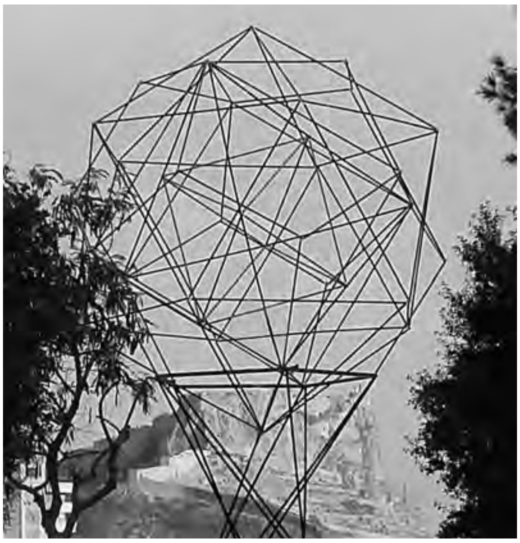

Figura 1

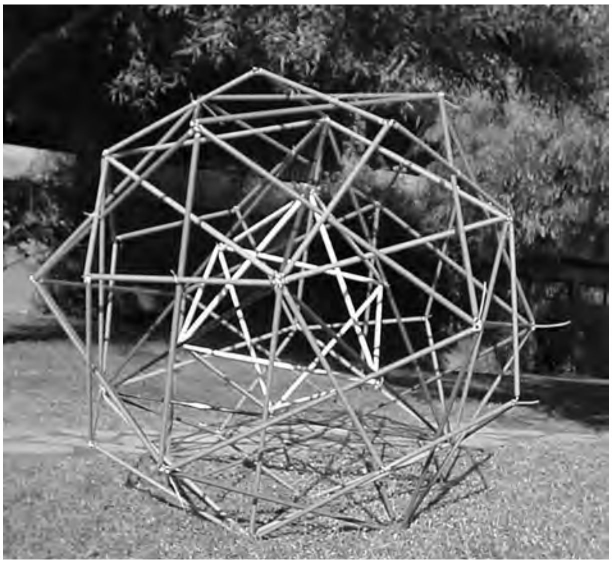

Figura 2

que van por el exterior –el dodecaedro y el icosaedro– hay que aplicar la proporción áurea, concepto que ha sido aplicado por científicos y artistas de todas las épocas. La proporción áurea es la relación geométrica que tienen en común la Pirámide de Keops en Egipto, el Partenón de Atenas, San Marcos en Venecia, Nôtre Dame en París o el edificio de las Naciones Unidas en Nueva York (figura 3). Las medidas para que estas inclusiones sean posibles se han tomado de los estudios de Pedro Puig Adam que, en su libro *Didáctica de la Matemática Moderna*, describe el proceso de construcción de esta estructura y aporta los datos necesarios. El propio profesor Puig Adam construyó un gran icosaedro en el patio de su instituto.

Las medidas para que estas inclusiones sean posibles se han tomado de los estudios de Pedro Puig Adam que, en su libro Didáctica de la Matemática Moderna*, describe el proceso de construcción de esta estructura y aporta los datos necesarios. El propio profesor Puig Adam construyó un gran icosaedro en el patio de su instituto.*

Figura 3

La adopción de la propuesta por el IES Leonardo da Vinci vino promovida por el significado tan especial que tiene para el instituto, ya que conecta con la obra de este genio. Como otros artistas del Renacimiento, Leonardo utilizó diseños en perspectiva de los poliedros en sus obras, pero su trabajo fue más lejos en la creación de dibujos de gran originalidad para los armazones de los poliedros en el libro *La divina proporción* de Luca Paccioli. Son los que llamó *abscisus vacuus* y en la figura 4 tenemos el diseño del dodecaedro.

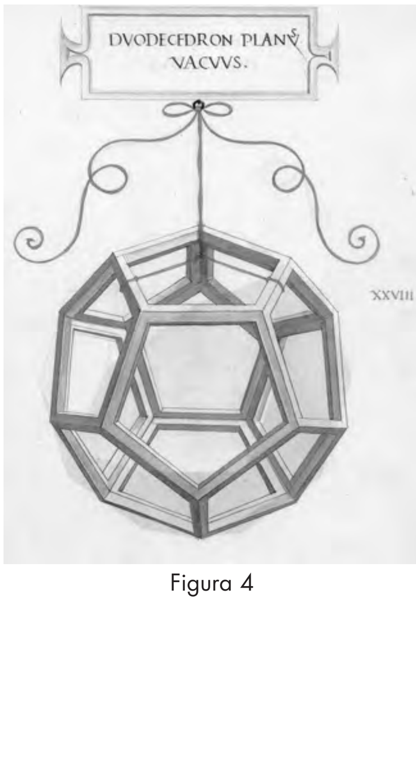

Figura 4

El omnipoliedro conecta con la obra de artistas alicantinos como Eusebio Sempere que legó a la ciudad de Alicante la escultura *Como una estrella*, también conocida como *Estrella Varada*, que se encuentra en uno de los cruces más concurridos de la ciudad (figura 5). En ella un dodecaedro regular está situado sobre un eje giratorio coincidente con uno de los ejes de rotación del poliedro que lo atraviesa por el centro de dos caras opuestas, mientras de cada cara surgen varillas de acero.

También hay otras obras que conectan con los sólidos platónicos: *Seccions Aurees* de los arquitectos Pérez y Frías en la avenida de Denia (figura 6) es una réplica del *Icosaedro en el Aire* de Buckmister Fuller de 12 metros de altura en la que se combina la rigidez de seis barras de hierro con seis tensores de acero que conectan los extremos de las barras según los vértices de un icosaedro regular con un resultado realmente espectacular, porque la estructura sólo se mantiene como la vemos bajo tensión, de hecho tres de las barras están en el aire.

El omnipoliedro conecta con la obra de artistas alicantinos como Eusebio Sempere que legó a la ciudad de Alicante la escultura Como una estrella*, también conocida como* Estrella Varada…

En varias plazas nos encontramos fuentes con diseños geométricos, en los juegos infantiles de algunos parques de la ciudad podemos identificar un poliedro que, no siendo regular, le falta poco; es el sólido de Kelvin, que resultaría de cortar las seis esquinas a un octaedro para formar un poliedro con seis cuadrados y ocho hexágonos regulares (figura 7).

Edificios como la iglesia de Santiago en la playa de la Albufereta (figura 8) o el Museo de la Universidad de Alicante tienen mucho que ver con el cubo. También en el museo de la Asegurada tenemos esculturas de claro contenido geométrico de Eduardo Chillida, Víctor Vasarely, Julio González, Andreu Alfaro y el propio Eusebio Sempere.

Después de ver algunas conexiones de los poliedros regulares con la ciudad de Alicante, pasaremos a analizar algu-

Figura 5

Figura 6

Figura 7

Figura 8

nas de las características del omnipoliedro construido. Para la elección de los colores de las barras se ha tenido en cuenta la simbología clásica que relacionaba los sólidos platónicos con los cuatro elementos por los que los griegos creían que estaba constituida la materia: tetraedro-fuego-rojo (que vemos en la figura 9 la ilustración de J. Kepler para su libro *Harmonice Mundi*) o icosaedro-agua-azul. Por otra parte, se ha atendido a la armonía cromática: el poliedro con menor presencia debe tener un color más luminoso que lo haga resaltar. Así, el octaedro, que sólo supone un 11% del total de las barras utilizadas, se ha pintado de color amarillo, mientras que el que más aparece, el icosaedro, supone el 40% y se ha pintado de color azul.

En los Talleres de Carrocería del IES Leonardo da Vinci se han estudiado distintas alternativas para la pintura del tubo de aluminio. Se resolvió el problema de la adherencia de la pintura mediante una imprimación, se pintó con una pistola de aerografía y el secado se consiguió con calor en cabina (figura 10).

El tamaño ha sido otra de las preocupaciones, debía ser grande para que se pueda apreciar en un espacio abierto, pero no tanto que impidiera su montaje con cierta facilidad, las dimensiones podían ser «humanas». Para la arista del cubo –y también del icosaedro–, se ha tomado una longitud igual a la media de estaturas de la población adulta española. El problema surgió con la obtención de esa medida, ya que no hay estadísticas en los organismos oficiales sobre las estaturas ni en las instancias a nivel nacional ni en las que corresponden a la Comunidad Valenciana. Hay algunos datos de las mediciones de los reemplazos que hacían el servicio militar, pero empiezan a estar anticuados y, lo que es aún peor, no tienen en cuenta la estatura de las mujeres. Por fin, encontramos algunas investigaciones médicas que estimaban, mediante la utilización de muestras, en 1,67 metros el promedio de estaturas de la población adulta española.

Una de las características más interesantes del omnipoliedro realizado es que puede ser desmontado para volverlo a construir.

Una de las características más interesantes del omnipoliedro realizado es que puede ser desmontado para volverlo a construir. Basta con cortar las bridas de plástico que realizan las uniones de los vértices (figura 11), soltar todas las varillas y realizar un nuevo montaje de la estructura. Así, la construcción se convierte en un diseño interactivo, término muy de moda en todo lo que envuelve a las nuevas tecnologías, y que aquí cobra especial relevancia al permitir la manipulación del omnipoliedro para desarrollar la imaginación y servir de vehículo para plantear preguntas e intentar encontrar las respuestas. Todos estos aspectos son fundamentales en la

Figura 9

Figura 10

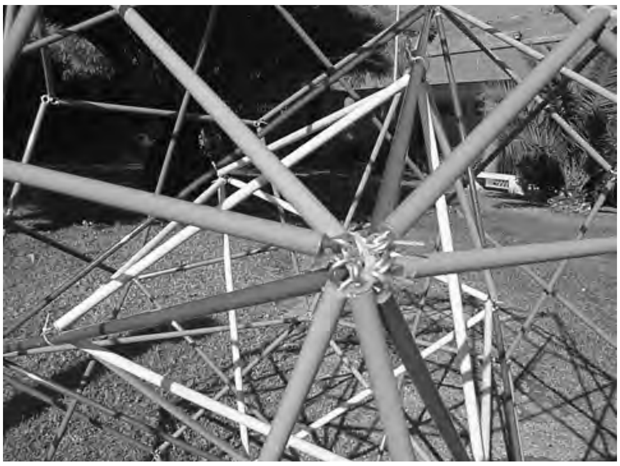

Figura 11

comprensión de las ideas y los métodos de las matemáticas.

A lo largo del trabajo de montaje (figuras 12, 13 y 14) los estudiantes pueden reflexionar sobre problemas de la geometría del espacio como la rigidez de ciertas estructuras y su utilización en las construcciones humanas, se estudian los planos de simetría y ejes de rotación comunes a dos o más poliedros, se analiza por qué se han tomado determinadas medidas para las barras, qué relación hay entre las caras, las aristas y los vértices de los poliedros –la fórmula de Euler–, o se piensa en el resultado de truncar los vértices de los poliedros regulares para obtener nuevos poliedros como el balón de fútbol y también abordar conceptos complejos como la dualidad. Podemos salirnos de los contenidos estrictamente geométricos e ir a otros campos para recordar en qué manifestaciones encontramos los poliedros y en qué objetos de uso cotidiano o construcciones de nuestra ciudad tenemos ejemplos de su utilización. También podemos tratarlo desde una perspectiva funcional y analizar el porqué de su utilización, encontraremos que unas veces los motivos son estéticos, para proporcionar belleza a los diseños, mientras otras son económicos o funcionales con el fin de obtener un mayor rendimiento de las construcciones. Podemos pasar al arte y estudiar la representación de los poliedros que hicieron los artistas del Renacimiento como una forma de dar armonía a sus composiciones y llegar a la obra de Maurits C. Escher, Salvador Dalí y Eusebio Sempere.

Figura 12

Figura 13

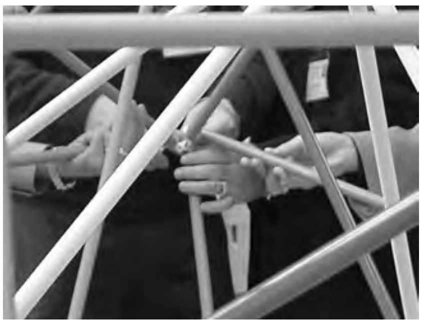

Figura 14

…y estudiar la representación de los poliedros que hicieron los artistas del Renacimiento como una forma de dar armonía a sus composiciones y llegar a la obra de Maurits C. Escher, Salvador Dalí y Eusebio Sempere.

Figura 15

La posibilidad de realizar el montaje del omnipoliedro se ha utilizado para una segunda fase en la colaboración entre la SEMCV «Al-Khwarizmi» y la Concejalía de Educación del Ayuntamiento de Alicante. En el curso 2000-2001 la SEMCV «Al Khwarizmi» ha firmado un segundo convenio por medio del cual se ha editado la guía didáctica *Un Omnipoliedro para el Monte Tossal de Alicante* (figura 16) y se ha diseñado una actividad educativa para que los profesores de matemáticas acompañen a los grupos de estudiantes a montar la estructura. Durante este curso participan cerca de mil alumnos en treinta grupos de quince centros educativos de la ciudad que imparten Secundaria. Para esto se ha construido

Figura 16

Figura 17

otro omnipoliedro algo más pequeño: la arista del cubo es de un metro de longitud, tiene dos metros de diámetro y 15 kilos de peso, que se guarda desmontado en el Parque Temático. La tarea consiste en que son los estudiantes los que construyen el omnipoliedro con la supervisión de un monitor.

La guía didáctica detalla el proceso que se ha seguido en el diseño del omnipoliedro y conecta el estudio de los poliedros con otros campos artísticos y científicos y con la utilización que los artistas alicantinos han hecho de ellos. Hay un capítulo dedicado al proceso de construcción en el que se relata el procedimiento para armar el omnipoliedro y los problemas que pueden surgir. También se ha elaborado un cuaderno para el estudiante con una colección de diez actividades para realizar en la clase de matemáticas con el fin de que la actividad de construcción del omnipoliedro se pueda enmarcar dentro del estudio que se realiza en la clase de Matemáticas en los cursos de Educación Secundaria.

En la figura 17 vemos el omnipoliedro que se ha instalado en el Monte Tossal. Se ha colocado sobre una base diseñada para la ocasión, está formada por dos pentágonos, uno de ellos anclado al suelo y el otro es el que sirve de soporte al omnipoliedro haciéndolo descansar sobre uno de los pentágonos del dodecaedro. La conexión entre los dos pentágonos se hace con barras que se cruzan uniendo sus vértices. En las instalaciones del Parque Temático se encuentran las noventa varillas de colores del segundo omnipoliedro preparadas para realizar la actividad educativa de construcción.

Se puede obtener información adicional acerca del modelo construido en la página de Internet:

http://teleline.terra.es/personal/joseantm/

allí se encuentra una secuencia fotográfica de la construcción realizada por los estudiantes del instituto Leonardo da Vinci.

José Antonio Mora
IES Leonardo da Vinci.
Alicante.
Societat d'Educació
Matemàtica de la Comunitat
Valenciana «Al-Khwarizmi»

Figura 18