El lenguaje y los diagramas de venn en la construcción de significado de las tablas de verdad

Carlos Javier Rojas Álvarez
crojas@uninorte.edu.co
Universidad del Norte

Resumen

El objetivo de la conferencia es presentar una propuesta didáctica para la construcción de significado de las tablas de verdad, enmarcada en la teoría del interaccionismo simbólico, que asume la práctica en el aula como un proceso de matematización compartida guiada por reglas y convenios que emergen de la misma práctica, dejando de lado la práctica que se genera en el aula cuando se asume que las matemáticas son verdades objetivas.

La propuesta didáctica se constituye en una herramienta más para la comprensión lectora, ya que permite la organización de los conceptos en una determinada lectura.

El resultado final es la producción de un texto guía, (denominado Matemáticas Básicas) el cual contiene en una de sus secciones la aplicación de la propuesta didáctica.

Palabras claves: significado, interaccionismo simbólico

Introducción

Es usual que en las clases de matemáticas se privilegie la representación simbólica de los objetos matemáticos y no se construya el significado de los mismos, por los que los alumnos terminan manipulando símbolos y operaciones sin saber por qué y para qué, tal como lo expresan **Pozo y Gómez:** "…que saben hacer cosas pero no entienden lo que hacen" (**2000, 20)**. Un ejemplo de esta problemática es el estudio de las tablas de verdad, en la que los alumnos terminan llenándolas mecánicamente. Esta situación se soluciona si en las clases tratamos de asignarle significado a los objetos matemáticos. Para lograr este objetivo, la presente propuesta se enmarca en el interaccionismo simbólico, teoría que trata de responder a la pregunta ¿cómo el profesor y los alumnos llegan a compartir significados matemáticos para que el flujo de la clase continúe de forma viable?

Marco teórico

La Didáctica de la Matemática se interesa por identificar el significado que los alumnos atribuyen a los términos y símbolos matemáticos, a los conceptos y proposiciones, así como explicar la construcción de estos significados como consecuencia de la instrucción.

Godino cita a varios investigadores que resaltan la importancia de la construcción de significado:

- Balacheff (1990) cita el significado como palabra clave de la problemática de investigación de la Didáctica de la Matemática: "Un problema pertenece a una problemática de investigación sobre la enseñanza de la matemática si está específicamente relacionado con el significado matemático de las conductas de los alumnos en la clase de matemáticas" (p. 258).

- Brousseau (1980) destaca como centrales las siguientes preguntas: 2¡Cuáles so las componentes del significado que pueden deducirse del comportamiento matemático observado en el alumno?; ¿Cuáles son las condiciones que conducen a la reproducción de la conducta, teniendo la misma significación, el mismo significado?" (p. 132).
- Sierpinska (1990) afirma: "Comprender el concepto será entonces concebido como el acto de captar su significado" (p. 35).
- Dummett (1991) sostiene: "Una teoría del significado es una teoría e la comprensión; esto es, aquello de lo que una teoría del significado tiene que dar cuenta es lo que alguien conoce cuando conoce el lenguaje, esto, es, cuando conoce los significados de las expresiones y oraciones del lenguaje" (p. 372).

Más allá de resaltar la importancia de la construcción de significados, las preguntas que emergen en la relación alumno-profesor en el aula son: ¿cómo el profesor y los estudiantes llegan a compartir significados matemáticos para que el flujo de la clase continúe de forma viable?, ¿cómo comprende un alumno las intervenciones del profesor? Una perspectiva teórica que trata de responder a estas preguntas es el interaccionismo simbólico (I.S.).

Godino y Llinares afirman que una idea clave en el interaccionismo simbólico es que el significado se desarrolla en (y a partir de) la interacción e interpretación entre los miembros de una cultura. En particular, el interaccionismo se basa en el análisis de tres premisas:

1. El ser humano orienta sus actos hacia las "cosas" en función de lo que estas significan para él.
2. El significado de esas cosas se deriva de, o surge como consecuencia de la interacción social que cada cual mantiene con su prójimo (fuente del significado).
3. Los significados se manipulan y modifican mediante un proceso interpretativo desarrollado por la persona al enfrentarse con las cosas que va hallando a su paso (Blumer, 1982; p.2, citado por Godino y Llinares).

Un aspecto central de la perspectiva interaccionista es que el significado se desarrolla a través de la interacción y la interpretación ya que se enfatiza el proceso interpretativo implicado en la emergencia del significado cuando una persona responde, más que simplemente reacciona a las acciones de otro (Godino y Llinares, 3).

¿Qué papel desempeña el lenguaje en el interaccionismo simbólico?

Para el interaccionismo simbólico, el lenguaje es visto como un "moldeador activo de la experiencia", no como un "espejo pasivo de la realidad". El habla (languaging) describe una práctica social, sirviendo en la comunicación para señalar experiencias compartidas y para la orientación en la misma cultura (Godino y Llinares, 4).

Esta visión del lenguaje del interaccionismo simbólico lleva a la necesidad de la negociación continua de los significados en el aula dirigida a:

- conseguir una adaptación viable a los significados institucionales del contenido, y
- clarificar los significados compartidos de los signos y palabras en uso, aumentando la reflexión sobre los procesos constructivos subjetivos subyacentes (Bauersfeld, 1994; p.141, citado por Godino y Llinares).

Metodología

La metodología en la clase es la siguiente:

1. Se propone la proposición abierta compuesta.
2. Se hace el diagrama de Venn respectivo, llenando cada región con los elementos respectivos.
3. A partir del diagrama de Venn se llena la columna correspondiente a teoría de conjuntos.
4. Se fórmula la proposición cerrada respectiva, reemplazando la variable x por el número u objeto que hace que la proposición sea verdadera o falsa, según el caso.
5. Se hace la correspondencia entre la tabla de verdad del conectivo lógico con la de teoría de conjuntos.
6. Todo el proceso anterior se realiza dialogando con los alumnos, por lo que los valores de la tabla de verdad se construyen, compartiendo significados, y no se dan como recetas sin sentido ni significado.

Lo anterior implica que, aunque las proposiciones compuestas sean las mismas en algunos problemas, los elementos involucrados en ellas no lo son, porque pueden ser números, figuras geométricas, animales, corpúsculos sanguíneos, etc, haciendo que el lenguaje sea dinámico y no estático, como cuando se llena una tabla de verdad para $p \wedge q$.

Con este enfoque, los diagramas de Venn se convierten también en una herramienta más de comprensión lectora, ya que permiten organizar los conceptos en un lectura, tal como se propone en los dos ejemplos de evaluaciones que se detallan más adelante.

Se ilustran dos ejemplos de la aplicación y los dos ejemplos de evaluación:

Ejemplo 1

Sea U el conjunto de los números naturales y la proposición x es un número par y x<10. ¿Para qué valores de x la proposición es verdadera? ¿Y falsa? Dibuje el diagrama de Venn correspondiente.

Solución

La proposición es compuesta con el conectivo lógico de la conjunción *y* (^) .

Sea p*: x es un número par y* q*: x es un número menor que 10*.

Los valores de x que hacen verdadera la proposición $p \wedge q$ son {2, 4, 6, 8} y los que la hacen falsa serán los demás números naturales distintos al conjunto mencionado.

El diagrama de Venn es **la figura 1:**

U: Números naturales

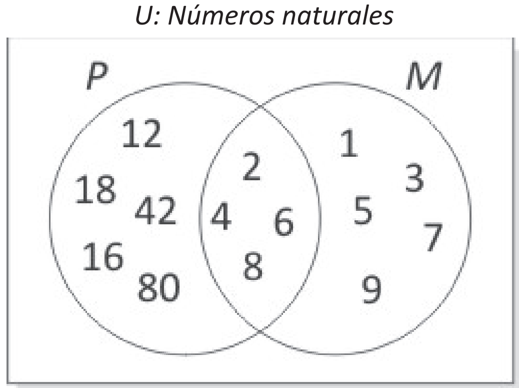

Figura 1

donde P: el conjunto de los números pares.

M: el conjunto de los números naturales menores que 10.

Podemos hacer una correspondencia de los círculos de Euler con una tabla de verdad:

$x \in P$	$x \in M$	$x \in P \cap M$	**Región**	p	q	$p \wedge q$
V	V	V	3	V	V	V
V	F	F	2	V	F	F
F	V	F	4	F	V	F
F	F	F	1	F	F	F

Observemos que las tablas coinciden. ¿Qué números irán en la región 1?

Ejemplo 2

Sea *U* el conjunto de los polígonos y la proposición si x es un trapecio entonces x es un cuadrilátero. ¿Cuándo la proposición es verdadera? ¿Y falsa? Dibuje los círculos de Euler correspondientes.

Solución

La proposición es compuesta con el conectivo del condicional si…entonces .

Sea p: x es un trapecio y q: x es un cuadrilátero.

La proposición compuesta $p \rightarrow q$ será falsa cuando afirmemos que si x es un trapecio entonces x no es un cuadrilátero, puesto que todo trapecio es un cuadrilátero por definición. Los círculos de Euler se muestran en la **figura 2:**

U: polígono

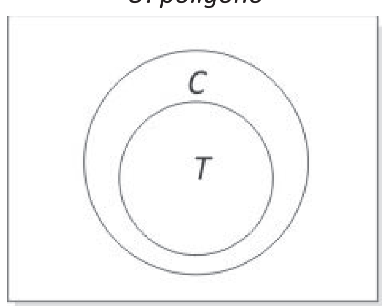

Figura 2

donde *C*: el conjunto de los cuadriláteros.

T: el conjunto de los trapecios.

Podemos hacer una correspondencia de los círculos de Euler con una tabla de verdad:

$x \in T$	$x \in C$	$T \subset C$	**Región**	p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V	3	V	V	V
V	F	F	No hay	V	F	F
F	V	V	2	F	V	V
F	F	V	1	F	F	V

Observemos que las tablas coinciden.

Ejemplo 1 de evaluación

1. Organice en un diagrama de Venn los conceptos de la siguiente lectura especificando el conjunto universal.

Poliedros

Un prisma es un poliedro que:

1. Tiene un par de caras congruentes, denominadas bases, sobre planos paralelos.
2. Todas las demás caras son regiones paralelográmicas.

Un paralelepípedo es un prisma cuya base es una región paralelográmica. Todas las caras son regiones paralelográmicas.

Un paralelepípedo rectangular es un prisma rectangular recto, es decir, todas sus caras son regiones rectangulares

Un cubo es un paralelepípedo rectangular que tiene todas sus aristas congruentes.

2. Dada la proposición: *Un sólido geométrico es un paralelepípedo rectangular si es un cubo*.
   a. Escríbala en la forma *si…entonces.*
   b. Determine si la proposición es falsa o verdadera. Si es falsa, construya un contraejemplo especificando cómo lo va a encontrar; si es verdadera, explique por qué y haga el respectivo diagrama de Venn de la proposición.
3. Dada la proposición: *x es un número primo o x es un número tal que* $2 \leq x < 10$, donde *U: Números Naturales*. Dibuje el diagrama de Venn completo (mínimo cuatro números en cada región). Luego halle el número que hace que la respectiva proposición sea verdadera o falsa y escriba las proposiciones. Haga la tabla de verdad correspondiente y especifique la región del diagrama de Venn en la tabla para cada caso.

Ejemplo 2 de evaluación

1. Organice en un diagrama de Venn los conceptos de la siguiente lectura especificando el conjunto universal.

Los corpúsculos sanguíneos

En la sangre se encuentra tres clases de elementos o corpúsculos:

- Los eritrocitos o glóbulos rojos.
- Los leucocitos o glóbulos blancos.
- Las plaquetas.

Los glóbulos blancos son incoloros, no poseen hemoglobina. Hay cinco tipos diferentes:

- Los neutrófilos.
- Los monocitos.
- Los linfocitos.
- Los eosinófilos.
- Los basófilos.

2. Dada la proposición: *Un corpúsculo sanguíneo es un neutrófilo si es un glóbulo blanco*.

a. Escríbala en la forma *si…entonces.*

b. Determine si la proposición es falsa o verdadera. Si es falsa, construya un contraejemplo especificando cómo lo va a encontrar; si es verdadera, explique por qué y haga el respectivo diagrama de Venn de la proposición.

3. Dada la proposición: x es un número compuesto o x es un número tal que $2 \leq x < 10$, donde *U: Números Naturales.* Dibuje el diagrama de Venn completo (mínimo cuatro números en cada región). Luego halle el número que hace que la respectiva proposición sea verdadera o falsa y escriba las proposiciones. Haga la tabla de verdad correspondiente y especifique la región del diagrama de Venn en la tabla para cada caso.

Bibliografía

- Godino, J. Marcos teóricos de referencia sobre la cognición matemática. [Documento en PDF]. Recuperable en la página: http://www.ugr.es/local/jgodino/
- Godino, J. y Llinares, S. El interaccionaismo simbólico en Educación Matemática. [Documento en PDF]. Recuperable en la página:

  http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentosteoricos/Godino_Llinares_Interaccionismo.PDF
- Pozo, J. y Gómez, C. (2000). Aprender y enseñar ciencia. 2a ed. Madrid: Morata.