Diseño de situaciones problema dinamizadoras de pensamiento matemático escolar

John Jairo Múnera Córdoba
Grupo de investigación: Matemática Educación y Sociedad
Facultad de Educación
Universidad de Antioquia
jjmunera@une.net.co

Introducción

"La matemática es precisa, sintética, y deductiva; pero cuando se trata de conocerla, comprendiendo sus nociones, es necesario recurrir a diversas actividades intelectuales y formas de razonamiento, favoreciendo la movilización del pensamiento lógico-matemático" (Mesa 1990, p. 9). Así que, si se trata de motivar la construcción de unas matemáticas contextualizadas facilitando a los estudiantes el redescubrimiento de conceptos y relaciones de manera significativa, es necesario pensar en estrategias fundamentadas en los procedimientos activos que posibiliten dicho fin.

De acuerdo a las nuevas exigencias de la sociedad el aprendizaje de las matemáticas escolares exige hoy re-organizaciones particulares que hagan posible la construcción de conceptos matemáticos. En este sentido las situaciones problema se viene constituyendo en espacios para generar y desarrollar procesos de pensamiento que permitan la construcción sistemática de relaciones matemáticas; además de darle otra dinámica a la interacción entre estudiantes, conocimientos matemáticos y el profesor.

Las Situaciones Problema se vienen convirtiendo en una alternativa de re-organización del currículo para la movilización de procesos propios de la actividad matemática, en la medida que permiten el tratamiento de diferentes conceptos y relaciones privilegiando el pensamiento matemático en la escuela. Por lo tanto, desde este curso se tiene el propósito de ofrecer una serie de orientaciones para el diseño y desarrollo de situaciones problema como alternativa para dinamizar contenidos matemáticos desde un punto de vista escolar.

En este orden de ideas nos proponemos desde este trabajo orientar una serie de aspectos teóricos y prácticos relacionadas la actividad matemática escolar desde un enfoque problematizador, de modo, que se pueda seguir generando reflexiones pedagógicas alrededor de la siguiente pregunta ¿Es posible generar un ambiente de aprendizaje que promueva la participación en la construcción de conceptos matemáticos y la movilización de procesos de pensamiento matemático?

Referentes teóricos

Las situaciones problema poco a poco se consolidan en una alternativa de interacción en el aula para dinamizar las matemáticas escolares, también permiten un trabajo por procesos e integraciones conceptuales de los contenidos. La presentación de los conceptos a través de las múltiples relaciones posibles, le da definitivamente a la matemática el carácter estructurante, propiciando, cada vez más, un mayor acercamiento a nuevas maneras de expresión frente a los conceptos matemáticos.

Otra de las características de la metodología por procesos es que vincula la actividad desde dos perspectivas complementarias: una, la actividad del estudiante, aunque esté compartiendo sus concepciones conceptuales con los demás compañeros, le permite generar un proceso de interiorización de modo que (re)-produzca en él una red dinámica de conceptos. La otra manera es ver la actividad como "las maneras de hacer colectivas", es decir, concebir la actividad, en términos de Luis Moreno, como una actividad distribuida (Múnera 2001).

Por lo tanto, podemos interpretar una situación problema como un espacio para la actividad matemática en donde el estudiante al interactuar con los objetos de conocimiento, con su profesor y sus compañeros tiene la oportunidad de hacer uso de su saber previo para exteriorizar una serie de ideas asociadas a los conceptos implícitos en las situaciones. Durante este proceso los estudiantes movilizan procesos de razonamiento y comunicación respecto a nuevas relaciones conceptuales. Es decir, los estudiantes haciendo uso de sus recursos cognitivos generan una serie de estrategias para las actividades y problemáticas planteadas que se vuelven insumos de negociación de significados para las ideas matemáticas. En este sentido, Santos 2002, expresa que "la actividad de problematizar el aprendizaje es un aspecto esencial para que los estudiantes pongan en juego sus recursos matemáticos y puedan valorar las cualidades de las diversas estrategias o formas de resolver un problema" (p. 164).

Así que desde una situación problema se generan espacios para la movilización de procesos de pensamiento que permitan la construcción sistemática de relaciones matemáticas. Aquí aparecen aspectos de la comunicación y el razonamiento de manera invisible para los estudiantes, pero, que sí deben ser objeto de mucha atención del docente; dado que se convierten en ejes articuladores de la actividad matemática del estudiantes y por consiguiente ofrecen elementos sobre las maneras de apropiación de conceptos y relaciones.

Entonces, un enfoque problematizador de las matemáticas escolares involucra de manera natural procesos de comunicación mediados por los diferentes niveles de representación utilizados por los estudiantes, los cuales los dota de nuevas formas expresivas para los objetos permitiendo paulatinamente extensión de redes conceptuales. "La comunicación ayuda a los niños a construir los vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas; ayuda a que los estudiantes tracen conexiones importantes entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas" (NCTM, 1989).

También es característico de una situación problema contextualizar procesos de razonamiento que permiten: particularizar, generalizar, conjeturar, verificar; utilizar algoritmos, formular y validar. Además de relacionarse con actividades como, de acuerdo al (MEN[1], 1998):

- Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos seguidos para llegar a conclusiones,
- Justificar las estrategias y procedimientos puestos en acción,
- Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos, encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.

Asimismo, las situaciones problema dinamizan la actividad del estudiante y orienta sus manera de pensar respecto a las actividades planteadas y los conceptos implícitos en las mismas. Por lo tanto, para motivar a los alumnos a las exploración de ideas y negociación de significados con los demás compañeros, las situaciones no pueden ser demasiado abiertas dado que son las responsables de establecer las relaciones entre las ideas de los estudiantes y del profesor teniendo como referente los conocimientos matemáticos, que en definitiva son los encargados de dinamizar las interacciones.

1 Sigla del Ministerio de Educación Nacional

“En las clases en las que se animan a los alumnos a exponer lo que piensan y en las que cada uno contribuye a evaluar el pensamiento de otros, se proporciona un rico ambiente para el aprendizaje del razonamiento matemático” (NCTM, 2000, p. 61).

Caracterización de las relaciones en el aula de clases desde una perpsectiva problematizadora de las matemáticas

La situación problema se vuelve el medio para que se tejan nuevas relaciones - fundamentales en el proceso de construcción de conceptos - entre la triada: estudiante, profesor y conocimiento matemático. Es decir, cada uno de los elementos de la triada asume un determinado rol en las actividades orientadoras de la construcción de aprendizajes.

El estudiante orienta sus acciones, desde sus saberes previos, hacia la construcción de estrategias para resolver las situaciones planteadas. Aquí sus modos de pensar se conjugan desde la exploración de significados para las ideas conceptuales implícitas y negociación de los mismos con sus compañeros, lo que los pone en situación de debate y confrontación como pares. Es decir, en estos procesos el estudiante necesita usar niveles de representación y diferentes argumentos para comunicar sus resultados. Además, tiene la oportunidad de re-plantear sus ideas a través de procesos de autoevaluación y heteroevaluación. Aquí el logro a esperar es que el alumno alcance una nueva capacidad expresiva para sistematizar, con ayuda del docente, los nuevos conocimientos.

El docente, cambia su rol protagónico, respecto a la idea de ser el poseedor único del saber. El hecho de que una situación oriente la forma de pensar del estudiante en cuanto a una serie de conceptos involucrados en las actividades, hace que el profesor transforme las relaciones con los conocimientos y los alumnos; en la medida que debe acercarse al conocimiento de las condiciones cognitivas, sociales y culturales de sus estudiantes para poder diseñar tareas problematizadoras de los conceptos y relaciones matemáticos. Es decir, el docente se hace par del alumno, tejiendo una relación de corte horizontal, dado que las nuevas formulaciones y preguntas de los aprendices conllevan a una re-configuración de sus conocimientos y a asumir otra actitud en el aula, de tal manera que oriente los procesos en función del aprendizaje, más no sólo a través de procesos de enseñanza. Así que las interacciones entre el docente, estudiante y conocimientos se mueven en un ambiente de aula bastante activo y de mucha interacción, que podemos interpretar en las siguientes ideas:

Las interacción entre el estudiante, el objeto a conocer y el docente deben ser fuertemente participativas: El estudiante deseando conocer por él mismo, anticipando respuestas, aplicando esquemas de solución, verificando procesos, confrontando resultados, buscando alternativas, planteando otros interrogantes. El docente, integrando significativamente el objeto de estudio según los significados posibles para el alumno, respetando estados lingüísticos, culturales y cognitivos de sus estudiantes, acompañando oportunamente las respuestas y las inquietudes. Sobre todo, planteando nuevas preguntas que le permitan al estudiante descubrir contradicciones en sus respuestas o “abrirse” a otros interrogantes (MESA 1998, p. 20).

En esta forma de posicionar la clase de matemáticas el conocimientos matemático ya no entra al aula desde una organización jerárquica y formal propia del saber científico, sino que ingresa de manera contextualizada a través de diferentes formas de representación y de conexiones entre los mismas; que lo hace construible con significados particulares de acuerdo a los contextos y situaciones que lo generan. Esta es la razón de ser para concebir el conocimiento matemático como una construcción social. Cada que surja una nueva representación para un objeto en cuestión, abrirá nuevas posibilidades de ampliar las discusiones posibilitando una mayor capacidad expresiva, he ahí la importancia de las redes conceptuales movilizadas por las situaciones, van a evitar que se agoten las formas de comunicar significados y relaciones asociados a los objetos. Luís Rico (citado por Chamorro et al, 2003, p. 17) expresa:

Las representaciones matemáticas son construcciones sociales. La construcción social ubica al conocimiento, la cognición y las representaciones en los campos sociales de su producción, distribución y utilización. El conocimiento científico es constitutivamente social debido a que la ciencia está socialmente orientada y los objetivos de la ciencia están sostenidos socialmente. El conocimiento matemático como todas las formas de conocimiento, representa las experiencias materiales de personas que interactúan en entornos particulares, culturas y periodos históricos.

Orientaciones para el diseño de situaciones problema

El profesor Orlando Mesa de acuerdo a su interpretación de la orientación constructivista, propone abordar el diseño de las estrategias de intervención pedagógica hacia el aprendizaje matemático, de acuerdo al siguiente orden: La selección de un motivo o problema inicial , la organización básica de los contenidos temáticos que el motivo permite trabajar, la estructuración de niveles de conceptualización, la selección de preguntas y actividades fundamentales y la evaluación de los procesos de aprendizaje. En adelante se arman de significado cada uno de estos elementos, con el fin de que puedan servir de apoyo a los docentes para la creación de sus propias situaciones de aprendizaje.

Selección de un motivo o problema inicial:

Entendemos por “motivo” todo aquel “medio” que se convierte en mediador para facilitar una situación de aprendizaje. Lo que aquí es motivo, para Puig Adam[2] es modelo matemático, del que afirma “Un modelo matemático es todo aquel material capaz de traducir o de sugerir ideas matemáticas”. Un motivo, no necesariamente se reduce a un objeto físico”. En un sentido más amplio, es todo material concreto o abstracto que posibilite desencadenar conceptos matemáticos acordes con las competencias del individuo y los contenidos curriculares.

“El motivo es la excusa, la oportunidad, el evento, la ocasión, el acontecimiento, la coyuntura, o el suceso, que puede ser aprovechado para generar una situación problema en el aula de clase. Su elección es muy importante, pues determina en gran medida las posibilidades de comprensión de la situación por parte de los estudiantes, y por ende, el que la situación pueda constituirse en un verdadero problema” (MÚNERA, J, OBANDO, G; 2003, p 197).

Podemos entonces considerar como objetos concretos, todos aquellos que son manipulados a la luz de la acción física. Los objetos abstractos, son aquellos tenidos como “ideas” y que ya se comprenden a la luz de las operaciones mentales; serían aquellos que según el profesor Vasco se denominan saberes concretos. Por ejemplo: la tabla de multiplicar, el Triángulo de Pascal, un gráfico, una definición, un teorema, etc.

Organización básica de los contenidos temáticos:

En todo proceso de enseñanza-aprendizaje siempre será necesario recurrir a unos contenidos básicos, teniendo presente que un currículo no puede reducirse a una lista de contenidos. Parafraseando al doctor Luís Moreno Armella, el currículo es como el piso sobre el que uno camina aunque lo importante no sea el piso sino el camino que uno lleva: a donde quiere ir. Lo más importante es que los conocimientos puedan re-organizarse a través de sus distintas representaciones, las cuales permitirán la comprensión de diferentes relaciones conceptuales y procedimentales.

Se hace necesario entonces “dominar” el saber disciplinar que se quiere enseñar; se debe consultar cada área del conocimiento específico, con el fin de seleccionar los temas que se objeto de orga-

2 PUIG A, Pedro. Modelos preparados y Modelos hechos. En: El material para la enseñanza de las matemáticas. Versión española de Gonzalo Medina. p. 192-221

nización para el aprendizaje. Específicamente corresponde consultar la matemática para comprender en ella su carácter estructurante y formal, y escoger los contenidos propuestos por el currículo escolar, para su posterior organización al interior de la situación; es decir, se trata de establecer niveles de conceptualización y simbolización que permitan a los estudiantes un acercamiento progresivo a las diferentes relaciones matemáticas.

La estructuración de niveles de conceptualización:

Según Mario Carretero, el conocimiento que se transmite en cualquier situación de aprendizaje debe estar estructurado no sólo en sí mismo, sino respecto al conocimiento que ya posee el alumno. En términos del profesor Mesa[3], "se trata de diseñar redes conceptuales entre las concepciones que el motivo genera en los estudiantes y los conceptos formales de la matemática. Redes que se caracterizan por aceptar aproximaciones empíricas, tanteos, búsqueda de algoritmos, verificaciones, confrontaciones e intuición de conjeturas".

Las reorganizaciones conceptuales no son invariantes, estas se modifican en la medida que las conductas de los estudiantes lo exijan. Lo importante es buscar que adecuen los contenidos a los estados de conocimiento de los alumnos y, cuando las condiciones lo exijan, presentar una síntesis o información teórica que los estructure semántica y sintácticamente; es decir, con sentido y con la simbolización respectiva.

La selección de preguntas y actividades fundamentales:

Laspreguntas deben constituirse como una alternativa de iniciar la movilización de los conceptos básicos que giran en torno a un determinado tema, es decir, no son más que otra manera de dinamizar los procesos de enseñanza, vinculando la actividad del estudiante a su propio aprendizaje.

Los interrogantes no deben ser demasiado abiertos de modo que el estudiante pueda monitorear sus acciones desde sus preconceptos, pero tampoco demasiado cerrados, ya que puede caerse en actividades tipo ejercicios, los cuales no van a contribuir a la construcción de nuevos aprendizajes desde las pretensiones curriculares.

Las preguntas no demasiado abiertas, permiten la reflexión, la creatividad y la búsqueda de estrategias que pueden ayudar a la motivación hacia otros conceptos que se derivan de los contenidos básicos. Además, pueden generar espacios para producir interés por la búsqueda de otros aprendizajes no planeados desde la situación problema.

"La estrategia que se ha mantenido desde la posición constructivista es la creación de conflictos cognitivos o contradicciones. Se trata de que el profesor produzca situaciones que favorezcan la comprensión por parte del alumno, de que exista un conflicto entre su idea sobre un determinado fenómeno y la concepción científicamente correcta"(Carretero, 1997, p.58).

Mesa 1997, plantea que:

"Una red conceptual requiere de innovaciones y contactos inesperados. Se construye momentáneamente para buscar significados nuevos. No es deductiva sino constructiva; es decir pueden aparecer relaciones no establecidas por el saber aceptado y organizado por la cultura formal[….]. Para iniciar una red conceptual es necesario conocer sobre el saber específico. ¿Cuáles son los conceptos fundamentales que lo definen? ¿Qué relaciones significativas se imponen desde la información aceptada por la cultura? ¿Qué otras relaciones podrían establecerse?" (p. 22).

3 Puede encontrarse más información sobre este tema en: MESA B, Orlando. Criterios y Estrategias para la Enseñanza de las Matemáticas. Universidad de Antioquia. Medellín, 1.994, p. 8.

La red conceptual es la encargada de que el proceso de intervención genere, cada vez más, relaciones entre los conceptos, y que los procesos de matematización entre los mismos no se agoten. Es decir, la red puede extenderse desde los distintos nudos (conceptos) a otros núcleos temáticos, posibilitando la motivación hacia nuevas representaciones de los objetos involucrados. Esto es posible a partir de una adecuada propuesta y sistematización de preguntas y actividades que orientan el proceso de enseñanza y aprendizaje.

"La red de relaciones entre conceptos y estructuras matemáticas son inagotables, permiten generar continuamente nuevos procedimientos y algoritmos; no es posible pues dar por terminado el dominio de ningún concepto en un breve período de tiempo, ni pretender que se logre automáticamente una conexión significativa entre un conocimiento nuevo y aquellos conocimientos previamente establecidos"(MEN, 1998, p 6). Cada actividad o pregunta puede abrir nuevas relaciones, bien sea entre los mismos conceptos u otros, o dando lugar a nuevas representaciones.

La evaluación de los procesos de aprendizaje:

"Además de las ideas previas, es importante analizar el proceso de interacción entre el conocimiento nuevo y el que ya poseen. De esta manera, no es tan importante el producto final que emite el alumno, como el proceso que lleva a dar una determinada respuesta".(Carretero, p. 58)

Desde esta perspectiva, se pone de manifiesto, que el profesor debe prestar atención a las concepciones de los alumnos, no sólo antes de que comience el proceso de aprendizaje, sino también a las que se van generando durante el mismo. Es decir, que es importante conocer lo que está en la mente de los alumnos durante todo el proceso de enseñanza. En oposición a como se ha pensado hasta ahora: todo el proceso se reduce a sacar "notas" a través de un "examen".

La evaluación está presente durante toda el proceso trabajo en el aula respectando ritmos de aprendizaje y canalizando los errores como agentes mediadores para generar cambios conceptuales en los alumnos. Es decir, el papel del error en la evaluación es fundamental cuando éste es considerado por el profesor para acompañar al estudiante o grupo de estudiantes, con miras a motivar las diferentes respuestas a través de la confrontación o presentación de nuevos interrogantes que conduzcan a la creación de un ambiente interesante y, por consiguiente, poco tensionarte para el alumno. Al respecto afirma, Chamorro 1992:

El error pone de manifiesto las concepciones erróneas o incompletas, la construcción defectuosa de conceptos o relaciones, o, simplemente, las lagunas de conocimientos, y sólo tomándolos en consideración pueden reorientarse las actividades de aprendizaje. Es decir, el error, que habitualmente es interpretado como índice de lo que el alumno no sabe hacer, debe tomarse como índice de que el alumno sabe alguna cosa incorrecta o incompleta, para, partiendo de ahí, ayudarle a construir el conocimiento correcto (p. 23).

En una posición pedagógica orientada en los fundamentos de las situaciones problema, la evaluación empieza a tomar cuerpo dentro de las mismas situaciones diseñadas, de manera tal, que el término "evaluación" empiece a hacerse "invisible", en la medida que no perdamos de vista que las aproximaciones a las soluciones (no respuestas) acertadas o con errores son canalizadoras del aprendizaje y a la vez para que den luz verde a los procesos de matematización siguientes. La evaluación puntual, casi siempre al final de un bloque de contenidos, empieza a reorganizarse para privilegiar una evaluación más integral, caracterizada por procesos en los que se tienen en cuenta aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

Un ejemplo de situación problema

A continuación se desarrolla una situación problema con propósito de que le sirva al docente como ejemplar para organizar de manera sistemática otra serie de situaciones para construir aprendizajes matemáticos.

El primer momento es diseñar la guía de trabajo que contiene las actividades que caracterizan la situación, para ser abordada de manera grupal por los estudiantes.

Situación

En una fiesta se encontraron un total de 36 niños y todos se saludaron mutuamente estrechándose la mano. ¿Cuántos saludos (apretones de mano) hubo en total?

Algunas preguntas orientadoras:

1. ¿Si el encuentro fuera de dos niños, cuántos saludos (apretones de mano) surgirían? Represente gráficamente la situación.
2. ¿Para el caso de 3 niños, cuántos saludos surgen? Realice una representación de la situación.
3. Analice el total de saludos para un encuentro de 4 y 5 niños respectivamente. Represente la situación en cada caso.
4. Organice los datos en una tabla y encuentre todas las posibles conclusiones, de modo que pueda utilizarlas para calcular el total de saludos entre los 36 niños.

El momento siguiente es que el docente se haga una imagen de las posibles estrategias de solución que pueden emprender los estudiantes para conectarlas con las formas esperadas, de tal manera que pueda, en la plenaria colectiva, organizar de manera sistemática los conceptos y relaciones asociadas a la actividad. Es decir, el tratamiento de esta situación ofrece diferentes posibilidades para acercarse a los desarrollos conceptuales:

Veamos algunas de ellas:

1. Representar cada persona por un punto y considerar un saludo (apretón de mano) entre dos personas como un segmento. Esto conlleva a que la suma de segmentos de recta conlleven al total de apretones de mano (saludos) entre una cantidad de personas determinada.

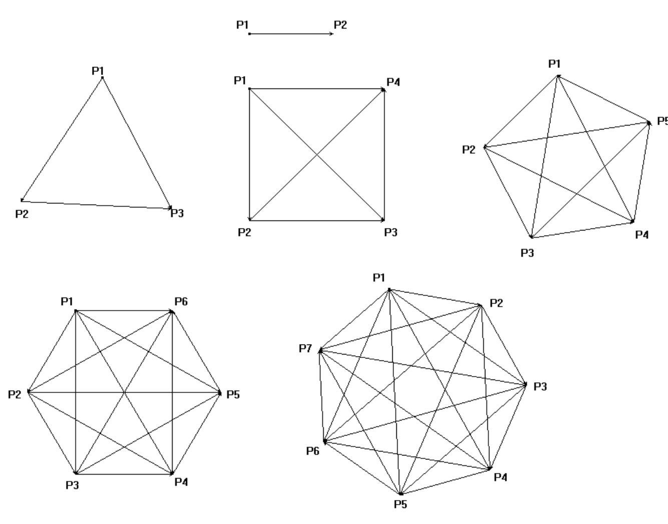


Figura 1

Se puede observar que el total de saludos (apretones de mano), para tres ó más personas, es el número de diagonales del polígono que representa el total de personas que se saludan sumados con el número de lados. Por lo tanto surge una nueva situación problema: buscar una relación matemática que nos permita calcular el total de diagonales de un polígono cualquiera. Aprovechando la figura 1, podemos obtener la siguiente tabla de datos[4]:

NOMBRE DEL POLÍGONO	NÚMERO DE LADOS	NÚMERO DE DIAGONALES QUE SALEN DE CADA VÉRTICE	TOTAL DE DIAGONALES QUE SALEN DE TODOS LOS VÉRTICES	TOTAL DE DIAGONALES EN EL POLÍGONO
Triángulo	3	0	0	0
Cuadrilátero	4	1	4	2
Pentágono	5	2	10	5
Hexágono	6	3	18	9
Heptágono	7	4	28	14
Octágono	8	5	40	20
n - ágono	n	n – 3	n.(n – 3)	$\frac{n(n-3)}{2}$

Se puede observar que de los datos de la tabla permiten deducir una serie de relaciones que conducen a concluir la forma de calcular el total de diagonales para el polígono de n lados (n-ágono). Inicialmente los estudiantes pueden expresar relaciones a nivel del lenguaje natural y posteriormente cuando las condiciones estén dadas podrán comunicarlas a través de los símbolos como aparece finalmente en la tabla.

Entre las relaciones que los estudiantes pueden encontrar están:

El número de lados del polígono restándolo tres nos genera el total de diagonales que se pueden trazar desde un vértice.

El producto entre el número de lados y total de diagonales trazados de un vértice genera el total de diagonales que salen de todos los vértices.

El total de diagonales trazadas desde todos los vértices dividido dos da cuenta del número de diagonales (sin repetir) del polígono.

Es importante resaltar que las relaciones entre los datos de las distintas columnas pueden enunciarse en un lenguaje natural, e inclusive, dejar los procesos al nivel de relaciones numéricas(esto para el de grupos inferiores).

El total de diagonales para un polígono de 36 lados es:

Lados: 36

Total de diagonales que se pueden trazar desde un vértice: 36 – 3

Diagonales sin repetir: 36(36 – 3)/2

4 Esta tabla es tomada con modificaciones de: LONDOÑO G, Nevardo Antonio. “Diseño de un modelo de situación problema en la enseñanza de las matemáticas”. Tesis. Facultad de Educación, departamento de Educación avanzada, Universidad de Antioquia. Medellín, 1996.

Total de diagonales trazadas desde todos los vértices: 36(36 – 3)

$$D_{36} = \frac{36.(36 - 3)}{2} = 594$$

Ahora el total de apretones de mano entre los 36 niños es la suma del total de diagonales del polígono de 36 lados con 36 que es el número de lados (personas).

TS = D36 + 36 = 594 + 36 = 630 saludos

También se puede avanzar a un nivel de relaciones algebraicas, lo que conduce a una solución mediada por el uso de variables tal como sigue:

De manera general, el total de saludos para n personas será: total de diagonales del polígono de n lados sumado con el número de lados, n:

Dn: diagonales del polígono de n lados, $D_n = \dfrac{n(n - 3)}{2}$

n: número de lados

$$TS_n = Dn + n = \frac{n(n - 3)}{2} + n = \frac{n(n - 1)}{2}$$

Sintetizando: $TS_n = \dfrac{n(n - 1)}{2}$

Se ha obtenido entonces un modelo algebraico que resuelve el problema de los saludos para cualquier número de personas. En adelante encontrar el total de saludos para cualquier número de personas, es cuestión de calcular un valor numérico para la expresión obtenida. Por ejemplo:

$$TS_{50} = \frac{36.(36 - 1)}{2} = 630$$

Lo que significa que el total de saludos (apretones de mano) entre total de 36 personas es de 630.

Lo interesante del desarrollo de la situación es que ofrece distintos niveles complejidad, lo que caracteriza su flexibilidad para hacer tratamientos didácticos en diferentes grados. También es importante ver como lo desarrollado respecto a la situación hasta el presente ha vinculado aspectos conceptuales y procedimentales correspondientes a diferentes tipos de pensamiento matemático, en este caso, numérico, geométrico, variacional y estocástico.

Aquí puede verse una de las fortalezas de las situaciones problema, se vuelven un contexto propicio para desarrollar procesos matemáticos relacionando contenidos y significados para los conceptos, además de formas particulares para las simbolizaciones. Iniciar una vía de corte geométrico como se ha hecho en un primer momento podría aprovecharse para construir conceptos tales como: diagonal, segmento de recta, polígono, etc. Es decir, podría pensarse en una red conceptual que posibilitara una exploración de todas las relaciones geométricas presentes.

2. Los estudiantes pueden emprender una serie de acciones lúdicas para números pequeños de personas, viviendo un real proceso donde se estrechan las manos y cuentan el total de apretones.

En esta parte surge de manera natural sumas de números naturales empezando desde uno hasta el número de niños, menos uno, que se saludan.

Ejemplo:

Para el caso de tres personas P1, P2, P3

P1 saluda a P2 y P3

P2 ya se saludó con P1, entonces se saluda con P3

P3 ya se saludó con P1 y P2

Total de saludos para tres personas, TS3 = 2 + 1 = 3

El resultado de estas acciones y organización de los diferentes conteos puede construirse una tabla de datos, a partir de la cual se pueden emprender otra serie de exploraciones de tipo aritmético obteniendo nuevas relaciones y representaciones.

NUMERO PERSONAS	TOTAL SALUDOS	
1	0	0
2	1	1
3	3	1 + 2
4	6	1 + 2 + 3
5	10	1 + 2+ 3 + 4
6	15	1 + 2 + 3 + 4 + 5

De los datos registrados en la tabla puede observarse:

El total de saludos para 3 personas es la suma de los números naturales de 2 hasta 1

El total de saludos para 4 personas es la suma de los números naturales de 3 hasta 1

El total de saludos para 5 personas es la suma de los números naturales de 4 hasta 1

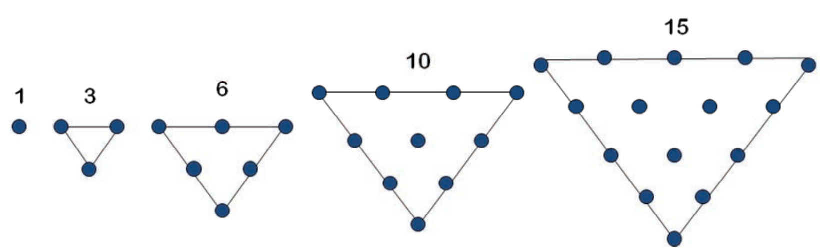
El total de saludos para 6 personas es la suma de los números naturales de 5 hasta 1

Es fácil percibir entonces que para 36 personas será la sumatoria desde 35 hasta 1. En este momento se puede contar la historia de Gauss relacionada con la suma de los 100 primeros números naturales y retar a los estudiantes para que indaguen que pudo haber hecho este ilustre matemático para sumar de manera distinta a la de organizar los 100 datos en la forma clásica para realizar la operación.

Los estudiantes una vez hayan obtenido alguna estrategia fácilmente la aplican para encontrar el resultado de:

35 + 34 + 33 + …………………………….+ 1

El número que representa el total de saludos para un determinado número de personas corresponde a los números triangulares, los cuales pueden asociarse a estas representaciones.



Referencias bibliograficas

- CHAMORRO, Carmen. (1992). El Aprendizaje Significativo en el área de las Matemáticas. España: Alambra-Logman.
- CARRETERO, Mario. Constructivismo y Educación. Madrid
- LONDOÑO, Nevardo. (1996). Diseño de un modelo de situación problema en la enseñanza de las matemáticas. Tesis de Maestría. Facultad de Educación, departamento de Educación avanzada, Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1998). Lineamientos curriculares, Matemáticas. Bogotá: Magisterio.
- MESA, Orlando. (1990). Camino a la Aritmética: Un enfoque Constructivista. Centro de Pedagogía Participativa. Medellín, Colombia:
- MESA, Orlando. (1997). Criterios y estrategias para la enseñanza de las matemáticas.. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MESA, Orlando. (1998). Contextos para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas. Medellín, Colombia: Grupo impresor.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (1989). Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática. Edición en castellano. Sociedad Andaluza de Educación Matemática “THALES”.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (2000). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Edición en castellano. Sociedad Andaluza de Educación Matemática “THALES”.
- SANTOS, Luz Manuel. (1997). Problematizar el estudio de las matemáticas: un aspecto esencial en la organización del currículum y el aprendizaje de los estudiantes. En: Fundamentación Cognitiva del Currículo de Matemáticas. En: Seminario Nacional de Formación de Docentes: Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional (pp. 151 – 165). Bogotá: Enlace Editores.
- MÚNERA, John. (2001). Las Situaciones Problema como Fuente de Matematización. Cuadernos Pedagógicos, 16, pp. 25 - 34. Universidad de Antioquia. Facultad de Educación.
- MÚNERA, John, OBANDO, Gilberto. (2003). Las situaciones Problema como estrategia para la conceptualización matemática. Revista Educación y Pedagogía. Vol. XV, Nº. 35, pp. 185 – 199. Universidad de Antioquia. Facultad de Educación.