

Construcción de los sólidos platónicos y arquimedianos haciendo uso del software cabri 3d

Diego Cruz Nieto
moruzd@gmail.com
Angélica Rosario Guerrero Hernández
angiergh@gmail.com

Resumen

En este taller se presentan las instrucciones que se tienen en cuenta para la construcción de los sólidos platónicos y arquimedianos, haciendo uso de una herramienta tecnológica como lo es el software cabri 3D, con el fin de motivar a profesores a incluir dicho software en sus clases ya que puede despertar más el interés de los estudiantes en cuanto a la matemática y más específicamente a la geometría 3D.

Por otro lado se pretende que los profesores que no conocen el software cabri 3D, se familiaricen con él, para así poder guiar a sus estudiantes cuando hagan uso del software y de todas las herramientas que tiene.

Objetivos:

- Presentar las instrucciones para construir los sólidos platónicos en el software cabri 3D.
- Presentar las instrucciones para construir los sólidos arquimedianos en el software cabri 3D.
- Familiarizar a profesores y estudiantes con el software cabri 3D.
- Concientizar a los profesores y estudiantes de la importancia de las herramientas tecnológicas dentro del aula de clase.

Presentación del trabajo

El interés de presentar las instrucciones para la construcción de los sólidos platónicos y arquimedianos en el software cabri 3D, surge luego de cumplir la práctica en contextos e integral, las cuales fueron realizadas en el Club de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional como requisito para optar el título de Licenciado en Matemáticas.

En estos espacios de práctica tuvimos a cargo el curso de Geometría 3D, en el cual se realizó la construcción de los sólidos platónicos y arquimedianos en el software cabri 3D. Sin embargo la construcción de los sólidos platónicos ya había sido trabajada anteriormente por otros. Pero de los sólidos arquimedianos no se tenía registro de haber trabajado las construcciones en el software cabri 3D, entonces luego de leer documentos donde se describía el procedimiento que se le debía realizar a los sólidos platónicos para obtener algunos de los sólidos arquimedianos, se empezó a trabajar con estos datos y una vez se obtenía el sólido arquimediano, seguía la realización de las instrucciones que eran entregadas a los estudiantes del curso.

Algunos sólidos arquimedianos no tienen la descripción de los procesos que se deben seguir para obtenerlos, sin embargo se logro la construcción de estos teniendo en cuenta los polígonos que son caras de estos sólidos.



Marco teórico

Sólidos Platónicos¹: El origen de los sólidos platónicos se halla en la antigua Grecia. Son los griegos quienes por primera vez entienden que esos poliedros han de ser estudiados. El primer reporte de estos sólidos, procede de un yacimiento neolítico en Escocia, donde se encontraron figuras de barro de aproximadamente 2000 a.C.

Los sólidos hexaedro, tetraedro, icosaedro y octaedro fueron asociados a los elementos tierra, fuego, agua y aire, respectivamente. Se cree que esta asociación fue hecha por Empédocles (480 – 430 a.C.). Sin embargo Platón (447 – 347 a.C.) posteriormente relacionó el dodecaedro con la *sustancia de la que estaban compuestas las estrellas*.

Sin embargo, quién verdaderamente formaliza, y consagra los sólidos platónicos como elementos matemáticos y realiza construcciones de los mismos, inscribiéndolos en la esfera, es Euclides.

Se dice que un sólido platónico es un *poliedro regular*². Para entender de manera exacta qué es la regularidad en el espacio, se empieza recordando la definición en el plano. En dos dimensiones los polígonos son regulares si todos sus ángulos son iguales entre sí y todos sus lados son también iguales entre sí. El equivalente a esta segunda condición en el espacio sería que todas las caras del poliedro regular sean iguales entre sí. Además, en el plano todos los polígonos regulares son convexos, propiedad que se debe imponer en tres dimensiones, ya que en principio un poliedro podría no ser no convexo.

Sólidos Arquimedianos³: Son un grupo de poliedros convexos cuyas caras son polígonos regulares de dos o más tipos. La mayoría de estos se obtienen truncando los sólidos platónicos. Los sólidos arquimedianos son 13, siete sólidos se pueden obtener truncando sólidos platónicos: el tetraedro truncado, el cuboctaedro, el cubo truncado, el octaedro truncado, el icosidodecaedro, el dodecaedro truncado y el icosaedro truncado. Los dos rombicuboctaedros se pueden obtener a partir del cuboctaedro mediante sucesivas operaciones de truncamiento y desplazamiento radial de las caras. De forma similar, los dos rombicoidodecaedros se pueden obtener a partir del icosidodecaedro mediante sucesivas operaciones de truncamiento y desplazamiento radial de las caras.

Metodología del taller

La metodología que se pretende llevar a cabo con este taller está planteada en dos momentos, el primero se realizara una breve presentación del trabajo que se realizó en Club de Matemáticas con los estudiantes del curso de Geometría 3D y de las herramientas con las que se van a trabajar y estas donde están ubicadas. En seguida se repartirán las guías en las cuales se encuentran las instrucciones que se deben seguir para construir los sólidos platónicos y arquimedianos.

Las instrucciones son:

PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LOS SÓLIDOS PLATÓNICOS EN EL SOFTWARE CABRI 3D

Construcción del Tetraedro

1. Construya un segmento.
2. Construya una circunferencia con centro en un extremo del segmento y radio el segmento.
3. Repita el paso anterior en el otro extremo del segmento.

1 http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/historia/Los%20solidos%20platonicos.pdf

2 http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/historia/Los%20solidos%20platonicos.pdf

3 http://es.wikipedia.org/wiki/S%C3%B3lidos_arquimedianos

- Trace los segmentos desde uno de los puntos de intersección de las circunferencias a los extremos del segmento.
- Oculte las circunferencias
- Con la herramienta “punto medio”, halle el punto medio de los tres segmentos.
- Trace una recta que pase por el punto medio de un segmento y el vértice opuesto.
- Repita el paso anterior en los otros dos segmentos.
- Trace una recta perpendicular al plano que pase por el punto de intersección de las tres rectas.
- Construya una esfera con centro el punto de intersección de las tres rectas y radio uno de sus vértices.
- Construya segmentos que unan los vértices con el punto de intersección de la esfera con la recta perpendicular.
- Oculte la esfera y las rectas.
- Con la herramienta “poliedro” convexo una todos los vértices del tetraedro.

Construcción del Hexaedro o Cubo

- Trace un segmento en un plano, para lo cual debe seleccionar la herramienta segmento.
- Construya una circunferencia con centro en un extremo del segmento y radio el otro extremo.
- Trace una recta perpendicular, para lo cual deberá seleccionar la herramienta “recta perpendicular” y ubicar el mouse en el centro de la circunferencia, manteniendo el botón ctrl oprimido debe seleccionar el plano y luego construir la perpendicular respecto al segmento.
- Se repite el paso anterior al otro lado del segmento
- En las intersecciones de la primera recta construida con la circunferencia, se hacen dos rectas perpendiculares para formar un cuadrado.
- Bordee el cuadrado con segmentos y oculte las rectas y la circunferencia para que solo le quede el cuadrado.
- Ahora construya un plano perpendicular sobre un lado del cuadrado.
- En el plano construido se realiza una circunferencia con centro en un vértice del cuadrado y radio el segmento, ahora construya rectas perpendiculares a los extremos del segmento y una recta perpendicular a la recta que interseca la circunferencia por este punto de intersección.
- Bordee el cuadrado con segmentos y oculte las rectas y la circunferencia para que solo le quede el cuadrado.
- Sobre los vértices de los cuadrados cree rectas perpendiculares a los planos respectivos.
- Bordee los cuadrados con segmentos, oculte las rectas y los planos para que solo quede el Cubo.
- Para finalizar seleccione la herramienta “poliedro convexo” y una los vértices del cubo.

Construcción del Octaedro

- Construya un segmento.
 - Trace una circunferencia centrada en un extremo del segmento y radio este.
-



3. Construya un cuadrado.
4. Oculte las rectas y la circunferencia.
5. Trace las diagonales del cuadrado.
6. Por el punto de intersección de las diagonales, construya una recta perpendicular al plano.
7. Construya una esfera centrada en el punto de intersección de las diagonales y radio un vértice del cuadrado.
8. Halle los puntos de intersección de la esfera con la recta perpendicular al plano, oculte la esfera y una los puntos de intersección con cada uno de los vértices del cuadrado.
9. Oculte el plano y la recta.
10. Con la herramienta “poliedro convexo” una todos los vértices del octaedro.

Construcción del Dodecaedro

1. Construya un pentágono.
 2. Halle el punto medio de uno de los lados del pentágono.
 3. Trace la recta que pasa por el punto que acabo de hallar y el centro del pentágono.
 4. Construya una esfera con centro en el punto medio que hallo y radio el centro del pentágono.
 5. Por el punto de intersección de la esfera con la recta (que no es el centro del pentágono), trace una recta perpendicular al plano.
 6. Construya una esfera con centro el punto de intersección de la recta perpendicular con el plano y radio el centro del pentágono.
 7. Construya un plano que contenga un punto de intersección de la recta con la esfera y el segmento del pentágono al cual le hallo el punto medio.
 8. Construya una recta desde el punto de intersección de la esfera con la recta perpendicular y el punto medio del segmento.
 9. Halle el punto de intersección de la esfera de menos radio con la recta que construyó en el paso anterior.
 10. Construya un pentágono con centro en el punto de intersección que acabo de hallar y de tal manera que un vértice coincida con alguno de los dos vértices que determinan el lado del pentágono inicial.
 11. Construya una recta perpendicular al plano y que pase por el centro del pentágono que esta en este.
 12. Repita el procedimiento en el otro plano.
 13. Oculte las esferas.
 14. Construya otro plano que contenga el vértice que comparten los dos pentágonos y dos vértices adyacentes (uno de cada pentágono).
 15. Construya una recta perpendicular a este plano que pase por la intersección de las dos últimas rectas que construyo.
 16. Con centro en la intersección de la recta anterior y el plano construya un pentágono de tal manera que uno de sus vértices coincida con un vértice de algún pentágono que se encuentre en este mismo plano.
-

17. Oculte los planos.
18. Repita los pasos 14, 15, 16 y 17, nueve veces más
19. Oculte todas las rectas.

Construcción del Icosaedro

1. Construya un cuadrado.
2. Halle el punto medio de uno de los lados del cuadrado.
3. Construya una circunferencia con centro en el punto medio y radio uno de los vértices del segmento opuesto.
4. Construya la recta que contiene al lado el cual halló el punto medio.
5. Construya una recta paralela al lado adyacente al del punto medio, por uno de los puntos intersección de la circunferencia y la recta.
6. Construya una recta paralela a la recta que contiene el lado del cuadrado el cual halló el punto medio que pase por su lado opuesto.
7. Con la herramienta “polígono” construya un rectángulo que contenga al cuadrado y a las intersecciones de las rectas.
8. Oculte las rectas, el cuadrado, el punto medio y la circunferencia de modo que solo se vea el rectángulo.
9. Halle los puntos medios de un par de lados adyacentes del rectángulo.
10. Cree planos perpendiculares a los lados del rectángulo que pasen por los puntos medios.
- 11. Con la herramienta rotación, gire el rectángulo alrededor de la recta intersección del plano donde está el rectángulo y el plano paralelo a los lados más largos del rectángulo, desplazando un vértice del rectángulo al plano antes mencionado.**
12. De manera similar gire el rectángulo que acabó de rotar al otro plano.
13. Oculte el segundo rectángulo.
14. Repita los dos pasos anteriores pero girando el primer rectángulo al plano paralelo a los lados más cortos del rectángulo.
15. Oculte todos los planos.
16. Con la herramienta “poliedro” convexo una todo los vértices de los tres rectángulos.

PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LOS SÓLIDOS ARQUIMEDIANOS EN EL SOFTWARE CABRI 3D

Construcción del tetraedro truncado

1. Construya un hexágono regular.
 2. Elija un lado del hexágono y por cada extremo de este construya una recta que pase por el extremo del segmento adyacente al que escogió.
 3. Construya un tetraedro centrado en el mismo punto centro del hexágono y de tal manera que la base de este coincida con el triángulo que se formó en el paso anterior.
 4. En cada uno de los vértices de la cara que está en el plano construya una esfera centrada en estos y radio el vértice del hexágono.
-



5. Halle los puntos de intersección de las esferas con las aristas.
6. Oculte las esferas y las rectas.
7. Construya un plano que contenga una de las caras del tetraedro.
8. En el triángulo del plano, construya rectas perpendiculares a cada segmento y que pasen por el vértice opuesto a este.
9. Construya un hexágono regular con centro en el punto de intersección de las rectas que realizo en el paso anterior, de tal manera que dos lados del hexágono coincidan con los lados del triángulo del plano.
10. Construya una esfera en el vértice del triángulo y radio el vértice del hexágono.
11. Halle los puntos de intersección de la esfera con las aristas del tetraedro.
12. Oculte las rectas, la esfera, los centros de los hexágonos que construyo y el plano.
13. Construya un poliedro convexo uniendo todos los puntos.

Construcción del Cuboctaedro

1. Construya un cubo.
2. Halle los puntos medios de cada arista.
3. Oculte el cubo.
4. Construya un poliedro convexo uniendo todos los puntos.

Construcción del Cubo Truncado

1. Construya un octaedro regular.
2. Elija un segmento y por cada extremo de este construya una recta que pase por el extremo del segmento adyacente al que escogió.
3. Construya un cubo centrado en el mismo punto centro del octaedro, de tal manera que uno de sus vértices coincida con el punto de intersección de las dos rectas que construyo.
4. Construya una recta perpendicular al plano por el centro del octágono.
5. Halle el punto de intersección ente la recta y la cara del cubo opuesta a la cara donde esta el octágono.
6. Halle el punto medio entre el punto que acabo de hallar y el centro del octágono.
7. Construya una esfera con centro en el punto medio que hallo y radio uno de los vértices del octágono.
8. Halle los puntos de intersección de la esfera con cada una de las aristas del cubo.
9. Oculte el cubo, la esfera, la recta, el plano y el punto medio que hallo en el paso 6.
10. Construya un poliedro convexo uniendo todos los puntos.

Construcción del Octaedro Truncado

1. Construya un hexaedro.
 2. Elija un segmento y por cada extremo de este construya una recta que pase por el extremo del segmento adyacente al que escogió.
 3. Construya un octaedro centrado en el punto centro del hexágono y de tal manera que uno de sus vértices coincida con el punto de intersección de las rectas.
-

4. Construya una perpendicular al plano que pase por el punto centro del hexágono.
5. Halle el punto de intersección de la recta con la cara opuesta a la cara donde está el hexágono.
6. Halle el punto medio entre el punto que halló en el paso anterior y el centro del hexágono.
7. Con centro en el punto que acabo de hallar construya una esfera con radio un vértice del hexágono.
8. Halle los puntos de intersección de la esfera con cada arista del octaedro.
9. Oculte la esfera, la recta, el octaedro, el plano y el punto que hallo en el paso 6.
10. Construya un poliedro convexo uniendo todos los puntos.

Construcción del Rombicuboctaedro

1. Construya un octágono regular.
2. Construya una recta perpendicular al plano que pase por un vértice del octágono.
3. Centrado en el mismo vértice del paso anterior construya una esfera de radio el vértice adyacente.
4. Halle el punto de intersección de la esfera con la recta del paso 2.
5. Trace perpendiculares al plano por cada vértice de octágono.
6. Construya un plano paralelo que pase por el punto que halló en el paso 4.
7. Con la herramienta “polígono” construya cuadrados de tal manera que un lado de este sea un lado del octágono y su lado opuesto sea la unión de los puntos de intersección de las rectas con el plano paralelo.
8. Construya un plano que contenga una de las rectas perpendiculares y la recta que está a tres vértices de esta.
9. Construya un plano paralelo al del paso anterior que pase por un vértice adyacente del lado del plano que tiene más vértices.
10. Teniendo en cuenta los cuadrados que quedan entre los planos trace dos diagonales de tal manera que la primera contenga un vértice superior de un cuadrado y uno inferior del lado opuesto y la segunda que vaya del vértice adyacente superior al vértice inferior del cuadrado opuesto.
11. Cree una recta perpendicular a uno de los planos de los pasos 8 ó 9 que pase por el punto de intersección de las diagonales del paso anterior.
12. En cada plano paralelo construya un octágono regular centrado en el punto de intersección de la recta del paso anterior y el plano, y expándalo hasta uno de los vértices de los cuadrados.
13. Oculte planos, rectas y los puntos centros de los polígonos que construyo.
14. Con la herramienta “poliedro” convexo una todos los puntos.

Construcción del Cuboctaedro Truncado

1. Construya un cuboctaedro.
 2. Construya un plano que contenga una cara del cuboctaedro.
 3. Construya una recta que pase por un vértice de la cara que está en el plano.
 4. Construya una circunferencia con centro en un punto de la recta, cerca al vértice y radio este.
-



5. Construya una circunferencia con centro en el punto de intersección de la recta con la circunferencia del paso anterior, y radio el centro de esta.
6. Construya una recta que pase por el punto de intersección de la última circunferencia que realizó con la recta y el vértice que está en la misma arista.
7. Trace una recta paralela a la del paso 6, que pase por el centro de la segunda circunferencia.
8. Trace otra recta paralela a la del paso 7 que pase por el centro de la primera circunferencia.
9. Halle los puntos de intersección entre las dos rectas paralelas y la arista.
10. Cree una esfera con centro el vértice y radio uno de los puntos de intersección del paso 9.
11. Halle los puntos de intersección de la esfera con las aristas.
12. Cree otra esfera con centro en el mismo vértice del paso 10 y radio el otro punto de intersección del paso 9.
13. Halle los puntos de intersección de la esfera con las aristas.
14. Realice los pasos 10, 11, 12 y 13 en cada vértice.
15. Con la herramienta “poliedro” convexo una todos los puntos que hallo.

Construcción del Cubo Romo

1. Construya un cuboctaedro truncado.
2. Con un color diferente repise los vértices dejando unos de por medio.
3. Oculte el cuboctaedro truncado y los puntos de color diferente a los del paso 2.
4. Con la herramienta “poliedro” convexo una los puntos.

Construcción del Icosidodecaedro

1. Construya un dodecaedro.
2. Halle los puntos medios a cada arista.
3. Oculte el centro del dodecaedro, el plano y el dodecaedro.
4. Con la herramienta “poliedro” convexo una los puntos.

Construcción del Dodecaedro Truncado

1. Construya un dodecaedro regular y trace segmentos por todos los vértices.
 2. Oculte el punto centro del polígono.
 3. Trace una recta que pase por uno de los vértices del dodecaedro (de manera que no sea colineal con ninguna arista).
 4. Construya una circunferencia con centro un punto de la recta (preferiblemente cerca al vértice), y radio el vértice.
 5. Construya una circunferencia con centro en el punto de intersección de la recta y la circunferencia y radio el centro de la circunferencia anterior.
 6. Trace una recta desde el vértice que comparte la arista con el vértice antes mencionado (los vértices que están más cerca de las circunferencias), y el punto de intersección de la recta y la segunda circunferencia.
-

7. Construya dos rectas paralelas a la del paso anterior que pasen por los centros de las circunferencias.
8. Construya una esfera con centro el vértice (con el cual construyó la primera recta) y radio la intersección de la arista con una de las rectas paralelas.
9. Marque los puntos de intersección de las aristas con la esfera.
10. Oculte la esfera, las rectas, las circunferencias.
11. Construya otra esfera con centro el vértice (con el cual construyó la primera recta y radio la intersección de la arista con la otra recta paralela).
12. Marque los puntos de intersección de las aristas con la esfera y oculte la esfera.
13. Con centro en un vértice adyacente al anterior construya una esfera que pase por uno de los puntos que marco en el paso anterior y marque los puntos de intersección de las aristas con la esfera y oculte la esfera.
14. Con centro en el vértice anterior construya una esfera que pase por el otro punto que marco y halle los puntos de intersección de las aristas con la esfera y oculte la esfera.
15. Repita los pasos anteriores en todas las aristas del dodecaedro, de tal manera que cada una quede marcada con dos puntos.
16. Oculte todos los segmentos y los puntos extremos de estos.
17. Oculte el dodecaedro y el plano.
18. Con la herramienta “poliedro regular” una todos los puntos.

Construcción del Icosaedro Truncado

1. Construya un icosaedro regular y trace segmentos por todos los vértices.
 2. Oculte el punto centro del polígono.
 3. Trace una recta que pase por uno de los vértices del icosaedro (de manera que no sea colineal con ninguna arista).
 4. Construya una circunferencia con centro un punto de la recta (preferiblemente cerca al vértice), y radio el vértice.
 5. Construya una circunferencia con centro en el punto de intersección de la recta y la circunferencia y radio el centro de la circunferencia anterior.
 6. Trace una recta desde el vértice que comparte la arista con el vértice antes mencionado (los vértices que están más cerca de las circunferencias), y el punto de intersección de la recta y la segunda circunferencia.
 7. Construya dos rectas paralelas a la del paso anterior que pasen por los centros de las circunferencias.
 8. Construya una esfera con centro el vértice (con el cual construyó la primera recta) y radio la intersección de la arista con una de las rectas paralelas.
 9. Marque los puntos de intersección de las aristas con la esfera.
 10. Oculte la esfera, las rectas, las circunferencias.
 11. Construya otra esfera con centro el vértice (con el cual construyó la primera recta y radio la intersección de la arista con la otra recta paralela).
 12. Marque los puntos de intersección de las aristas con la esfera y oculte la esfera.
-



13. Con centro en un vértice adyacente al anterior construya una esfera que pase por uno de los puntos que marco en el paso anterior y marque los puntos de intersección de las aristas con la esfera y oculte la esfera.
14. Con centro en el vértice anterior construya una esfera que pase por el otro punto que marco y marque los puntos de intersección de las aristas con la esfera y oculte la esfera.
15. Repita los pasos anteriores en todas las aristas del icosaedro, de tal manera que cada una quede marcada con dos puntos.
16. Oculte todos los segmentos y los puntos extremos de estos.
17. Oculte el icosaedro y el plano.
18. Con la herramienta poliedro regular una todos los puntos

Para lo anterior se requiere de una sala de informática, donde sus computadores cuenten con el software cabri 3D

Referencias Bibliográficas

- Ángel H, Vera J, Segura R. El uso del cabri y el material concreto. Trabajo de practica en contextos no publicado, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.
 - Fernández A, prieto M. Icosaedro y ϕ . Suma 2005; 48: 23 – 32.
 - Sierra D, Marín R. Club de Matemáticas UPN Geometría 3D (Cabri 3D). Trabajo de practica en contextos no publicado, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.
 - Sierra F, Melo C. Un acercamiento a la geometría 3D. Trabajo de practica integral no publicado, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.
 - http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/historia/Los%20solidos%20platonicos.pdf (13 de Junio 2009)
 - http://es.wikipedia.org/wiki/S%C3%B3lidos_arquimedianos (16 de Mayo 2009)
 - <http://www.youtube.com/watch?v=YBO4IBDjb9U> (28 de Agosto de 2009)
-