

¿Son las perspectivas socioculturales de las matemáticas y de las pedagogías de las matemáticas incompatibles con las perspectivas cognitivas?

Carlos E. Vasco U.

ASOCOLME

Pasto, 8 de octubre de 2009

1

Preliminares

- ¿La matemática o las matemáticas?
- Hay al menos cinco tipos de pensamiento matemático, sin contar el pensamiento lógico.
- Numérico, espacial, aleatorio, algebraico-analítico, y uno transversal a todos:
- el pensamiento variacional.
- Prefiero el plural “las matemáticas”.

2

“Mathesis” y “Mathetiké”

- “Ta Mathematika” eran “las cosas que había que aprender”.
- “Mathesis” parece haber sido tanto el contenido como el proceso de aprender.
- La “Didaktiké”, o sea “la didáctica”, que estudia la enseñanza, o “el enseñar”, tiene una contraparte:
- La “Mathetiké”, o sea “la matética”, que sería la disciplina que estudia el aprendizaje,
- que prefiero llamar “el aprender”.

3

Otra precisión

- ¿Educación matemática, Matemática educativa, Didáctica de las matemáticas o Pedagogía de las matemáticas?
- La distinción entre formación y educación.
- La distinción entre formar y formarse, educar y educarse, enseñar y aprender.
- Un capítulo en el vol. 29 de la Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía, con Alberto Martínez Boom y Eloísa Vasco Montoya.

4

La referencia completa es

Vasco Uribe, C. E., Martínez Boom, A. y Vasco Montoya, E. (2008). Educación, pedagogía y didáctica. Una perspectiva epistemológica. En G. Hoyos Vásquez (Ed.), *Filosofía de la Educación* (Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía, vol. 29, pp. 99-127). Madrid: Editorial Trotta-Consejo Superior de Investigaciones Científicas CSIC.

5

Propuesta inicial:

- Vasco, C. E. (1990). Algunas reflexiones sobre la pedagogía y la didáctica. En: M. Díaz y J. Muñoz (Eds.), *Pedagogía, discurso y poder* (pp. 107-122). Bogotá: CORPRODIC.

6

Procesos y disciplinas

- La pedagogía trata sobre el proceso de formación y educación en general (en plural, “las ciencias de la educación”).
- La didáctica trata sobre el proceso de formar, de enseñar (en plural, “las ciencias del enseñar”: “teaching sciences”).
- La matética trata sobre el proceso de formarse, de aprender (en plural, “las ciencias del aprender”: “learning sciences”).

7

Por lo tanto,

- las pedagogías, las didácticas y las matéticas de las matemáticas son disciplinas antrópicas,
- no son ciencias formales como las matemáticas, la lógica o las lógicas, etc.
- Son ciencias fácticas, pero de complejidad biótica antrópica.
- Por eso hay tanta diversidad de enfoques, modelos, teorías, métodos y técnicas.

8

Lee Shulman (1985)

- Conocimiento pedagógico CP (Pedagogical Knowledge PK).
- Conocimiento de los contenidos CC (Content Knowledge CK).
- Conocimiento pedagógico de los contenidos CPC (Pedagogical Content Knowledge PCK).

9

Graeber y Tirosh (2008)

Pedagogical Content Knowledge: Useful concept or elusive notion.

En: P. Sullivan y T. Wood (eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education* (vol. 1, pp. 117-132). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.

10

Mis expresiones preferidas

- Prefiero “la pedagogía de las matemáticas”
- como la disciplina que estudia la formación y la educación en matemáticas.
- Prefiero “la didáctica de las matemáticas” como la disciplina que estudia el aspecto de formar en matemáticas: el enseñar matemáticas,
- en diálogo con lo que vamos aprendiendo con la práctica de “la matemática de las matemáticas” como la disciplina que estudia el aspecto de formarse en matemáticas: el aprender matemáticas.

11

Los plurales

- También utilizo los plurales:
- “las pedagogías”,
- “las didácticas” y “las matemáticas”,
- para enfatizar la diversidad de paradigmas, modelos, teorías y programas de investigación sobre la formación y la educación en general
- y sobre la formación y la educación matemática en particular.

12

Las ciencias de la educación

- Psicología educativa
- Sociología de la educación
- Economía de la educación
- Historia de la educación
- Filosofía de la educación.
- No figuraba la antropología.

13

Constructivismos

- Desde Piaget y sus colaboradores en los años treinta y cuarenta.
- La génesis de las estructuras lógicas elementales, del espacio, del tiempo, del número, de la lógica en el niño.
- Constructivismo epistemológico, psicológico y didáctico.

14

Referencias

Las obras de Piaget y sus colaboradores sobre las estructuras lógicas elementales, el espacio, el tiempo y los números, la probabilidad, etc.

Piaget, J. y García, R. (1982). *Psicogénesis e historia de la ciencia*. México: Siglo XXI.

Sobre los distintos constructivismos puede verse:

Vasco, C. E. (Ed.). (1999). *Constructivismo en el aula: ¿Ilusiones o realidades?* Bogotá: Centro Editorial Javeriano CEJA.

15

El constructivismo en matemáticas

- Jeremy Kilpatrick, Leslie Steffe, Ernst von Glasersfeld en el Estado de Georgia, EE. UU.
- Guy Brousseau y Gérard Vergnaud en Francia
- Claude Janvier, Nicolas Herscovics, Carolyn Kieran, Anna Sierpinska, Juan Pascual-Leone, Robbie Case en el Canadá.
- Montserrat Moreno, Genoveva Sastre, Carmen Gómez, César Coll, Eduardo Martí, Mario Carretero, José Ignacio Pozo y muchos otros en España.

16

Cambio conceptual

- Énfasis en los conceptos, proposiciones, inferencias y teorías.
- Definiciones, axiomas, teoremas, demostraciones, teorías.
- Obstáculos epistemológicos, didácticos, culturales, lingüísticos, etc.
- Concepciones alternativas.
- Distintas comprensiones de la expresión “cambio conceptual”.

17

Antecedentes del enfoque sociocultural

- La historia de las matemáticas en las distintas culturas.
- Los trabajos de Vigotsky y Luria sobre otras culturas en la antigua URSS.
- El enfoque histórico-cultural.
- En Italia, Paolo Boero, Lucía Grugnetti, Mariolina Bartolini-Bussi, Fulvia Furinghetti,
- En Estados Unidos, Michael Cole, Sylvia Scribner, Barbara Rogoff, James Wertsch.
- Paul Cobb, Erna Yackel, Terry Wood:
- el enfoque sociocultural norteamericano.

18

La antropología

- Se empezó a trabajar con la etnografía.
- Volver a las escuelas y colegios y a las aulas de clase
- como si fueran culturas lejanas y extrañas.
- La Teoría Antropológica de la Didáctica
- “la TAD”.
- Yves Chevallard y Michèle Artigue en Francia.
- Marianna Bosch, Pilar Bolea y Josep Gascón en Barcelona.

19

Dicen que...

- “la TAD de Chevallard es la última palabra”.
- Que “los enfoques cognitivistas al estilo de Piaget, Vergnaud, etc.,
- y los enfoques epistemológicos al estilo de Brousseau
- ya quedaron superados”.
- Que “son paradigmas obsoletos”.

20

Las tres etapas de Comte

- Hacia 1850 Augusto Comte distinguió
- la etapa mítica,
- la etapa filosófica,
- la etapa científica de la Humanidad.
- Ya hemos llegado a la verdadera ciencia social,
- y las otras dos etapas están superadas.

21

Thomas Kuhn

- Las revoluciones científicas de los años 60.
- Los paradigmas son inconmensurables.
- El cambio de paradigma se hace por motivos irracionales.
- Crítica a la epistemología del Círculo de Viena y a la de Karl Popper.
- Respuestas de Paul Feyerabend y de Imre Lakatos.

22

Imre Lakatos

- Discípulo de Karl Popper en Londres.
- Se hizo famoso por su estudio sobre pruebas y refutaciones en matemáticas, con el caso del teorema de Euler sobre los poliedros y del llamado “falso teorema” de Cauchy.
- Sus discípulos publicaron dos volúmenes de estudios epistemológicos en donde propuso la idea de los programas de investigación.

23

Referencias

- Balzer, W., Moulines, C. U., and Sneed, J. D. (1988). *An architectonic for science: The Structuralist Program* (Synthese Library, 186). Dordrecht: Kluwer.
- Díez, J. A. y Moulines, C. A. (2003). *Fundamentos de filosofía de la ciencia*. Barcelona: Ariel.

24

El pensamiento complejo

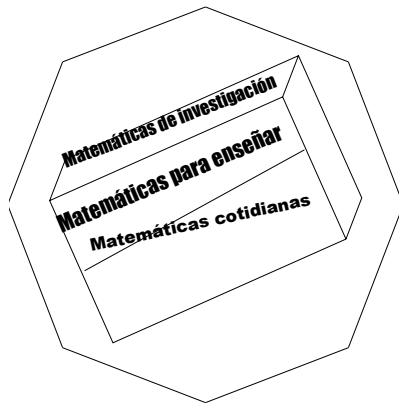
- Edgard Morin
- Nadie piensa que nada humano sea simple.
- No ofrece maneras de atender a la complejidad.
- Pero hace un llamado clave a mantener una vigilancia crítica sobre las simplificaciones de los modelos y de las teorías,
- necesarias pero limitantes.

25

La complementariedad

- de paradigmas, modelos, teorías, métodos y técnicas:
- La multidisciplinariedad,
- La interdisciplinariedad,
- La transdisciplinariedad.
- El octágono de la investigación en didáctica de las matemáticas.

26

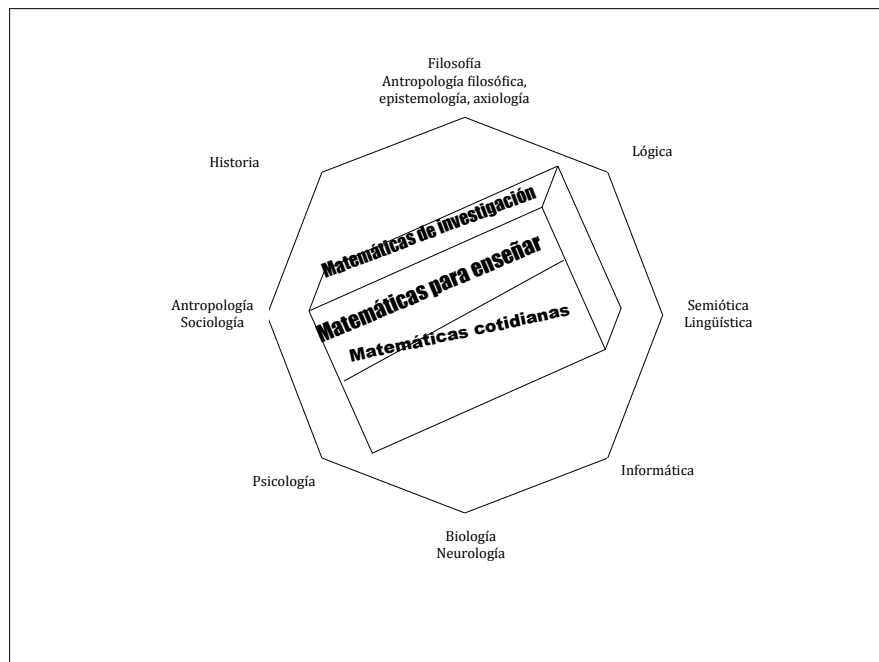


27

El octágono de puntos de vista

- En la cúspide, la filosofía, con la ontología, la antropología filosófica, la epistemología, la axiología y la ética.
- En la base, la biología y las neurociencias.
- En el lado izquierdo, la psicología, la socio-antropología y la historia.
- En el lado derecho, la informática, la semiótica y la lógica.

28



29

Las matemáticas

- son disciplinas formales, no fácticas;
- pero la pedagogía y la didáctica de las matemáticas son disciplinas bióticas antrópicas
- (Carlo Federici).
- o ciencias sociales, ciencias humanas o “ciencias del espíritu” (Geisteswissenschaften).
- Por eso hay tanta diversidad de paradigmas.

30

Los enfoques socioculturales

- histórico-sociales
- socio-antropológicos o
- antropológicos
- aportan una saludable crítica a las pretensiones de la psicología de la persona individual de resolver todos los problemas de la formación y la educación en matemáticas.

31

El ejemplo de los números “naturales”

- ¿Son universales?
- Los sistemas de numeración no, pero...
- El cero es poco natural...
- Los enteros positivos y negativos \mathbb{Z}
- Los occidentales vs. los chinos:
- Ying y Yang.

32

La etnomatemática

- Ubiratan D'Ambrosio y Paulus Gerdes.
- Nuevos modelos y nuevas teorías.
- No han resultado tan nuevos...
- Pero sí abren nuevos caminos didácticos.
- El caso de las simetrías de las decoraciones.
- Los grupos de vasijas, frisos y murales.

33

Los platos y vasijas

- D_n
- C_n
- D_3
- C_3
- I



34

Los frisos

- No hay sino
- siete grupos de frisos



35

Los murales

- Hay sólo
- 17 grupos de murales



36

Las teselaciones no periódicas



37

Otros ejemplos

- Los estudiantes que sacan “E” en álgebra en octavo y noveno
- y confiesan no haber entendido nunca nada.
- El método “Kumon”.
- “Los objetos o conceptos son emergentes de las prácticas”.
- ¿Qué significa “emergentes”? ¿Emergentes en dónde? ¿Cómo emergen?
- ¿Por qué surgen objetos diferentes?

38

Las prácticas rituales

- Ejemplo de participar en la misa del domingo.
- No hay que saber teología para enseñar esa práctica, ni para aprenderla.
- Ver la enseñanza de las matemáticas con el modelo de las prácticas rituales aporta mucho.
- Pero tampoco agota las complejidades del proceso.

39

Las preguntas son...

- ¿Queremos que nuestros estudiantes aprendan álgebra
- como aprenden a participar en la misa?
- ¿Qué los números reales y las funciones emerjan de las prácticas matemáticas
- como los ángeles y los demonios de las prácticas religiosas?
- ¿En dónde está la diferencia?

40

La misma TAD

- también ayuda a comprender el uso de artefactos, regla y compás, materiales, calculadoras, ...
- Instrumentación del agente.
- Instrumentalización del artefacto.

41

La misma TAD reintroduce

- la necesidad de incorporar elementos del enfoque cognitivo, del enfoque epistemológico y del enfoque semiótico.
- A cada componente “X”
- le agrega “-logía”. Por ejemplo,
- la TAD complementa la prácticas y las técnicas con las praxeologías y las tecnologías.

42

Aporte de la TAD

- a la definición de concepto de Vergnaud:
- La tripla Situaciones-Formas-Invariantes
- (S, F, I).
- La TAD complementa la descripción de las situaciones con los contextos y las prácticas.
- El enfoque noético-semiótico de Duval complementa la descripción de las formas con los registros semióticos y las representaciones.

43

Aportes de los enfoques socioculturales

- La necesidad de partir de las prácticas sociales, la cultura, la historia y las prácticas en de iniciación en las que se introducen las nuevas generaciones
- refuta las perspectivas exclusivamente cognitivas individualistas y las exclusivamente epistemológicas idealistas.

44

Pero los niños y niñas

- con discapacidades cognitivas refutan las pretensiones de exclusividad de los enfoques socioculturales.
- Las dificultades diferenciales en un salón de clase con estudiantes de la misma vecindad, cultura, lengua, estrato social y hasta la misma edad refutan las pretensiones de exclusividad.

45

¿Cómo organizar...

- los modelos,
- las teorías,
- los enfoques,
- los paradigmas,
- las comunidades científicas
- los programas de investigación?

46

El neo-estructuralismo modelo-teorético

- Parte de la crítica de Thomas Kuhn a la epistemología de Karl Popper
- y de la respuesta de Imre Lakatos a esa crítica, con su teoría de los programas de investigación científica.

47

La teoría de Lakatos

- sobre los programas de investigación progresivos o regresivos
- se desarrolla por Balzer, Moulines y Sneed
- con la distinción entre modelos y teorías y las series o sucesiones de ellos que constituyen un programa de investigación.

48

Programa de investigación

- Una serie de teorías en Lakatos



49

La teoría de modelos

- En lógica matemática, a partir de 1945, se separan los modelos de las teorías.
- Un modelo es un sistema de componentes con sus operaciones y sus relaciones (S, D, E).
- Una teoría es un subconjunto de proposiciones de un lenguaje articulado, con un morfismo de interpretación triple de los componentes de cada proposición atómica hacia el modelo.

50

El morfismo de interpretación

- refiere los términos del lenguaje a los componentes del sustrato S del modelo,
- los transductores del lenguaje a las transformaciones de la dinámica D,
- y los predicados del lenguaje a las relaciones de la estructura E del modelo.
- Un modelo como tripla (S, D, E).

51

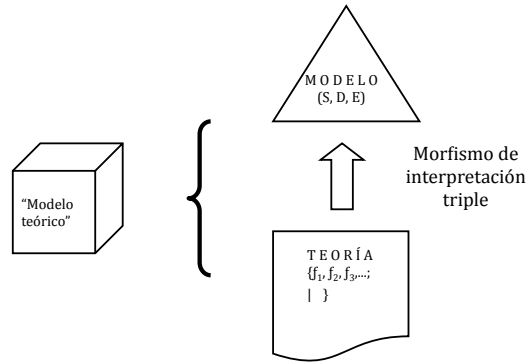
Modelos y teorías

- Se pasa del aprendizaje de modelos analógicos, por imitación, por esquemas motores, por íconos y recetas sintácticas, a poder dar razón de por qué esas prácticas son así y no de otra manera.
- Se trata de refinar y precisar los modelos a partir de la teoría y refinar y extender las teorías mismas.
- Esa distinción entre lo análogo y lo digital vuelve a hacer visible la distinción entre modelo y teoría y la necesidad de los morfismos de interpretación.

52

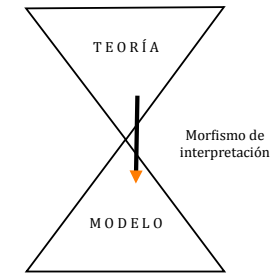
Modelo-teoría-morfismo

- Se distingue el modelo de la teoría:



53

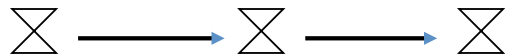
Ícono para modelo-teoría



54

Programa de investigación

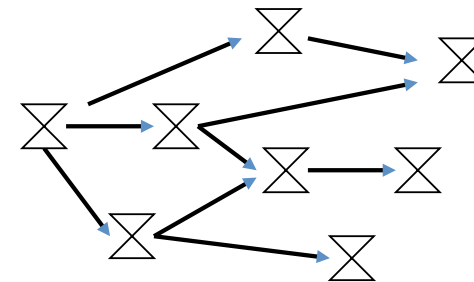
- En Balzer, Moulines y Sneed son series de parejas modelo-teoría:



55

Los programas de investigación

- no son series de teorías, ni sucesiones de teorías y modelos, sino redes o grafos dirigidos:



56

Nodos de los programas

- El modelo transmisionista con la teoría de la didáctica prescriptiva clásica (“de recetas”).
- El modelo del aprendizaje conductista con la teoría de la Tecnología Educativa y el Diseño Instruccional.
- El modelo del aprendizaje neo-conductista de Robert Gagné.
- El modelo del aprendizaje post-neo-conductista de Albert Bandura.

57

El programa constructivista

- El modelo constructivista con la teoría cognitivo-genética piagetiana de Vergnaud.
- El modelo constructivista con la teoría cognitivo-epistemológica de Brousseau.
- Los modelos constructivistas norteamericanos desde Kilpatrick, Steffe y von Glasersfeld hasta los modelos computacionales de la Inteligencia Artificial con sus respectivas teorías.

58

Otros programas de investigación

- El modelo del aprendizaje como internalización con la teoría de la psicología vigotskiana.
- El modelo del aprendizaje histórico-cultural con la teoría neo-vigotskiana y la teoría de la actividad humana de Leontiev.
- El modelo histórico-social de los italianos.
- El modelo cultural de Luis Radford.

59

Y otros más...

- El modelo de aprendizaje social con la teoría de las reglas sociales, sociomatemáticas y matemáticas de Paul Cobb, Terry Wood y Erna Yackel.
- El modelo del aprendizaje de prácticas sociales con la TAD de Chevallard, Artigue, Bosch, Bolea y Gascón.
- Debe complementarse al menos con la teoría crítica de Ole Skovmose y Paola Valero.

60

Hay otros nuevos:

- El modelo onto-semiótico con la teoría de las funciones semióticas de Juan Díaz-Godino.
- El modelo noético-semiótico con la teoría de los registros semióticos de representación de Raymond Duval.
- Y seguirán surgiendo otros nodos más.
- Son puntos de vista sobre un proceso demasiado complejo para que agotarlo desde uno solo de ellos.

61

Y otros programas de investigación

- como el asociado con el giro lingüístico en las ciencias sociales y las teorías del discurso,
- con nodos en Teun van Dijk, Michel Foucault, la línea bakhtiniana, Rom Harré y Deborah Schiffrin.
- Seguirán surgiendo otros nodos más.
- Son puntos de vista sobre un proceso demasiado complejo para que agotarlo desde uno solo de ellos.

62

Conclusión

- Cada uno de estos programas, con sus sucesivos o paralelos modelos y teorías
- ha mostrado aspectos que permanecían ocultos para los paradigmas previos,
- y tienen aún mucho que aportar.
- La única manera de saber cuánto aportará cada uno es practicarlos, impulsarlos, revisar y criticar sus resultados y contrastarlos con otros.

63

... pero ...

- ninguno puede agotar la complejidad de los procesos de aprender y enseñar matemáticas.
- Ninguno puede reclamar ser el único modelo ni tener la mejor teoría.
- Ninguno puede reclamar que los demás están superados en el sentido de “obsoletos”.
- Solamente en el sentido de “Aufhebung” de los nodos anteriores de su propio paradigma, y de los más cercanos de otros.

64

FIN

**Y COMIENZO DE MUCHAS
INVESTIGACIONES**

DESDE DIVERSOS PARADIGMAS Y
PROGRAMAS DE INVESTIGACIÓN