

Utilidad e interés de la didáctica para un profesor (1^a parte)*

Guy Brousseau

Traducción española: J. Díaz Godino

Cuando se me pidió un artículo sobre "lo que la didáctica de las matemáticas puede aportar a UN profesor de secundaria" estuve fuertemente tentado a eludir el compromiso ya que la apuesta me parecía bastante difícil.

Esta reticencia proviene de un conjunto de circunstancias desfavorables y escandalosas:

—!la didáctica es difícil de explicar, sobre todo a los profesores;

—frecuentemente es más difícil de explicarsela a medida que esperan más efectos de ella; desde este punto de vista, las condiciones de la enseñanza en el primer ciclo de secundaria son vividas como tan malas que justifican las expectativas más imperiosas;

—todavía es más difícil de justificar a sus ojos cuando piensan que la didáctica debe aportarles una ayuda para lo esencial, bajo forma de innovaciones, veremos después por qué;

—además, el tema que se me ha propuesto agrava la

situación: se me pide presentar, no lo que la didáctica puede hacer, sino lo que pueda cambiar en la vida de UN profesor cualquiera de secundaria;

—por último, existe un contencioso rastretero con los innovadores y los partidarios de la didáctica-acción en relación a lo que es, puede y debe hacer la didáctica; el malentendido es tal que frecuentemente ha desalentado a los IREM a proponer una solución coherente para sobrevivir cuando el gobierno ha mostrado algunas veleidades de reorganizar este tipo de investigaciones pedagógicas; la didáctica ha sido presentada como una alternativa, mas bien como obstáculo, a las aspiraciones de una parte de los profesores que reivindican una concepción ampliada de la "investigación" y no ha obtenido por esta circunstancia ninguno de los medios de los que tiene necesidad incluso para existir.

Durante mucho tiempo me he abstenido de responder de otro modo que por mis trabajos y por el ejemplo de mis relaciones con los profesores y los maestros.

* N.R.—

1. Este trabajo es una traducción del artículo del profesor Guy Brousseau publicado en el número 21 de la Revista Petit x nº 21 pp. 47 a 68. La redacción de la Revista Suma, tras recibir la autorización del autor, ha considerado de interés su publicación en este número, tanto por el tema que trata como por el prestigio internacional de su autor.

2. Guy Brousseau fué alumno de la Escuela Normal y después maestro durante 10 años, iniciando sus estudios universitarios en Burdeos. En 1965, creó el CREM (Centro de Investigación sobre la Enseñanza de la Matemática, que se convertiría en el IREM en 1969) y en 1971 comienza un trabajo sistemático de observación en una escuela primaria: intenta hacer una escuela "para la investigación". La escuela Jules Michelet se crea oficialmente como "Escuela para la observación" en 1975. Este mismo año, obtiene en Burdeos -y al mismo tiempo en París y Estrasburgo - un D.E.A. de Didáctica de las Matemáticas. Desde hace 20 años, experimenta los objetos de enseñanza que él produce con la ayuda de la teoría de la transmisión de los conocimientos matemáticos que ha ideado, que enseña, y que continua construyendo: la didáctica de las matemáticas.

3. En el artículo se utiliza el término educación "secundaria". Entiéndase; educación para alumnos de 11 a 15 años.

Animado por la redacción de "Petit x" y el éxito de su revista, acepto hoy este desafío con la esperanza de aportar una contribución útil. La abnegación de los profesores por la causa de la educación les hace capaces de entender y comprenderlo todo, ésta es la única justificación de mi optimismo.

Objetos de la Didáctica

Tratemos pues de tomar un problema banal de enseñanza -un problema no resuelto- y de buscar lo que la didáctica puede hacer.

En la escuela elemental, los alumnos se entrena n, siguiendo las reglas del cálculo, en pasar de un término (sin variable) a otro - que es igual a él- hasta la obtención del **resultado** bajo su forma canónica. " $3+4=7$ " es leido como: "efectuando correctamente el cálculo $3+4$ se encuentra 7 ". $3+4$ es quizás igual a 7 , no puede sustituirlo como respuesta, no le es **equivalente**.

Cuando estos alumnos aprenden álgebra, se trata de entrenarles en pasar de una fórmula a otra que es lógicamente equivalente, hasta la obtención de una relación utilizable para lo que se quiere hacer. " $3+4=7$ y $7=4+x$ " implica " $x=3$ ".

Superficialmente, se podría pensar que el profesor y el alumno continúan sirviéndose de los mismos conocimientos antiguos a los cuales se unen los nuevos; se limita a escribir lo que anteriormente sólo se pensaba; bastaría ver " $3+4$ " como un número, " x " como un número desconocido, " $=$ " como la identidad ... De hecho, es bien conocido que todo ha cambiado a propósito de estas escrituras familiares: el uso que se hace, el sentido que se le da, el fin de las transformaciones que se realizan ... Al lector que parezca insuficiente esta introducción intuitiva y breve debe remitirse a los trabajos de Y. Chevallard sobre estas cuestiones.¹

El alumno, por tanto, debe, no sólo aprender nuevos conocimientos, sino tambien re-aprender y re-organizar los antiguos y olvidar - o más bien des-aprender una parte.

¿En qué medida esta observación es compatible con las bases de la evaluación tal y como se practica hoy? ¿Estas bases siguen siendo válidas? ¿Podemos mejorarlas directamente sin implicar a los métodos didácticos y las concepciones de los enseñantes? No sabemos distinguir

bien las diferentes relaciones que el enseñante y sus alumnos puedan tener con un mismo conocimiento, ni describir las diferentes significaciones que puede tomar según las circunstancias en las cuales sirve y según la persona que se sirve de él.

No sabemos afrontar bien el aprendizaje en términos de cambios de relaciones respecto del saber o en términos de transformaciones de conocimientos del alumno. No sabemos describir bien el papel de los conocimientos antiguos en la construcción de los conocimientos nuevos.

¿Qué lugar es preciso dejar en la enseñanza a estas reorganizaciones de los conocimientos antiguos en relación a las yuxtaposiciones de aprendizajes nuevos? ¿Este lugar depende de las nociones? ¿Existen conocimientos que se convierten en obstáculo para los aprendizajes ulteriores? ¿Existen técnicas didácticas más favorables que otras a este respecto?

Actualmente, la integración de los conocimientos nuevos a los antiguos se deja completamente a cargo del alumno, el profesor se contenta comunicando por etapas trozos del saber "verdadero" de nuestra época; ¿puede el enseñante prescindir del pasado del alumno dejándole entender que aparte de los algoritmos, todo lo que ha aprendido anteriormente es inutilizable? ¿Puede el alumno comprender lo que se le enseña bajo estas condiciones?

Los currícula construidos hoy no preven otra cosa que la yuxtaposición de los aprendizajes; ¿qué consecuencias observables se puede deducir de esta "insuficiencia", sobre la enseñanza, y sobre los pasos de un nivel escolar a otro? ¿y sobre las concepciones didácticas y epistemológicas de los profesores? ¿Se producen estas consecuencias? ¿Se pueden imputar sólo a esta causa?

Ciertamente, sería absurdo concluir que no es preciso enseñar el cálculo en la escuela primaria y no parece que sería fácil enseñar directamente el álgebra: **la enseñanza directa del saber definitivo es imposible** o en tal caso sería necesario renunciar a hacerlo funcionar. **La utilización y la destrucción de los conocimientos precedentes forman parte, por tanto, del acto de aprender.**

En consecuencia, es necesario admitir una cierta "reorganización didáctica" del saber que le cambia el sentido, y admite, por lo menos transitoriamente, una cierta dosis de errores y de contrasentidos, no solamente

¹ Ver Petit x, n. 5 y 19

por parte de los alumnos sino también del lado de la enseñanza. ¿Pero cómo transformar el saber para hacerle provisionalmente inteligible, sin hacerlo demasiado falso en los aspectos que no puedan ser borrados? ¿Y cómo rectificar a continuación los errores?

¿Y con qué derecho podría un profesor hacer sufrir transposiciones didácticas al saber cultural común? ¿Cómo regular las inevitables distorsiones? ¿Esta tarea puede estar completamente al cargo de UN profesor o incluso de ALGUNOS profesores? ¿Se les puede imponer que enseñen conocimientos falsos, incluso provisionalmente, sin un acuerdo cultural al respecto? ¿Este acuerdo se puede obtener si cada protagonista es conducido a tener que ignorar todo análisis serio? ¿Quién se encarga de esta transacción, qué organización social puede permitirla en condiciones honestas para todos?

Estas son algunas de las cuestiones "simples", casi ingenuas, que se plantean en didáctica de las matemáticas a propósito de UN FENÓMENO común relevante de su campo.

A propósito de este fenómeno, un primer carácter salta a la vista: es la complejidad, complejidad que, en dominios muy variados, requiere tanto investigaciones experimentales y reflexiones fundamentales como invenciones o investigaciones de ingeniería. Esta complejidad se resalta cuando se trata de plantear las cuestiones necesarias para las investigaciones, pero se hace agobiente, cuando para adoptar una decisión cualquiera, se trata de integrar las respuestas obtenidas eventualmente. Esta complejidad es suficiente para justificar la desconfianza: se podría invertir eternamente en investigaciones de detalle sobre la enseñanza, sin obtener otra cosa que sugerencias dispersas y gratuitas.

Un segundo carácter importante: las cuestiones planteadas requieren investigaciones en dominios de conocimientos muy diferentes, y de un modo que no parece posible responder independientemente a cada uno de ellos. Esta observación subraya la necesidad de una aproximación unitaria y sistemática de las cuestiones de didáctica.

Utilidad de la Didáctica

Es hora de inventariar las formas diferentes bajo las cuales un profesor de secundaria puede esperar ver que la didáctica de la matemática se manifiesta para él, los resultados que promete y los que ha obtenido. Es necesario explicar también porqué no se manifiesta actualmente de manera más evidente.

1. Técnicas para el enseñante

El profesor espera que AL MENOS la didáctica le proporcione lo esencial de LAS TECNICAS ESPECIFICAS de las NOCIONES A ENSEÑAR, compatibles con sus concepciones educativas y pedagógicas generales.

—Técnicas locales:

—comunes: preparaciones de lecciones, material de enseñanza, métodos claves puestos a punto, instrumentos de gestión, objetivos y evaluación;

—u optativos, para ciertos alumnos que presentan dificultades particulares.

—Técnicas globales, currícula para todo un sector de matemáticas, programas para varios años.

Esta expectativa es legítima, los didactas han comenzado a estudiar numerosas situaciones de enseñanza, originales o no, sobre todo al nivel elemental o superior. Pero estos estudios son largos y difíciles.

En el ejemplo anterior sobre el tratamiento de las escrituras, para la introducción del álgebra, todo o casi todo está por hacer, aún cuando algunas de las vías posibles comienzan a ser exploradas: ¿el álgebra se puede introducir hoy como recuperación teórica del estudio de la aritmética y de los números?, ¿o como sistema de designación de magnitudes?, ¿o como instrumento del estudio de las funciones?, ¿o como sistema formal autónomo?, ¿cómo estenografía de algoritmos que se refieren a valores desconocidos o no determinados?, ¿cómo medio de generalización o de modelización?... Se pueden improvisar numerosos montajes pero antes de proponer algunos, es preciso examinar sus propiedades en relación a un número considerable de exigencias. Como hacía observar Dieudonne "mientras que apenas fue necesario un siglo para que la geometría elemental lograra una forma casi definitiva, han sido necesarios 13 siglos desde Diofanto para que el álgebra llegue a ser lo que ahora conocemos", ¡el paso no debe ser tan evidente!

Además, el número de conocimientos a comunicar a los alumnos y por tanto el de situaciones específicas a proponerles es muy elevado. Para ser razonablemente comunicable a los enseñantes, la didáctica debe pues producir también conceptos unificadores, reagrupar los saberes, los problemas, las situaciones, los comportamientos de los alumnos, de manera que se permitan formas de intervención genéricas, según los tipos obtenidos.

La existencia de una técnica se apoya al menos sobre la identificación y el reconocimiento de prácticas y de sus resultados canónicos. Una ingeniería apoya las técnicas que propone sobre un campo científico. La comunicación, la utilización y la reproducción de las situaciones producidas reclama el recurso a conocimientos y saberes específicos.

Así la didáctica es el único medio de identificar exactamente lo que es un problema no resuelto de ingeniería didáctica, de identificar y de clasificar un trabajo original en este dominio, de precisar las condiciones de empleo y de reproducción de éste, y por tanto de reconocer y hacer reconocer las creaciones, las invenciones y los procesos de investigación y de producción científica en los enseñantes.

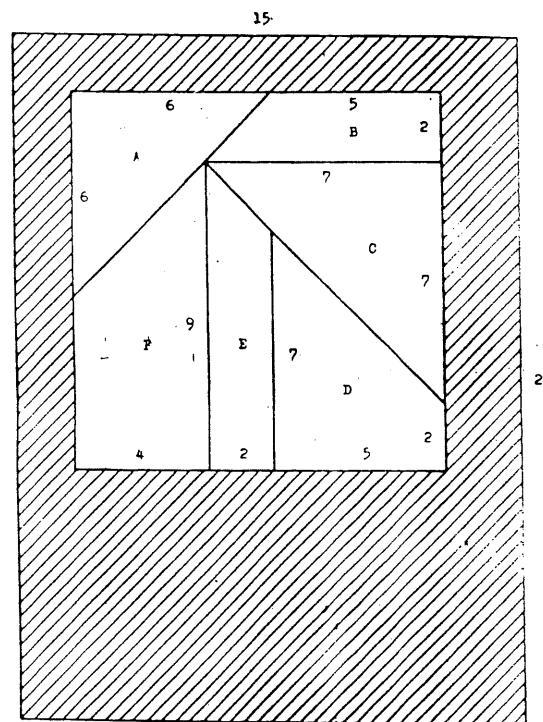
En definitiva, y haciendo respetar la parte técnica del oficio de profesor, la didáctica hace posible la negociación social de su trabajo. De este modo es el fundamento de la profesionalización de su actividad.

Pero el hecho de catalogar las situaciones de enseñanza no les da ninguna virtud para la enseñanza. ¿Qué ventajas podrían tener para los niños?

Los ejemplos a los cuales se puede uno referir muestran que las "buenas" situaciones, las que permiten realizar condiciones pedagógicas más exigentes, es decir, lecciones más seguras para el profesor siendo más abiertas para el alumno, no son verdaderamente comunicables si no son también bien estudiadas. La didáctica ha introducido situaciones más variadas y mejor adaptadas a intenciones específicas, como, por ejemplo, hacer adquirir un conocimiento por la acción, hacer adquirir un lenguaje, o una teoría, tratar un obstáculo epistemológico, ...

Se me perdonará que recuerde aquí un ejemplo personal pero bien conocido de los lectores de "**petit x**": la lección llamada "del PUZZLE".²

Indiquemos brevemente su contexto. Se trata, después de haber estudiado los racionales y los decimales como medidas (1,78 m por ejemplo), de extender su utilización por los alumnos a la designación y al cálculo de aplicaciones lineales (multiplicar por 1,78 por ejemplo). Los estudios muestran que los métodos clásicos de introducción, la mayoría fundados sobre la construcción explícita por composición de aplicaciones naturales ya



(Brousseau, 1986)

conocidas por los alumnos (multiplicar por 178 y dividir por 100), presentan insuficiencias. La idea consistía en poner a los alumnos ante la obligación de utilizar implícitamente tales aplicaciones (una familia bastante numerosa) y de prever sus efectos y sus propiedades (ordenarlas, prever su suma, su producto, ...) de manera que sean conducidos a buscar un modo cómodo de designarlas. Era necesario pues que aparecieran (una sola en un primer lugar, después otra y así sucesivamente), antes que nada como solución implícita de un problema de acción, con el fin de plantear a continuación los problemas de comunicación que justificaran explícitamente la búsqueda de un sistema de designación.

Este problema de acción, recordémoslo, consiste para los alumnos en encontrar el medio de agrandar las piezas de un puzzle de tal manera que la pieza de lado 4 tenga por imagen una pieza de lado 7 y que el puzzle imagen funcione también como un puzzle verdadero.

La astucia consiste en pedir a los pequeños grupos (de dos alumnos para favorecer la expresión de los conflictos cognitivos que surgirán) que reproduzcan cada uno una pieza del puzzle (para favorecer los conflic-

² He presentado y estudiado esta lección en 1981 en "Problemas de didáctica de los decimales", Recherches en Didáctica des Mathématiques, Vol 2.1. Ha sido citada en "petit x" n.º 9 (1985), pp 63-65 por Ph. Clapponi, en el n.º 11 (1986), p20 por F. Pluvinage. En el n.º 17 (1988) pp. 49-56, C. Morin da de manera detallada las conductas de los alumnos observados en las repeticiones que ha organizado.

tos que nacen de las tentativas de ajuste de las piezas). Les parecía claro que es necesario que la imagen de cada longitud se calcule con operaciones aritméticas elementales, pero cuáles. “¿La longitud medida +3cm”? “¿2 veces la longitud menos 1?” El intento de acoplar las piezas constituye un refuerzo real que no permite sino aplicaciones bastante próximas a $7/4$: “dos veces la longitud menos 1” funciona casi bien, salvo para 0.5 cm como es lógico.

La búsqueda por los alumnos de una **solución intelectualmente satisfactoria** va a ser la fuente de la comprensión después de la explicitación de la propiedad fundamental de la linealidad: ES NECESARIO que la imagen de la suma de dos longitudes sea la suma de las imágenes de estas longitudes. Pero si la solución no aparecía demasiado pronto la aplicación $x7/4$ se va a situar en un entorno implícito de funciones próximas, en el sentido topológico, que prefigura la estructura estudiada un poco más tarde.³

El éxito de este proceso, experimentado en el curso CM2 en condiciones favorables ha proporcionado mucha esperanza y entusiasmo mostrando además que su generalización a todas las clases de sexto sería difícil.⁴

Estas esperanzas de los profesores en la ingeniería son legítimas, pero van acompañadas de presupuestos que lo son menos: es necesario que para su puesta en práctica, estas técnicas no exijan otros conocimientos ni otras condiciones que las que disponen actualmente los profesores, los alumnos y sus padres. Y sería preciso que su utilidad y su eficacia se revelen, no obstante, inmediatamente a los ojos de todos, bajo forma de ventajas manifiestas y regulares en relación a las prácticas actuales.

Ahora bien, estas prácticas son consideradas como bien conocidas pero no son descritas completamente; el número de parámetros de las que parecen depender les hace aparecer como muy poco homogéneas, y según el momento, pueden estar tan llenas de todas las virtudes como de todos los defectos.

Es muy difícil para un investigador o para un profesor, publicar para sus colegas, pero también leer la

descripción detallada de las condiciones necesarias en una situación de enseñanza (en el estado actual de la didáctica, esta descripción reclama por lo menos una treintena de páginas) La costumbre le conduce a no describir, sino de manera sucinta, el desarrollo y los efectos, lo que de hecho es insuficiente para una buena reproducción (basta leer las revistas y las obras que describen lecciones para ver hasta qué punto estas relaciones pueden ser imprecisas, y compararlas con las que se hacían hace quince años para observar los progresos realizados). ¿Piensa usted que es sufiente enumerar las jugadas de una partida de **maestros del ajedrez** para que se **manifiesten** sus estrategias y para que se pueda “reproducir” una partida ganadora? A pesar de que la descripción exige esfuerzos considerables, todas estas precisiones aparecen como superfluas e incluso ofensivas para el lector, son recibidas como un discurso pedante.

Los términos empleados en estas descripciones deberían ser los que los profesores emplean en su trabajo. Pero sí es indispensable usar conceptos que difieren de los que los profesores utilizan para designar a los objetos relacionados, esto no será sino porque se quiere controlar la definición teórica; entonces aparece el siguiente dilema: por una parte la utilización de un término nuevo y alejado parece bastante costosa, por otra parte, la utilización del término corriente introduce contrasentidos y las hipótesis o los resultados más seguros suenan como evidencias pomposas —se cree saber porque se conoce— por último la introducción de un término evocador, aunque original, despierta con razón la desconfianza y la ironía cuando se puede utilizar una palabra familiar en lugar de una jerga.

En resumen, los profesores esperan la didáctica sobre un terreno donde ellos reinan como “maestros” (la palabra es acertada) y donde nada les prepara ni les motiva para recibir lo que realmente es.

2. Conocimientos sobre la enseñanza

El profesor puede esperar también que la didáctica se manifieste por medio de conocimientos relativos a distintos aspectos de su trabajo:

³ El conjunto de los procesos se describe de manera detallada en N. et G. Brousseau, “Rationnels et Décimaux dans la scolarité obligatoire” IREM de Bordeaux. (535 páginas) (1987).

⁴ Esta lección no es sino la introducción a un proceso que debe concluir para que los alumnos puedan encontrar y dominar todos los aspectos del empleo de las aplicaciones racionales y decimales. Aislada, colocada en un contexto desordenado, o administrada sin rigor puede no funcionar sino como un ejercicio de aplicación o como un soporte metafórico al discurso enseñado. Pero esta técnica es bastante sólida: incluso mal analizada y mal empleada conserva un cierto atractivo.

- sobre los alumnos, sus comportamientos, sus resultados en las condiciones específicas de la enseñanza;
- sobre las condiciones a crear en las situaciones de enseñanza y de aprendizaje;
- sobre las condiciones a mantener en la gestión o la conducción de la enseñanza;
- sobre los fenómenos de didáctica a los cuales están confrontados con todos los restantes compañeros de la comunicación de los saberes.

El primer punto es sobre el cual los resultados son ciertamente más numerosos y más seguros. Por otra parte, los profesores están siempre interesados por los informes que exponen los errores y las conductas de los alumnos, pero queda mucho por hacer para comprender las causas de estos errores y no limitarse a constatarlos; en este sentido, observemos más de cerca una de las cuestiones presentadas en la introducción:

“¿En qué medida el funcionamiento de los saberes “institucionalizados” depende de conocimientos no descontextualizados, enseñados previamente más o menos implícitamente? (Los conocimientos institucionalizados son los que el maestro enseña explícita y formalmente al alumno; son el objeto de los controles y el alumno sabe que deben ser aplicados).

“Comprender” para un niño, es establecer y relacionar bajo su propia responsabilidad los fenómenos o hechos presentados como “independientes”, a la vez por el enseñante, por la situación, por su lenguaje y por los conocimientos aprendidos.

Por ejemplo, un niño puede comprender las primeras mediciones con la ayuda de la operación de contar, aprender las propiedades del orden de los números con la ayuda de la medición, controlar las operaciones con la ayuda del orden (“esto aumenta así pues no es preciso dividir”) o de otra operación (multiplicar es sumar un cierto número de veces), comprender la operación de contar gracias a operaciones (trece es diez más tres) o la búsqueda de sucesores... y todas las relaciones posibles, verdaderas para los enteros, son buenas para dar sentido.

Estos conocimientos, ligados por el alumno personalmente, o gracias a la historia de la clase, no son todos institucionalizados por la actividad del enseñante, pero algunos si lo son, y justamente, en el contexto. Aparecen, en todos los casos, como indispensables para el funcionamiento conveniente de los conocimientos institucionalizados, enseñados por el profesor.

Para el alumno, estas propiedades de los naturales son las de los números en general, de todos los números.

Ahora bien, la inclusión del conjunto de los naturales en un subconjunto como los racionales o los decimales, al mismo tiempo que hace aparecer propiedades nuevas hace desaparecer otras: dejan de ser verdaderas para todos los números, o incluso no lo son para ninguno: multiplicar puede empequeñecer, un decimal no tiene sucesor ...

El enseñante no puede advertir convenientemente al alumno de esta ruptura, pues, ni la cultura, y en particular la tradición, ni la ingeniería didáctica ha producido todavía los instrumentos necesarios (ejercicios, advertencias, conceptos, observaciones, paradojas ...) Esta situación conduce al enseñante a provocar equivocaciones y malentendidos y a cometer errores al alumno. Estas concepciones falsas persisten pues están ligadas a una cierta manera de comprender las propiedades de los números naturales, y se puede observar los efectos de la ruptura durante muchos años.

Aún más importante es el mecanismo de este obstáculo: no es que los conocimientos enseñados sean defectuosos—en general los enseñantes atienden a este inconveniente tratando de mantenerse en un discurso incomprendido pero correcto— se debe a los instrumentos personales de la comprensión del alumno. No comprende, porque lo que se debería cambiar son justamente los medios de lo que él consideraba “comprender” hasta ese momento.

La didáctica no puede aportar la solución a tal problema mediante simples arreglos de ingeniería. Puede proponer eventualmente procesos de descontextualización, como los “cambios de cuadros” de R. Douady, o situaciones que permitan combatir un conocimiento-obstáculo, como los conflictos socio-cognitivos... pero la didáctica no puede hacer nada cuando la dificultad viene de que el enseñante ignora las referencias contextuales del alumno, necesarias para que no pierda el fruto de su experiencia en las nuevas adquisiciones. Es fácil mostrar que las causas de esta imposibilidad de manejar la memoria de los alumnos gracias a una memoria correcta del sistema son frecuentemente culturales. El problema debe ser atacado a este nivel. La didáctica debe interactuar con la cultura.

Pero los hechos que hemos evocado son los elementos de un fenómeno más amplio que envenena las relaciones entre padres, profesores y alumnos en los momentos de cambios de clase y de nivel:

Un profesor quiere recordar al alumno en dificultad

los conocimientos de los cuales tiene necesidad; se trata de conocimientos bien institucionalizados: por tanto, deberían estar disponibles. Pero su empleo y su comprensión depende de un contexto; si este contexto es ignorado por el profesor, la situación se bloquea. Con frecuencia el alumno "descubre, después del examen, que conocía muy bien lo que se le pedía pero que no había comprendido la pregunta".

El único medio para el profesor de conocer las circunstancias de la creación de los conocimientos, es, bien haber enseñando él mismo la noción a este alumno, o disponer de un conjunto de referencias culturales, bien sean consecuencia de una tradición o de un conocimiento profesional (pero esta especie de "clasicismo" de la didáctica, si consiste en una institucionalización de los problemas, puede revelarse como una solución peligrosa que mata la reflexión matemática). Entonces puede evocar las situaciones de aprendizaje que no ha vivido porque son convencionalmente fijadas.

Ante las dificultades y las incomprendiciones de numerosos alumnos en la utilización de conocimientos simples, es forzoso reconocer el fracaso (del alumno, de la enseñanza, del método, del programa ...) y pedir una focalización (del alumno, de la enseñanza, etc) sobre lo que es más fácil definir, evaluar y enseñar: los algoritmos, es decir sobre lo que quizás se precisa menos; el alumno sabe hacer una división pero no sabe cuándo es preciso hacerla.

Resultado: los responsables se preocupan, los profesores se conciernen, y para mejorar el paso de un nivel a otro, la enseñanza ignora y desprecia aún más los conocimientos contextualizados y personalizados del alumno. El proceso se autoalimenta hasta un momento donde aparece, para los enseñantes y los alumnos, la necesidad de romper con el psicismo (la repetición desprovista de sentido). Esto es lo que ha pasado hace unos años: la noosfera (el conjunto de personas y grupos interesados en la creación y en la comunicación de los saberes de un cierto dominio) invita a un esfuerzo de invención, de originalidad y de innovación pedagógica. En consecuencia se supone que cada uno ignora el método personal del otro. El aumento de la variabilidad didáctica espontánea lleva a disminuir las oportunidades, para cada profesor, de articular y de tener en cuenta los conocimientos personales antiguos de sus alumnos.

El proceso ha sido facilitado por la existencia de textos del saber que se presentaban como universales y

definitivos pero que han provocado también, de rechazo, un aplastamiento de la enseñanza mediante un conocimiento formal...

La didáctica comienza a poner en evidencia los factores de la evolución relativamente caótica de la transposición didáctica.

El juego del contrato didáctico viene acompañado de toda una familia de fenómenos en la que se percibe, a través de los desequilibrios y las correcciones, las reglas de la evolución del sistema o al menos el efecto de sus variables.

El estudio del CONTRATO DIDACTICO ha conducido al descubrimiento de fenómenos como los efectos "Topaze" y "Jourdain", el efecto del deslizamiento metadidáctico, el efecto de la analogía ... de los que hablaremos a continuación. Estos fenómenos pueden ser inferidos del modelo teórico y observados, tanto al nivel de una lección en una clase como en el conjunto de una comunidad.

El "efecto TOPAZE" consiste en lo siguiente: la respuesta del alumno está casi determinada de antemano, y el profesor negocia las condiciones en las cuales se producirá, y que le darán un sentido. Trata de procurar que este sentido sea lo más rico y lo más exacto posible y para ello propone las cuestiones más abiertas. En caso de fracaso, proporciona información para facilitar la respuesta. Se termina por aceptar condiciones que provocan la respuesta del alumno sin que éste tenga que comprender el menor sentido, como en la primera escena de "TOPAZE" de Pagnol.

El "efecto JOURDAIN" es una forma de efecto Topaze: para evitar un debate sobre el conocimiento con el alumno, y eventualmente el reconocimiento de un fracaso, el profesor acepta admitir como índice de un saber o de una deducción auténtica, una producción o una conducta del alumno que no son de hecho sino respuestas triviales—por tanto desprovistas de valor e incluso de sentido—Ejemplos: la escena del "Bourgeois gentilhomme" de Molière donde el profesor de filosofía revela a M. Jourdain que hace prosa o aquella en que hace discursos pedantes mientras que Jourdain cree aprender la ortografía pronunciando las vocales.

El DESLIZAMIENTO METADIDÁCTICO ha tomado una gran envergadura y ha tenido consecuencias importantes en un pasado reciente: cuando fracasa un intento de enseñanza, el profesor a veces se propone retomar de nuevo su texto para explicarlo y completarlo. De medio de enseñanza, esta primera tentativa, se con-

vierte en objeto de estudio y a veces en objeto de enseñanza; la forma se convierte en fondo. Por ejemplo, para explicar el lenguaje conjuntista, fundamental, pero en ruptura con el pensamiento natural, los profesores de los años 70 han querido utilizar, bajo la forma de los famosos diagramas de Venn y otras "patatas", los esquemas que Euler había inventado para Catalina de Rusia en sus "cartas a una princesa de Alemania". Como esta metáfora no era un buen modelo y con la intención de vulgarizarla, era necesario fabricar nuevas convenciones y enseñar el medio de enseñar como si fuera el objeto: el lenguaje conjuntista para la lógica, el diagrama para el lenguaje formal, el vocabulario de los diagramas para los dibujos, las convenciones para el vocabulario. El deslizamiento metadidáctico ha escapado al control de la comunidad, provocando magníficos malentendidos durante mas de 10 años a una escala planetaria, sin hablar de las secuelas que experimentamos todavía sobre la epistemología del público y de los profesores.

Pero existen otros fenómenos de este tipo que dependen del saber planteado y de las circunstancias.

No es seguro que las producciones cognitivas al final de la investigación formen un conjunto de conceptos perfectamente adaptados a su comunicación y a la formación de los alumnos. Existen "puntos ciegos" de la cultura. Saberes útiles para el desarrollo de un individuo no figuran en tanto que nociones científicas en la cultura, y la enseñanza no puede evidentemente llenar esta falta: por ejemplo, la enumeración de colecciones —aspectos furtivos de la combinatoria— o la representación del espacio para la organización de acciones, desplazamientos, medidas, —sectores devorados por el debate geométrico del matemático— o incluso el pensamiento natural —absorbidos por la lógica, etc.

De manera más general, el modo de producción "natural" de la actividad matemática, solicitado sin descanso por los buenos profesores, no puede ser recibido y reconocido como tal, es necesario pues sustituir el modo de construcción y el lenguaje en uso. Si no es posible hacer esto inmediatamente, todo el sistema se encuentra ante el problema de "memorizar" conocimientos transitorios, de un estatuto incierto, no reconocidos por la ciencia, después de hacerles evolucionar, sin poder expresarlos ni reconocerlos.

El esfuerzo concedido para obtener los saberes, independientes de las situaciones donde funcionan (descontextualización), se paga en pérdida de sentido y de operacionalidad en la enseñanza. El establecimiento

de las situaciones (recontextualización), inteligibles se paga en deslizamientos de sentidos (transposición didáctica). La retransformación en saberes del alumno o en saberes culturales repite el proceso y agrava los riesgos de deriva. La didáctica es el medio de administrar estas transformaciones y en primer lugar, de comprender sus leyes.

Volvamos a la gestión de las expresiones algebraicas por los alumnos. Y. Chevallard ha mostrado el fenómeno de conservación ostensiva de la información: un contrato didáctico implícito encarga al alumno "conservar" la información que se le confía; bajo este punto de vista en la expresión " $3 \cdot x = 0$ " el 3 muestra alguna cosa: es diferente de 4, por tanto debe estar presente a través de las transformaciones matemáticas. Deducir " $x = 0$ " contradice este contrato, como consecuencia el alumno un poco distraído transforma el resultado en " $x = 1/3$ " o en " $x = -3$ ".

El inventario de fenómenos ligados al contrato didáctico está todavía en plena expansión.

Sin embargo, mostrar y estudiar fenómenos es una cosa, actuar sobre ellos, es otra. Los trabajos con la coherencia de M. Artigue son todavía rarísimos: después de haber estudiado la reproductibilidad de las situaciones didácticas, ha observado la obsolescencia de las utilizadas para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales y ha comenzado a proponer soluciones.

3. Conclusiones

La didáctica puede, finalmente, ayudar al profesor a modificar su estatuto, su formación y sus relaciones con la sociedad:

—actuando directamente sobre el estatuto de los conocimientos que utiliza;

—actuando sobre los conocimientos de sus compañeros profesionales, y sobre los de los padres y del público;

—desarrollando mejores oportunidades para el público y para los ciudadanos de utilizar la enseñanza de manera más satisfactoria para ellos;

—dando mejores posibilidades a los poderes públicos o privados de administrar la enseñanza con medios más apropiados.

Esta parte de las aportaciones de la didáctica no es ciertamente realizable a corto plazo ya que exige una evolución considerable de las estructuras escolares y de las mentalidades, pero todo me hace pensar que este será su papel social y que progresamos en esta dirección.