
La multiplicación como cambio de unidad (mccu) y sus implicaciones didácticas

Anderson J. Mojica V.
javiermojicav@hotmail.com
Estudiante Universidad Distrital
Francisco José de Caldas
Yenni P. Zamora P
yennicoyelus@hotmail.com
Estudiante Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Rodolfo Vergel Causado¹
rvergel@udistrital.edu.co

Resumen

Esta comunicación presenta algunos desarrollos del trabajo de grado “La multiplicación como cambio de unidad y sus implicaciones didácticas”. A través de una revisión documental de estudios e investigaciones en relación con el objeto de indagación en este trabajo, pretendemos aportar elementos para el diseño de una propuesta de enseñanza de la multiplicación entendida como cambio de unidad. En la primera parte presentamos una aproximación teórica de la multiplicación como cambio de unidad, luego abordamos algunos aspectos que consideramos necesarios para lograr avanzar en su comprensión y que podrían tenerse en cuenta en el diseño de una propuesta de enseñanza de la multiplicación. Finalmente, y a manera de conclusión, presentamos una reflexión que comporta la necesidad, pertinencia y urgencia de entender la multiplicación como cambio de unidad.

Desde una revisión de la literatura en educación matemática (estudios e investigaciones) referentes a la multiplicación, tomamos aquellos elementos de orden psicológico e histórico que debieran ser incorporados en el diseño de una propuesta de enseñanza, el criterio de clasificación se realiza estudiando la pertinencia que tendría cada elemento en la enseñanza de la MCCU y particularmente las implicaciones didácticas de tal consideración. Esta revisión muestra que hay una escasa conceptualización frente a lo que se entiende por multiplicación como cambio de unidad, pues la enseñanza de la multiplicación a partir de la suma reiterada, que implícitamente usa el conteo de unos, y fomenta el efecto MADA –multiplicación agranda y división achica- (Romero y Rojas, 2006), dificulta el trabajo en el mundo de las fracciones, los decimales y las proporciones.

Mora y Romero (2004) al realizar un estudio de los textos que circulan en Colombia desde 1980, señalan que el único libro de texto en el que se ve una definición de multiplicación que trasciende la de suma reiterada es la aritmética de Baldor, “la multiplicación es una operación que tiene por objeto dadas dos cantidades llamadas multiplicando y multiplicador, hallar una tercera cantidad, llamada producto, que sea respecto del multiplicando, en valor absoluto y signo, lo que el multiplicador es respecto de la unidad positiva” (Pág. 19). Romero y Rojas (2006) plantean que la multiplicación como cambio de unidad es “entender que cuando se multiplica, lo que esencialmente se hace es expresar una cantidad o

¹ Director del trabajo de grado.



magnitud, no necesariamente entera de una cierta cantidad o magnitud unidad, en términos de otra unidad y que para llevar a cabo tal cambio de unidad, se realizan procesos de unitización y normación² (Pág. 25).

Desde estos planteamientos, consideramos entonces que la MCCU trasciende la idea de algoritmo y puede ser entendida como una manera de interpretar y enseñar la multiplicación, puesto que de manera muy general, se basa en el hecho de que dada una cantidad de cierta unidad, esta cantidad es expresada en términos de otra unidad; pero esta acción incorpora elementos conceptuales que deben ser examinados a fin de ganar la mayor comprensión de esta interpretación de la multiplicación.

Dentro de los aspectos que deben ser examinados para comprender la MCCU consideramos los siguientes:

- Desde la definición dada por Rojas y Romero (2006), es posible afirmar que los procesos de unitización y normación están estrechamente relacionados con los cambios de unidad que se pueden realizar al momento de multiplicar.
- Es importante resaltar el papel que ha tenido el uno y la unidad con respecto a la multiplicación, y una aproximación a este hecho nos lleva a cuestionarnos sobre el papel que han tomado a lo largo de la historia, de esta manera observamos que la unidad ha sido un elemento fundamental en el desarrollo de las matemáticas pues desde los primeros tiempos el hombre tuvo necesidad de contar, para lo cual la unidad se hacía un elemento de suma importancia; de acuerdo con Maza (1991) en cada cultura se hacía necesario contar el ganado, las tribus, los granos, etc; y en cada una de ellas se hacía de una manera diferente no solo por los signos que utilizaban, sino también por las maneras en las que lo hacían, pues las agrupaciones que realizaban establecían diferentes unidades, en consecuencia los algoritmos utilizados también estaban impregnados de las ideas que se tenían respecto a las unidades, las cantidades y los cálculos que se realizaban con ellas.
- En las situaciones de tipo multiplicativo se involucran magnitudes que representan grandes retos para su enseñanza "...en el caso de encontrar el área de un rectángulo, en el sentido de que es difícil comprender como multiplicando la medida del largo cuya unidad se da en cm por la medida del ancho también en cm, se obtiene como "por arte de magia" una unidad dada en cm^2 " (Vergel, 2003). En este sentido, el problema se ha trasladado a la magnitud de la unidad de medida pues ésta es expresada en centímetros cuadrados, ante lo cual diremos que la magnitud a medir no es lineal, por lo que la unidad de medida tampoco lo es, debemos buscar una magnitud homogénea con la cual medir, por lo que $cm \cdot cm$ no es cm^2 , lo que ocurre es que se expresa la cantidad de unidades cuadradas que hay en la región. De ahí que una situación de este tipo tenga sentido pues cuando se habla de cantidades, necesariamente se hace referencia a alguna magnitud, y en este caso al trabajar áreas se requieren unidades cuadradas de una magnitud bilineal.
- Análisis de las situaciones. Identificando los cambios de unidad dentro del análisis dimensional que propone Vergnaud para las situaciones de tipo multiplicativo no solamente se comprenden la multiplicación, la proporción y la función como representación de la misma sino que a su vez se permite el reconocimiento de cantidades unidades y magnitudes.
- Una idea fundamental de la MCCU refiere a los cambios de unidad, los cuales se pueden hacer explícitos en diferentes tópicos de la matemática escolar, por ejemplo:

² Según Lamon (1994), la unitización es el proceso de construir unidades de referencia (o unidad-todo), y luego reinterpretar una situación en términos de esta unidad. Ahora bien, cuando una unidad compuesta es formada, entonces una situación dada es reinterpretada en términos de esta unidad, esto es, hay un proceso de normación.

1. **Las agrupaciones** son el mejor ejemplo de un cambio de unidad, pues podemos tomar como unidad a cualquiera de sus elementos o un conjunto de ellos así como la agrupación en sí misma puede ser considerada unidad. “Una unidad es aquello en virtud de lo cual cada una de las cosas que hay es llamada una” (Euclides, 2000, Def.1, VII,)
2. **El sistema de numeración posicional³** está permeado por los cambios de unidad, pues en él se construyen unidades múltiples que son décuples de las anteriores. Dado que el sistema de numeración presenta en su estructura una fuerte noción de cambio de unidad, este hecho puede ser utilizado en su enseñanza, así como en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la suma y de la resta, pues en ellos se tiene una idea de que la reunión de unidades simples después de un momento empieza a formar parte de una unidad compuesta, hecho que al invisibilizarse hace que se presenten obstáculos con el mal llamado proceso de llevar o pedir prestado, lo que en últimas corresponde a descomponer las unidades múltiples (décuples).
3. **Las tablas de multiplicar** también pueden ser vistas como una clara muestra de este hecho, pues éstas pueden entenderse como el compendio de los múltiplos de algunos números tomados como unidad.
4. **Los procesos de medición** llevan implícitas consideraciones en torno a lo que significa la unidad, por ejemplo cuando se estudia la conversión de medidas entre diferentes sistemas, (sistema métrico decimal y el inglés, por ejemplo), las unidades que se toman en cada uno son diferentes, pero ambas son catalogadas como unidades, con las cuales se puede expresar cantidades de magnitud a través de diferentes unidades de medida.

Estos aspectos de la matemática escolar deberían ser objeto de reconocimiento y estudio, a la vez que deberían ponerse en juego en la enseñanza de multiplicación. A manera de ejemplo y con el propósito de contextualizar lo dicho proponemos la siguiente situación, en la cual, y en términos de complejizar la idea de multiplicación como cambio de unidad, es deseable que en el trabajo de aula con los niños y niñas, se solicite expresar una cantidad en términos de otra, esto es, hacer visibles los procesos de unitización y normación aludidos anteriormente, en los cuales sea necesario reconocer el papel del uno y el de la unidad, entre otros aspectos que deberían abordarse en el aula, por supuesto con la participación fundamental del profesor.

La hacienda ganadera Villa Alegría, tiene 2310 vacas distribuidas en potreros de acuerdo a su producción, en el potrero A hay $\frac{4}{10}$ de la cantidad total, en el potrero B hay $\frac{2}{3}$ de las vacas del potrero A y en el C la cantidad restante. Las vacas del potrero C producen cada una 20 litros de leche al día, cada vaca del potrero B produce un 85% de la leche que producen las vacas del potrero A, y las vacas del potrero C producen $\frac{3}{2}$ de la cantidad de leche que producen las vacas del potrero B, cada litro de leche se vende a 825.25 pesos y el costo de mantenimiento diario de cada vaca es de 365.23 pesos. Exprese la ganancia diaria de cada potrero con respecto a los demás.

A manera de conclusión

Consideramos que el aprendizaje de la multiplicación como cambio de unidad va a generar un aprendizaje más comprensivo y menos vulnerable a los cambios (por ejemplo, en la ampliación de universos numéricos), pues en ocasiones encontramos que los sujetos se encuentran en un estado de indefensión frente a la acción de transferencia de ciertos aprendizajes construidos a escenarios diferentes a los que han sido aprendidos, razón por la cual el maestro debe estar en la disposición de

³ En un primer momento aludiremos al *sistema de numeración decimal* pues la idea puede ser extendida a varias bases e incluso a diferentes sistemas de numeración.



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA

reconocer los diferentes factores asociados a un concepto y poder discriminar cuáles de ellos son útiles al momento de enseñar una determinada temática, de hecho debe estar en la disposición de crear condiciones que posibiliten la apropiación por parte de los estudiantes de conocimientos considerados pertinentes y necesarios, en particular, y de acuerdo con MESCU, consideramos que es necesario aportar elementos para el diseño de una propuesta de enseñanza de la multiplicación entendida como cambio de unidad, pues creemos que es necesario y urgente que los niños y niñas entiendan que la multiplicación no es sólo una suma reiterada, es mucho más que eso.

Bibliografía

CONFREY, J, and GUERHON, H. "The development of MULTIPLICATIVE REASONING in the learning of mathematics". Partes 1, 2, 4 y sumario.

EUCLIDES (2000). Elementos. (María Puertas, trad.) Madrid: Gredos.

GRUPO MESCU, (2002). "Aritmética y resolución de problemas en la formación de profesores". Bogotá, Colombia. Grupo Editorial GAIA.

GRUPO MESCU, (2005). "Pensamiento multiplicativo: Una mirada de su densidad y complejidad en su desarrollo en el aula" Universidad Distrital "Francisco José de Caldas", COLCIENCIAS y el IDEP.

MAZA, C. (1991). Enseñanza de la multiplicación y división. Madrid, España. Síntesis, Pág. 103 – 124.

MORA. L. y ROMERO, J. (2004). "¿Multiplicación y división o cambio de unidad?". En memorias del Sexto Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Medellín. ASOCOLME- Gaia. Pág. 13 – 20

ROMERO, J y ROJAS, P. (2006). "Estrategias para promover el aprendizaje de la multiplicación como cambio de unidad". XXII Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística.

VERGEL, R. (2003). Perspectiva sociocultural del aprendizaje de la multiplicación. En Memorias XIV Encuentro de Geometría y II de Aritmética. (Carlos Julio Luque, compilador). Universidad Pedagógica Nacional
