ASUNTOS DE MÉTODO EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Angel Ruiz
Director
Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas
Universidad de Costa Rica

Durante años, ha predominado en la educación matemática local una visión de las matemáticas que sobrestima los aspectos formales, simbólicos, abstractos de las mismas, y que enfatiza su separación del entorno sociocultural, y subestima su relación simbiótica con el mundo. Este predominio se ha dado no meramente en los libros de texto usados, sino en la práctica educativa, en la clase. Sin duda, ésta ha sido una condición para obstaculizar el aprendizaje de las matemáticas. No es la única condición, pero si una de las que han ayudado a los bajos niveles de promoción que suele tener esta disciplina en los diferentes niveles de la educación costarricense.

Esta visión estuvo asociada a la reforma de las matemáticas “modernas” en los cincuenta y sesenta internacionalmente (véase [Ruiz, 1993] o [Kline, 1980], [Kuntzmann, 1978], [Thom, 1980]), en el “purismo” que se enfatizó como premisa ideológica en los setentas y ochentas en nuestras universidades(véase [Ruiz, 1995]), así como en asuntos de profundidad histórica, filosófica y especialmente epistemológica. Con relación a esto último, debe señalarse la fuerza de posiciones que han colocado a las matemáticas en territorio *a priori*, y enfatizado sus aspectos formales, axiomáticos.

Recientemente, resumíamos esto último de la siguiente manera:

> <La ideología de las "matemáticas modernas" conecta íntimamente con el *racionalismo*: una tendencia epistemológica que enfatiza la razón en los criterios de verdad en el conocimiento. Esta se contrapone al *empirismo* que afirma que se dirime la verdad de una proposición a través de la experiencia sensorial. Para el racionalismo la mente produce verdades *a priori*, absolutas e infalibles. Otra de la ideas que se ha incorporado dominantemente en la concepción de las matemáticas es la que asume su carácter fundamental como *axiomático y formal:* la construcción y la validez de las matemáticas dadas por procesos mentales y su configuración en esencia axiomática y formal; obviamente la experiencia sensorial queda aquí excluida. La realidad es que este es un asunto viejo. Las matemáticas han sido vistas persistentemente como el paradigma del conocimiento verdadero: más aún, la prescripción para establecer la verdad y la certeza. Y en esta percepción existen influjos históricamente decisivos: uno de ellos los *Elementos* de Euclides hace 2500 años. Su organización deductiva y axiomática penetró todas las épocas siguientes para definir lo que se ha pensado sobre la naturaleza de las matemáticas. Recuérdese que el gran Newton en su *Principia* e, incluso, el filósofo Spinoza en su *Etica,* acudieron a la forma de

exposición euclidiana para buscar "fortalecer" sus argumentos.> [Ruiz, 2000],

De hecho, en los debates de las primeras tres décadas de este siglo, sobre los llamados “fundamentos” de las matemáticas, los *logicistas* (como Frege o Russell), *formalistas* (Hilbert) e incluso *intuicionistas* (Brouwer) de alguna u otra manera asumían premisas sobre las naturaleza de las matemáticas separadas de la experiencia sensorial, del entorno sociocultural, de la heurística y la construcción histórica de las matemáticas. De múltiples maneras, lo que dominó fue un “absolutismo”, un “infabilismo” de las matemáticas. Las matemáticas como verdades infalibles, absoluta certeza.

Esto es apenas un punto de partida para entender lo que tenemos por delante en este campo educativo.

Una visión alternativa que apela a la realidad material y social

Frente a esa visión, que ha afectado no solo a los educadores sino a los mismos matemáticos de las universidades, en los últimos años (2 décadas), ha ido adquiriendo más fuerza una visión alternativa que apela a las dimensiones heurísticas, aplicadas, *contextualizadas* social y materialmente, de las matemáticas. Si bien esta aproximación intelectual ha tenido más éxito en la última década, en Costa Rica hemos sostenido este enfoque desde fines de los años setenta [Ruiz, 1987].

Para responder al formalismo excesivo, el simbolismo matemático innecesario, los abusos de la teoría de conjuntos, y demás características de esa reforma, las nuevas tendencias en la educación matemática promueven un planteamiento contestatario muy importante. Tanto en las recientes aproximaciones *constructivistas* (filiación con Piaget, Beth, Bauersfeld y otros) o *socioculturalistas* (filiación con Vygotsky), se invocan, en diferentes grados, la heurística, a la *interactividad estudiante-maestro* en la experiencia de aprendizaje, al recurso de la vida cotidiana y la contextualización de la enseñanza, y a otras premisas de gran importancia para mejorar la formación matemática en un país. Tanto en la epistemología como en la enseñanza de las matemáticas se transita por un derrotero distinto con el firme propósito de progresar en el fortalecimiento de la formación matemática de la población, de lo cual existe la conciencia de que es un requisito para ampliar las condiciones necesarias para el progreso científico, cultural, social y nacional.

Imre Lakatos o el mismo G. Polyá, desde los sesenta y antes, Kline, Hersh, Quine o Philip Kitcher, más tarde, y muchos otros, en el territorio de la filosofía, realizaron planteamientos decisivos en la nueva interpretación de las matemáticas y su naturaleza. Más recientemente en la misma filosofía de la educación matemática, tenemos trabajos muy valiosos en esa nueva dirección, como los del británico P. Ernest. Véase, por ejemplo, [Kline, 1980], [Kitcher,1983], [Lakatos, 1976], o [Ernest, 1991].

Ahora bien, es dentro de esta nueva perspectiva filosófica y educativa que las matemáticas deben enseñarse, y donde la apelación apropiada a situaciones de la vida real (físicas y sociales) es indispensable, así como a una participación interactiva en la experiencia educativa. Pero el asunto es complejo, con muchas dimensiones, y por eso debe analizarse hasta dónde se debe ir en cada una.

Este es el tipo de asuntos que queremos abordar en este artículo, y lo vamos a hacer de la manera más práctica posible, que nos permita darle a nuestro análisis un rendimiento útil para el educador.

Varios sentidos en la relación con el entorno

La apelación a las situaciones de la vida real debe entenderse en varios sentidos:

- Uno de ellos, como motivación del alumno hacia una disciplina que hace referencia a la realidad de la que es parte.
- Pero, también, como un instrumento de *validación* de las nociones que se aprenden.
- Y, además, es posible apelar a la realidad física y social para usar las nociones matemáticas ayudando a entender, explicar o manipular esas mismas realidades.

Los límites de la contextualización

Ahora bien, apelar a las situaciones de la vida real debe hacerse dentro de una estrategia definida que asigne con mucho cuidado dónde y cómo se usan estas situaciones. Esto es así porque se puede pensar que toda o la mayoría de las matemáticas debe estar en referencia a situaciones de la vida real, toda o la mayoría de las matemáticas deben plantearse de manera contextualizada. Algo así como que buscando enderezar un árbol cargado de formalismos y abstracciones mal planteadas, se debe pasar al otro lado, cayendo en una simplificación empírica de las matemáticas y su enseñanza. Esto sería un grave error.

El conocimiento como abstracción

El conocimiento en general no está siempre en una relación de correspondencia directa y mecánica con el entorno o la realidad física, lo que sucede es más bien lo contrario. El conocimiento es abstracción de la acción y la experiencia de los seres humanos y es manipulación y operación intelectual sobre abstracciones. Las diferentes ciencias poseen diferentes niveles y dimensiones de abstracción, y lo mismo sucede internamente a las ciencia: hay partes de una misma ciencia que poseen diferentes grados y formas de abstracción. Esto es importante, no todas las abstracción se pueden reducir a un esquema o machote. Ni a una abstracción "reflexiva" aristotélica ni a una abstracción *operativa* como sucede en Piaget [Piaget, 1979, 1980]. Ni mucho menos a un trivial *inductivismo* o generalización empírica elemental (como con Mill en el siglo XIX) [Ruiz (1988)].

La importancia de las dimensiones abstractas en las matemáticas

Lo anterior que se aplica al conocimiento en general, encuentra un sentido *específico* en las matemáticas. Aunque con orígenes intuitivos y empíricos, y con cierto influjo permanente de lo físico y social sobre la misma, las matemáticas poseen dimensiones abstractas en una mayor proporción y de diferente forma que las otras ciencias. El componente abstracto es mayor en las matemáticas. No son las matemáticas como decía Haskell Curry "la ciencia de los sistemas formales", ni tampoco una disciplina de símbolos abstractos [Curry, 1970]. Pero es evidente que es una disciplina preocupado por los aspectos más abstractos de lo real. Muchas de sus nociones básicas no son inducciones de la realidad, generalizaciones, sino necesidades abstractas, teóricas, producto de acciones abstractas sin contacto directo con el entorno. Puesto en estos términos, su principal fuente de validación se ha dado históricamente a través de necesidades ajenas a la manipulación del entorno. Es claro que los aspectos operatorios abstractos, las generalizaciones, las abstracciones de las abstracciones, son dimensiones que definen la naturaleza de las matemáticas. No negar el origen y el sentido intuitivos, mundanos, de la matemática (incluso enfatizarlo), no supone negar o subestimar el papel central de la abstracción (que es específica) en las matemáticas.

En ese sentido no se puede pretender que las matemáticas sean un reflejo del entorno o que su contextualización social, o empírica, siempre sea lo que mejor conviene a su comprensión.

Ahora bien, para avanzar en nuestras consideraciones, nos parece éste el mejor momento para invocar nuestra visión sobre las matemáticas:

> <Las matemáticas deben verse como una ciencia natural pero con características específicas que obligan a *reinterpretar* lo que son las ciencias. Los intentos por reducir las matemáticas a colecciones sintácticas y vaciarlas de contenido empírico nos parecen infructuosos. También nos parecen equivocados los intentos que pretenden establecer un carácter trivialmente empírico para ellas. No estamos seguros de si el vocablo *cuasiempírico* es el más adecuado para las matemáticas: casi empíricas pero sin llegar a serlo. Sí nos parece que el vocablo ofrece un significado más vinculante al mundo, lo que sí nos resulta apropiado. Entender el concepto de ciencia natural de manera que de cabida a las matemáticas apuntala, de alguna manera, la idea de la diversidad en las ciencias. Muchas veces se han juzgado las diferentes disciplinas científicas a partir de un modelo abstracto, un rasero único (normalmente el que se atribuye a la física), cuando lo apropiado es entender y explicar las diferencias.
>
> Su condición de ciencia natural plantea una relación estrecha de las matemáticas y el mundo material y social. Epistemológicamente: se trata de entender una relación mutuamente condicionante entre el objeto y el sujeto. Es decir una interacción de influjos recíprocos y cambiantes. De igual manera, se plantea una relación entre las matemáticas y las otras ciencias: una íntima vinculación teórica e histórica del conocimiento científico; lo que las hace un instrumento imprescindible para el progreso de éstas.
>
> La naturaleza de las matemáticas, sus objetos y métodos, dejan un lugar muy amplio a la abstracción y la deducción lógica. Sus mecanismos de validación teórica obedecen a estas condiciones. No se puede negar el mayor carácter abstracto y general de las matemáticas y, por lo tanto, se debe asumir las consecuencias de esta realidad en la práctica de las matemáticas y su *enseñanza-aprendizaje*. Se establece una decisiva relación entre matemáticas y abstracción: se trata de comprender el papel especial que juegan sus dimensiones abstractas. Hemos afirmado, sin embargo, un juego combinado y diverso de lo abstracto y lo no abstracto en el devenir de las matemáticas.
>
> Una gran fuerza explicativa posee para nosotros la comprensión de las matemáticas en términos históricos: tanto por sus objetos como sus métodos, por sus criterios de validación, las matemáticas solo pueden ser estudiadas como construcciones sociales colocadas en contextos históricos precisos. Son comunidades humanas, con sus vicios y virtudes, las que generan el conocimiento matemático. No olvidar esta dimensión es esencial para la

práctica matemática pero para la educación matemática es más que eso: *es determinante*. Las matemáticas si bien deben verse con base en su especificidad no por ello deben alejarse de la cultura general. Una actitud adecuada en este terreno permitiría comprender las matemáticas de una manera más amplia y enriquecedora.> [Ruiz, 2000]

La educación matemática debe fortalecer el pensamiento abstracto

La *enseñanza-aprendizaje* de las matemáticas se debe permear del tipo de condiciones que establece la naturaleza de la disciplina, y especialmente ajustarse y construir pedagógicamente la abstracción, pero no para evadirla, sino para comprenderla mejor. En un marco teórico que establece vasos comunicantes con la realidad física y social, la Educación Matemática debe fortalecer las diferentes formas de abstracción y operación mental que constituye esta ciencia. La abstracción es importante, es fundamental. Desarrollar la capacidad de abstracción en los alumnos es darles las condiciones para realizar un pensamiento abstracto, independiente, crítico y capaz de ascender a lo mejor de la cultura y el conocimiento universales.

Por eso, cuando se pretende reducir las matemáticas a inducciones del entorno, meras generalizaciones, se comete una equivocación. Cuando se piensa que la contextualización de la enseñanza de las matemáticas es buena en sí misma, todo el tiempo, o "si hay más contextualización entonces es mejor", se equivoca el camino.

La reacción frente al abuso en los formalismos o a los excesos de las "matemáticas modernas" en los últimos treinta años de la educación matemática, no puede conducir a un rechazo de la abstracción matemática, a una negativa a fortalecer el pensamiento abstracto. Un ejemplo: se favoreció el uso de aspectos formales inapropiados en ciertos niveles educativos, pero, además, lo que mucha gente no repara, subestimó el mismo cálculo en matemáticas. Se enfatizó la propiedad y no la operación y el resultado. Una visión alternativa a esos excesos de filiación formalizante debe rescatar el cálculo matemático, la operación abstracta. ***El cálculo mental, el cálculo rápido, en fin todas las técnicas calculatorias deben ser fortalecidas.*** Está demostrado que un énfasis en las operaciones, sin contextualizar, es vital para el desarrollo de estas destrezas calculatorias esenciales. Cuando se pretende contextualizar la mayoría de las operaciones se debilita la formación en el cálculo operatorio.

Una estrategia para el uso de la contextualización en la educación matemática

Todo apunta a una estrategia educativa que sepa colocar las dimensiones abstractas y las no abstractas en el lugar que le corresponde a cada una, de acuerdo a los mejores fines de fortalecer la formación matemática de la población con vista al mundo que hoy enfrentamos.

Eso quiere decir, por ejemplo, que en los textos se debe establecer porcentajes de contextualización y relación directa con el entorno, y otros para la acción abstracta. La acción abstracta que busca favorecerse debe ir incrementándose de acuerdo a los niveles educativos. Esta no puede ser la misma en el Primer Ciclo que en el Segundo y en el Tercero. Las operaciones "revestidas de entorno", otro ejemplo, mientras en un Primer Ciclo pueden en promedio ocupar un 60 por ciento (dependiendo del grado), en un Segundo Ciclo deben ser de un 40 por ciento. En un Tercer Ciclo deben ocupar una cuarta parte.

Estos no son porcentajes gratuitamente establecidos, corresponden a importantes investigaciones internacionales.

La acción abstracta, sin contextualizar o revestir de entorno, fortalece las destrezas calculatorias, y el pensamiento abstracto. Si se hace lo contrario, y se exagera en la contextualización, se abusa en la presentación y uso de las matemáticas como inducciones y generalizaciones del entorno, y, entonces, se debilita el desarrollo de la capacidad de abstracción de los estudiantes.

Para algunas personas, probablemente por desconocimiento de la disciplina y su enseñanza, la contextualización excesiva en la enseñanza de las matemáticas se ha vuelto casi una bandera ideológica. En la redacción de textos escolares que se ofrecen nacionalmente, incluso, se ha llegado a caer en excesos tales como destinar más espacio al contexto mismo que a la matemática a aprender.

La belleza y el atractivo de las matemáticas

Esta posición se ha asociado a otra más simple que también ha entorpecido el mejor derrotero para la educación matemática: plantear que la enseñanza de las matemáticas se vuelve *atractiva* cuando se llena de contextualizaciones y se recarga de referencias al entorno. O, más aún, cuando los contenidos matemáticos se presentan en multitud de historietas y pasajes en forma de cuento. La belleza y el atractivo de las matemáticas no se encuentra meramente en que éstas surjan de unas historieta o de un contexto. Esto sería circunstancial. Puede que una situación contextualizada permita el uso de una noción u operación matemática, y esto haga atractiva la misma. Pero puede ser también que la historieta o el cuento resulte totalmente artificial frente a la matemática que se quiere sacar, que provoque precisamente rechazo. Un resultado sin contextualización, un mecanismo inteligente para acortar operaciones, o una propiedad interesante de los números, puede ser un gran estímulo para un niño. Lo atractivo y estimulante de las matemáticas depende de muchas cosas, y debe tenerse cuidado en no simplificar las cosas excesivamente.

La presentación del conocimiento debe hacerse de la forma más atractiva posible para el estudiante para buscar la motivación esencial al aprendizaje. Esto es una condición muy razonable para los textos. Pero de la misma manera se debe tener cuidado en no confundir el sentido de la educación. Los textos no deben ser una colección de historietas, cuentos, ilustraciones, y recursos de entretenimiento, en la que se debilite los contenidos cognoscitivos. Los textos deben contener historietas, cuentos, ilustraciones, entretenimientos, *pero con el objetivo de fortalecer los contenidos cognoscitivos*. Esto es importante, porque señala que el espacio que ocupen los cuentos, historietas, etc., deben ser limitados a la dimensión que favorezca la relevancia de los contenidos y métodos cognoscitivos. Cuando se piensa que un texto es mejor porque posee muchas ilustraciones, cuentos e historietas, se pierde de vista el sentido de lo que debe ser un texto educativo.

La compulsión por lo "atractivo" en las matemáticas, al margen de la finalidad educativa de fortalecer la instrucción de calidad, también la encontramos asociada a visiones que buscan debilitar el nivel y los contenidos de las matemáticas escolares, para favorecer las promociones en la misma.

Cuidado con el *facilismo* para enfrentar los problemas de la educación matemática

No es desconocido que en el país las promociones en matemáticas son francamente malas y, con relación a las otras disciplinas, son cualitativamente más bajas. (Este un problema no exclusivo de Costa Rica en el que intervienen diferentes factores). Esto ha generado una presión muy fuerte a buscar mecanismos de solución de la problemática de maneras muy diversas. No todas han sido, desafortunadamente, positivas. Por ejemplo, las promociones podrían mejorar si se disminuyen los contenidos matemáticos, o si se baja el nivel de exigencia educativa. Menos contenidos que evaluar o menos nivel que exigir a los estudiantes supone mejores promociones en matemáticas. Es fácil entonces proponer, abierta o subrepticiamente, disminuir el nivel y la exigencia en la enseñanza de las matemáticas. El asunto de fondo en esto es si es lo que el país y la ciudadanía están esperando de las autoridades educativas.

Desde el punto de vista del progreso nacional, y del mejoramiento de vida de la población, no se puede pretender avanzar sostenidamente si no se logra dotar al país de una sólida base en ciencias y tecnología. Y esto no es posible si la formación matemática es deficiente, es decir si ésta no tiene la amplitud, profundidad, solidez y el nivel que se plantea en condiciones similares en el planeta. El problema no es, entonces, solamente el de aumentar las promociones en matemáticas, sino el de crear la formación matemática que permita al país ser competitivo en un mundo que plantea muchos retos.

Si una mejoría de las promociones en matemáticas se logra por la vía de debilitar los contenidos y bajar la calidad de las matemáticas, el país iría en el sentido contrario al que demanda su progreso. *Ofrecer menos matemáticas y de menor calidad para obtener mejores promociones es ofrecer un fraude a la nación.*

Y no se trata en esto de eliminar contenidos que sean obsoletos o que no son ya importantes para la formación matemática que demanda el nuevo orden cultural y social. Eso es evidente. Muchos contenidos deberán ser eliminados, pero para abrir el paso a nuevos de mayor importancia e impacto en la educación matemática del nuevo milenio.

De lo que se trata es de mejorar la educación matemática en todas sus dimensiones, elevar su calidad y nivel, y lograr mejorar la asimilación y promoción de las mismas en esas condiciones.

Un nivel y exigencia educativos que no favorezcan la mediocridad

Otra temática asociada a este asunto es el relativo al nivel educativo, de contenidos y exigencia educativos que conviene al país. Es claro que globalmente existen condiciones de las que se debe partir a la hora de definir el nivel que se debe perseguir en el sistema educativo. No todos los países tienen las mismas condiciones y, por eso, la política educativa no puede establecer los mismos objetivos y exigencias para cada nación. Si un país se ha visto beneficiado por condiciones excepcionales educativas y sociales, su política educativa no puede ser la misma que la que se debe dar un país muy pobre y con grandes carencias sociales.

Cuando se trata de un país subdesarrollado y con grandes carencias intervienen muchos factores de una manera específica. No se puede considerar que se trata de un país aislado como si se tratara de un país desarrollado en una etapa histórica previa de evolución. Lo que existe es una realidad de diferentes naciones con distintos desarrollos desiguales y combinados. Puesto en otros términos, existe una realidad internacional que plantea para un país en vías de desarrollo estrategias múltiples. Al mismo tiempo que se lucha por dotar de tiza y paredes a una escuela, se plantea la necesidad de acudir a las calculadoras y computadoras. No se trata de esperar a que todos tengan las paredes, el aula y la alimentación, y el contexto familiar estable, para usar los recursos tecnológicos y educativos más avanzados. Se trata de definir una estrategia que tomando en cuenta la realidad local, las limitaciones sociales y materiales, defina objetivos en varios niveles simultáneos, incluyendo lo más sofisticado de lo que existe en el mundo en los términos posibles.

Por eso la exigencia educativa y el nivel que debe tener la educación hacia la población estudiantil no debe definirse en función de los sectores de esta población que tienen más dificultades y limitaciones, ni tampoco, por supuesto, en función de los que no tienen dificultades y limitaciones.

Si juzgamos el rendimiento de la población estudiantil en una escala de 0 a 100, definiendo 100 como el máximo nivel de rendimiento y 50 la media, el nivel y la exigencia educativas que deben plantearse deben ser muy precisos con el objetivo de elevar el nivel de toda la población. Cuando se escriben textos escolares, por ejemplo, el nivel y la exigencia educativos no pueden estar orientados para los que llegan a 25. Si es eso lo que hacemos, por supuesto que los que están por encima de ese promedio no van a tener dificultades, pero tampoco el sistema educativo les estaría proporcionando los recursos apropiados para el mejor uso de sus calidades. El nivel y exigencia educativos deben estar entre 50 y 75. Las personas que por diversas razones posean dificultades con ese nivel, deberán disponer de acciones adicionales, propiciadas por el país, para poder dar la talla en ese nivel de exigencia. De la misma manera, el sistema educativo debería proporcionar mecanismos especiales para los estudiantes que estén por encima de la media en su rendimiento. El sistema educativo debe cumplir con esos objetivos.

No se puede debilitar la formación de la mayoría de la población para favorecer a los sectores de menor rendimiento. Hacer eso significaría mediocrizar la formación educativa, e impedirse de elevar el nivel y la calidad del sistema educativo.

En un orden de cosas similar, resulta tremendamente inconveniente la posición de alguna gentes que ve con malos ojos la introducción del uso de calculadoras, de papel cuadriculado milimétrico, del geoplano, en la educación escolar. Son recursos, señalan, de los que no disponen todos los estudiantes: “las escuelas pobres y rurales no podrían tener acceso a esos recursos. Por eso su uso debe limitarse. Antes de esos recursos está la tiza que hace falta, o arreglar el techo del aula”.

Sin pretender que la ausencia de tiza sea irrelevante o que la debilidad de infraestructura no sea un problema, el país no debe darse una política educativa general asumiendo como si la situación para todos fuera la ausencia de tiza y de techo, paredes o ventanas. La política educativa debe asumir como general la existencia de tiza, aulas, y de igual manera definir acciones específicas, particulares, para ayudar a las comunidades donde no se den esas condiciones. No se puede debilitar la formación educativa de la mayoría debido a la existencia de una realidad adversa para un sector. Lo que se debe hacer es buscar acciones adicionales para ayudar a los sectores débiles.

Costa Rica en este sentido en su historia ha sido ambiciosa, audaz, y muchas veces ejemplo para otras naciones. Recientemente la acción de la Fundación Omar Dengo ha sido un ejemplo de poner la visión en el futuro, a pesar de las limitaciones existentes.

A esta altura del siglo en Costa Rica, se puede afirmar que existen posibilidades de obtener calculadoras en la mayoría de comunidades del país. Si bien es cierto que no todo estudiante individualmente puede tener acceso a una calculadora, las escuelas pueden obtener acceso a calculadoras y organizar su uso de la manera más creativa. El estado y la sociedad civil pueden contribuir imaginativamente a proporcionar estos recursos en la forma requerida. Debilitar las posibilidades de usar la calculadora en la enseñanza de las matemáticas por consideraciones de ese tipo constituye un gran error. De la misma manera, no es difícil imaginar acciones para que todas las escuelas del país tengan acceso a papel cuadriculado y milimétrico, y ya muchas cosas han caminado para que haya computadoras más o menos al alcance de casi todas las escuelas. ¿Cómo negarse a usar *a fondo* la Internet para favorecer la enseñanza?

No tener una visión dinámica y agresiva con relación a estos recursos constituye una mentalidad miope, regresiva. Y esto, desafortunadamente, aderezado a veces con tintes ideológicos, posturas politiqueras, o simple ignorancia, domina en varios medios institucionales que determinan y deciden las políticas educativas del país.

La cultura universal y la contextualización de la enseñanza

Mentalidades de cara al pasado y no al futuro como la que analizamos arriba, se asocian, también, a otras que equivocan el sentido de la contextualización en la educación matemática. Cuando se habla de contextualización a veces se pierde de vista que ésta no quiere decir exclusivamente referencia al entorno inmediato en el que se mueve el alumno: su familia, su pueblo, su país. Si bien es muy conveniente hacer este tipo de referencia porque permite una identificación local, una relación con el contexto en el que vive cotidianamente, no se debe perder de vista que se busca una formación en la cultura universal. La contextualización, además, puede referirse a situaciones en momentos históricos y lugares diferentes al que el alumno vive. Más aún, es fundamental promover este tipo de contextualizaciones como un recurso valioso para ampliar los horizontes culturales del educando, y la perspectiva en la que el conocimiento se ha desarrollado.

Si la tendencia que se favorece es volcar excesivamente la contextualización hacia lo local, se pierde un recurso extraordinario para mejorar la formación de nuestros niños y jóvenes. Por desgracia esta ha sido una tendencia muy fuerte en nuestro país desde hace varios años. El uso de lugares geográficos o elementos culturales fuera de Costa Rica se ha censurado como una especie de afrenta a la identidad nacional. Si lo que se usa es una referencia a la Grecia Antigua, al Estrecho de Magallanes, o al Monte Everest, en un texto de Cuarto Grado de matemáticas, se ha llegado a condenar como algo totalmente inapropiado. Mejor buscar una referencia en Alajuela o en Puntarenas. Si se usan banderas de Colombia y Canadá en un ejemplo, la crítica ha sido clara, mejor acudir a las banderas de las provincias de Costa Rica.

En pleno siglo XXI, en la era de la globalización y la era de la televisión y los multimedia, no es posible tener una mentalidad localista. Una cosa correcta es buscar un uso del entorno local para favorecer los procesos de enseñanza-aprendizaje, y otra cosa es caer en el más trivial localismo que mutila posibilidades a la formación en cultura universal que hoy más que nunca exige la historia.

Lo que todo esto quiere decir es que debe usarse un porcentaje de referencias locales y otro de referencias no locales en la formación matemática. El porcentaje de referencias no locales debe irse incrementando de acuerdo al nivel educativo. Esto debe hacerse con gran agresividad para permitir ciudadanos con amplios recursos culturales que les permitan enfrentar los retos del momento histórico.

Este asunto es muy claro por ejemplo con relación al uso de la historia de las matemáticas en la enseñanza de las mismas, lo que se ha ido convirtiendo en uno de los principales instrumentos para contextualizar el conocimiento y favorecer su aprendizaje. Por razones que no viene al caso traer en esta ocasión, en lo que se refiere a las matemáticas y a las ciencias naturales casi todos sus resultados se han dado fuera de Costa Rica. La geometría, el cálculo, la teoría de números, la mecánica, no pertenecen a la historia patria. ¿Vamos a autocensurarnos y no acudir a esas fuentes del conocimiento y la historia universales porque no son de nuestro pueblo? Evidentemente, la contextualización histórica en la educación matemática, tan importante para darle esa relativización y sentido humano a esta disciplina, requiere acudir a referencias que trascienden nuestras fronteras. Esto es bueno y debe fortalecerse. Para potenciar nuestra identidad o la recuperación de nuestra historia cultural, hay muchos mecanismos positivos: pero, no se puede manipular sensaciones sociales justas, para obstaculizar la universalidad de la formación que requieren las nuevas generaciones con mayor intensidad que nunca. Véase [Ruiz, 1995]. Nuevamente, con una visión localista, se debilitan posibilidades, se reducen instrumentos, para mejorar la calidad educativa.

En general y a manera de conclusión: requerimos de una auténtica reforma intelectual y de enfoques apropiados para definir una estrategia de progreso en la educación matemática nacional. Esto exige el concurso de los mejores conceptos y métodos elaborados internacionalmente en esta disciplina, y también la lucidez y la audacia para superar las reticencias y los obstáculos locales acumulados durante años.

BIBLIOGRAFÍA GENERAL

[1] Benacerraf, Paul / Putnam, Hilary: *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*. N. J.: Prentice Hall, 1964. La segunda edición es de Cambridge University Press en 1983.

[2] Beth, E. W. / Pos, H. J. / Hollak, J. H. A. (editores) *Proceedings of the Tenth International Congress of Philosophy* (Amsterdam, 1948), Vol. I, pt. 2, Amsterdam, 1948.

[3] Beth. E. W./ Piaget, Jean. *Epistemología, Matemáticas y Psicología.* Trad. Víctor Sánchez de Zavala. Barcelona: Editorial Crítica, 1980.

[4] Brouwer, L. E. J.: "Consciousness, Philosophy and Mathematics", en *Proceedings of the Tenth International Congress of Philosophy* (Amsterdam, 1948), Ed. E. W. Beth, H. J. Pos y J. H. A. Hollak. Vol. I, pt. 2, Amsterdam, 1948.

[5] Brown, J. S. / Collins, A. / Duguid, P.: "Situation cognition and the culture of learning" en *Educational Researcher*, 18 (1), 1989.

[6] Carey, S / Gelman, R.: *The epigenesis of mind: Essays on biology and cognition*. Hillsdale, N. J.: Erlbaum, 1991.

[7] Cobb, P. / Bauersfeld, H.: *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures.* Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum Associates, 1994.

[8] Curry, Haskell. *Outlines of a formalist philosophy of mathematics*. Amsterdam: North Holland, 1970.

[9] Davis, Philip / Hersh, Reuben: *The Mathematical Experience*, Boston: Birkhäuser, 1981.

[10] Ernest, Paul: *The Philosophy of Mathematics Education*. Hampshire, G.B.: The Falmer Press, 1991.

[11] Heyting, A.: *Intuitionism: An introduction*. Amsterdam: North Holland, 1956.

[12] Huse, T. / Postlethwaite, T. N. (Eds.): *The International Encyclopedia of Education Supplementary Volume*, Oxford: Pergamon Press, 1989.

[13] Kitcher, Philip. *The Nature of Mathematical Knowledge*. New York: Oxford University Press, 1983.

[14] Kline, M.: *Why Johnny Can't Add: The Failure of New Maths*. London: St. James Press, 1973. Existe una versión en español: *El fracaso de la matemática moderna*, por Alianza Editorial, en Madrid, España.

[15] Kline, M.. *Mathematics: the loss of certainty*. New York: Oxford University Press, 1980.

[16] Kuntzmann, Jean: *¿Adonde va la matemática? Problemas de la enseñanza y la investigación.* México: Edit. Siglo XXI, 1978.

[17] Lakatos, I.: *Proofs and Refutations*. Cambridge: Cambridge University Press, 1976.

[18] Piaget, Jean: *Introducción a la epistemología genética.* Trad. María Teresa Carrasco-Victor Fischman. Buenos Aires: Editorial Paidós, 1979.

[19] Piaget. *Biología y conocimiento*. Trad. Francisco González Aramburu. México: Siglo XXI, 1980.

[20] Piaget, Jean / Choquet, G. / Dieudonné, J. / Thom, R. y otros: *La enseñanza de las matemáticas modernas.* Madrid: Alianza Editorial, 1980. Selección y prólogo de Jesús Hernández.

[21] Ruiz, Angel. "Fundamentos para una nueva actitud en la enseñanza moderna de las Matemáticas Elementales". *Boletín de la Sociedade paranaense de matemática.* Vol. VIII(1), Junio 1987, Curitiba, Brasil

[22] Ruiz, Angel. *Historia de las Matemáticas en Costa Rica. Una introducción.* (Editor científico), San José, Costa Rica: Edit. UCR, UNA, 1995.

[23] Ruiz, Angel. *La filosofía de las matemáticas y el análisis de textos de matemáticas para secundaria.* San José, Costa Rica: Editorial Universidad de Costa Rica, Setiembre de 1988.

[24] Ruiz, Angel. "Las matemáticas modernas en las Américas, Filosofía de una Reforma", *Educación matemática* (*Revista Iberoamericana de Educación Matemática*), México: Vol. 4, No. 1, abril 1992. También publicado por la UNESCO en el libro *Las Matemáticas en las Américas VIII*, París, Francia, 1993.

[25] Ruiz, Angel. *El desafío de las matemáticas,* (ensayo ganador de la rama de ensayo en el Concurso UNA Palabra de la Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica (1998)), Heredia, Costa Rica: EUNA, 2000.

[26] Schoenfeld, A.H: *Cognitive science and mathematics education*. Hillsdate, N. J.: Lawrence Erlbaum Associates,1987.

[27] Thom, René: "Son las matemáticas modernas un error pedagógico y filosófico?, en el libro: Piaget, Jean / Choquet, G. / Dieudonné, J. / Thom, R. y otros: *La enseñanza de las matemáticas modernas.* Madrid: Alianza Editorial, 1980. Selección y prólogo de Jesús Hernández.