Lo social en el conocimiento matemático: reconstrucción de argumentos y de significados

Francisco Cordero Osorio
Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN
fcordero@mail.cinvestav.mx

Resumen

Lo social en la didáctica de la matemática ha logrado datos relevantes sobre la construcción del saber matemático y su ingreso al sistema didáctico. Con ello, se han marcado directrices para entender la complejidad del conocimiento matemático escolar y la articulación con las actividades y prácticas del humano para conocer. Se ha entendido lo que el humano organiza está fuera de la estructura matemática pero es fundamental para que ésta se desarrolle, de ahí la importancia del papel que debe desempeñar la reconstrucción de significados y de argumentos en el sistema didáctico.

Introducción

Cuando el conocimiento matemático es analizado en el sistema didáctico se alcanzan dimensiones diversas, seguramente por la complejidad que se le confiere a éste. Lo social es una de estas dimensiones que ha venido a reformular y ampliar las problemáticas, visiones y perspectivas de la matemática educativa. En ese sentido, el propósito de este artículo es mostrar una socioepistemología del conocimiento matemático, la cual brinda una aproximación teórica cuya tesis primordialmente plantea dar cuenta del conocimiento a través de las prácticas sociales de los grupos humanos que lo posibilitaron, y la transformación de estas prácticas cuando existe una intencionalidad para que el saber matemático ingrese al sistema didáctico. Para ello, se convino considerar tres aspectos: la naturaleza de la problemática, las prácticas de los grupos humanos y el desarrollo de las prácticas en el sistema didáctico. En el primero se señala, que en el sistema didáctico el conocimiento matemático es eminentemente una construcción social. En el segundo se explica, que las prácticas son todos los aspectos y formas de la actividad humana que transforma realmente los objetos, resignificando el conocimiento y que esto es lo que realmente sucede en el sistema didáctico. Y en el tercero se plantea, que son las prácticas, como una respuesta a la problemática, las que tienen que ser desarrolladas en el sistema didáctico y no en si los conceptos.

Naturaleza de la problemática

Para entender la problemática y su naturaleza es necesario considerar las demandas sociales a la matemática educativa, y el estatus del conocimiento en los sistemas educativos. Así, por un lado, se puede decir que los profesores de matemáticas demandan métodos para enseñar mejor, y por el otro lado, el sistema educativo, desafortunadamente, ha favorecido el nivel utilitario del conocimiento matemático. En ese sentido, las relaciones didácticas han quedado inmersas en actividades de servicio, más que en actividades de pensamiento y de cultura. No es difícil percibir que las concepciones de los estudiantes y profesores de la matemática están del lado de lo utilitario del saber. Es algo así como enseñar a leer y escribir para que las personas respondan a los menesteres de sus vidas cotidianas, mas no para que cambien con el fin de lograr un mundo mejor, es decir, un alfabetizado no necesariamente es un lector funcional que tiene el requerimiento de incorporar la lectura a su vida para transformarla.

Uno de los objetivos fundamentales de todo sistema educativo en el mundo es la formación de cuadros capaces de responder a las demandas de sus sociedades. Las formas para lograrlo dependen de los marcos culturales, de las prácticas sociales y de las historias de las instituciones. Cada sociedad tiene que reconocer sus condiciones, recursos y posibilidades, establecer sus estrategias, medios y escenarios, formular acciones y teorizar (hacer conocimiento) para trazar orientaciones y entender lo que se desarrolla. La formación de cuadros tendrá que estar inmersa en campos del conocimiento que cubran todos los factores de desarrollo humano. Es por ello, que los grupos humanos que intervienen en los campos de conocimiento tendrán que hacer sus propias organizaciones que reflejen sus pensamientos, resignificaciones y argumentaciones, que formulen sus intenciones, sus direcciones y que alcancen los consensos requeridos.

Para lograr tal objetivo, se necesita alcanzar los estatus del conocimiento escolar que están en los planos de lo funcional y de lo social, es decir, que el conocimiento se integre a la vida para transformarla y se resignifique permanentemente en la vida. La matemática escolar no ha logrado tal cometido.

¿Cómo explicarle a la demanda social que la suma y la resta responden a situaciones de cambio y que, en correspondencia a la actividad humana, se hará más compleja esa suma y esa resta reconstruyendo significados para atender situaciones de variación continua hasta llegar a elaborar la analiticidad de las funciones, si no logramos sacarlo del conocimiento utilitario? Pero aún más grave ¿cómo explicarle si no sabemos qué actividades humanas han posibilitado el conocimiento matemático?

Si se lograran dichos estatus para la matemática escolar (lo funcional y lo social), las demandas sociales obligarían cuestionamientos como: ¿qué es el conocimiento matemático?, ¿cuáles son las formas de conocer propias de la matemática?, ¿cómo se construye?, ¿cuáles son las diversas formas de construcción?, ¿cuál es la actividad matemática?, y ¿cuáles son las actividades humanas o prácticas sociales que permiten el desarrollo del conocimiento matemático?, todas ellas, en contra parte de los cuestionamientos acerca de los métodos para enseñar mejor matemáticas.

Las prácticas de los grupos humanos

Cualquier grupo humano realiza actividades de comunicación como una necesidad que depende de su organización, de su historia y de su cultura para que tomen diferentes grados de avance y desarrollo, de tal suerte que generen conocimiento. Ello ha permitido al alfabetizado convertirse en un lector funcional (Guevara, 2002). Así, el lenguaje es un conocimiento que surge de la necesidad y actividad de comunicación. Si la demanda social fuera formar lectores funcionales en contraparte del lector utilitario, sin duda el foco de atención estaría en el desarrollo de las actividades de comunicación en el sistema educativo, y no en si, en las actividades de lenguaje.

En el marco de esta similitud se pueden entender ciertas dificultades acerca del desarrollo de las estructuras y de los conceptos matemáticos en el sistema didáctico. Por ejemplo, la suma, $a+b=c$; las enésimas derivadas en la serie de Taylor, $f(x+h)=f(x)+f'(x)h+f''(x)\frac{h^2}{2!}+\ldots$;

la suma de funciones, $f=g+h$ y las ecuaciones diferenciales lineales: $ay'+y=f$, aparecen en el currículo y en diferentes niveles escolares. Sin embargo, a priori, no se sabe cómo están relacionados, ni mucho menos que éstas tuvieran carácter funcional. Una experiencia escolar (nivel básico) de la suma, $a+b=c$, no tendría por qué dar cuenta del Cálculo (nivel superior), sobre todo si ésta queda en el nivel utilitario. Asimismo, la suma de funciones $f=g+h$, en la experiencia escolar (nivel medio), no tendría que dar cuenta de la estabilidad de ecuaciones diferenciales, $ay'+y=f$ (nivel superior). Sin embargo, todos estos conceptos y estructuras, a pesar de la situación mencionada, pueden vivir aislados entre ellos en el sistema didáctico, de ahí sus dificultades.

Haber considerado la actividad matemática como el modelo de construcción matemática, ha llevado a formular epistemologías que, en el mejor de los casos, ha ayudado a tener cierto entendimiento de los conceptos y sus desarrollos, pero dificilmente logra establecer relaciones funcionales que conjunten o unifiquen dichas estructuras y conceptos a lo largo del sistema educativo.

Ahora bien, si se anteponen las actividades o prácticas sociales a estos conceptos para entender su ingreso al sistema didáctico (ver figura A), la acción misma, da señales de que no es el estudio en sí mismo de las estructuras y conceptos quien logrará las relaciones funcionales, sino el de las prácticas. Siendo así, todos los procesos escolares deberán ayudar a resignificar y argumentar hasta alcanzar dichas relaciones.

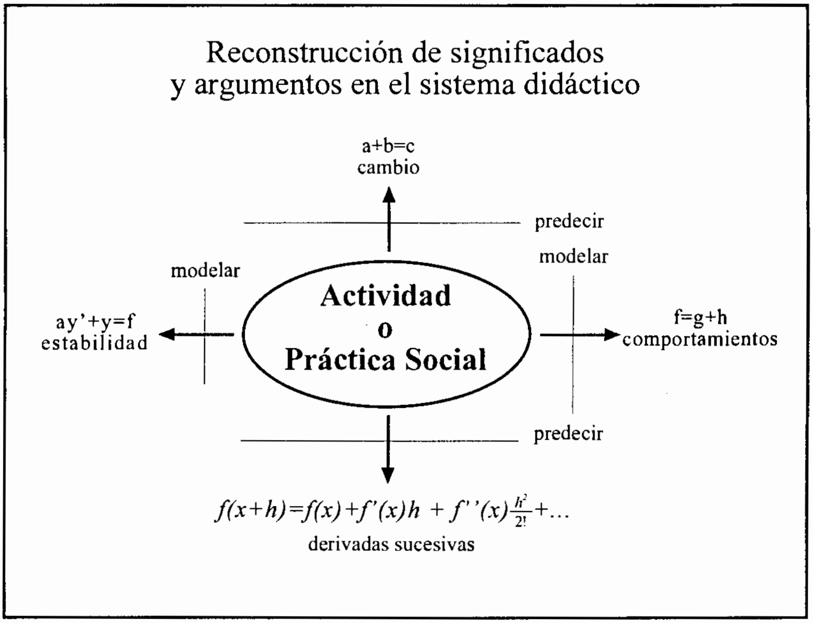

Figura A

En el marco de estas consideraciones las estructuras y conceptos son situaciones que se resignifican a través del desarrollo de las prácticas sociales. Existen investigaciones que dan cuenta de este hecho (ver por ejemplo, Farfán, 1997; Cantoral, 2001; Cordero, 2002).

La suma $a+b=c$, es una situación de cambio que será resignificada hasta alcanzar la analiticidad de las funciones. La serie de Taylor $f(x+h)=f(x)+f'(x)h + f''(x)\frac{h^2}{2!}+\ldots;$ significa las derivadas como sucesivas y simultaneas y no como la iteración de las enésimas derivadas (González, 1999). Estas resignificaciones son el resultado de ciertas prácticas sociales como lo es la predicción (Cantoral, 2001). El desarrollo de ésta pudiera lograr la relación funcional en el sistema educativo, puesto que se pueden diseñar situaciones donde la predicción sea el argumento que permita generar la resignificación de lo que varía para cantidades discretas y continuas, estableciendo procedimientos cada vez más complejos para expresar cantidades que se transforman y que fluyen: desde un juego de canicas para predecir un nuevo monto de canicas $a+b=c$ (a es la cantidad que se transforma a la cantidad c y b es la variación) hasta predecir la posición de un móvil con respecto al tiempo ($f(t)$ es la posición inicial y $f(t+h)$ es la nueva posición, y $f'(t)h$ es la variación).

Asimismo, la suma de funciones $f=g+h$ significa una situación de comportamiento local y global que tendrá que ser resignificado hasta alcanzar la estabilidad de las ecuaciones diferenciales lineales $ay'+y=f$, por medio de la modelación o bien graficación como una práctica social (Cordero, 1998 y 2001). Los diseños de situaciones sobre transformación de funciones están compuestos de argumentos de graficación (comportamiento tendencial) que generan resignificados del comportamiento gráfico estableciendo procedimientos cada vez más complejos de los parámetros de las transformaciones: traslaciones de gráficas, linealidad del polinomio, asíntota de las funciones y estabilidad de las ecuaciones diferenciales (Rosado, 2002), (Cordero, 2002b) y (Domínguez, 2001).

Entonces, si la demanda social fuera formar "matemáticos funcionales" en contraparte del "matemático utilitario", sin duda el foco de atención estará en el desarrollo de las prácticas en el sistema didáctico. Consecuentemente, el modelo de construcción estará basado en las prácticas sociales, el cual formulará socioepistemologías de la matemática.

El desarrollo de las prácticas en el sistema didáctico

Se ha explicado la naturaleza de la problemática y el papel que desempeña las prácticas de los grupos humanos, en esencia se ha dicho que se parte del hecho social, en el que cualquier grupo humano se vale de prácticas para generar conocimiento. El desarrollo de éstas depende de la organización, de la cultura y de la historia de los grupos humanos. En ese sentido, estas prácticas son todos los aspectos y formas de la actividad humana que transforman realmente (materialmente) los objetos, resignificando así al conocimiento. La resignificación quiere decir que el conocimiento, el pensamiento es un aspecto necesario de la actividad, pero un aspecto tal que por sí mismo no modifica el objeto, sino se requiere de la práctica. Asumir este hecho social lleva a formular a la problemática de la enseñanza de la matemática como una confrontación entre la obra matemática y la matemática escolar. Ambas de naturaleza y funciones distintas, sin embargo la segunda requiere interpretar y reorganizar a la primera. Entonces se requiere del estudio de las resignificaciones en los diferentes niveles escolares para rehabilitar categorías del conocimiento matemático que provienen de la actividad humana (Cordero, 2001 y 2002a).

El planteamiento anterior ha llevado a desarrollar una línea de investigación que incorpora cuatro componentes fundamentales de la construcción social del conocimiento: la dimensión epistemológica, cognitiva, didáctica y sociocultural. A estas componentes en conjunto y trabajadas en forma sistémica se le llama aproximación socioepistemológica (Cantoral y Farfán, 1998). La hipótesis consiste en considerar la actividad humana como el lugar donde encontraremos la fuente de la reorganización de la obra matemática y del rediseño del discurso matemático escolar.

Esta formulación creará una nueva base de entendimientos y construcciones donde la fuente de abstracción se encuentra en un ámbito de la actividad humana. Las categorías tendrán un carácter funcional del conocimiento matemático (Cordero, 2002a). Esto es, una vez que se identifiquen las prácticas sociales que dieron y dan cuenta del conocimiento matemático requieren ser reinterpretadas para ser integradas al sistema didáctico, pues requieren de la intencionalidad para que se desarrollen en las condiciones del sistema. Para ello, se construye la situación donde la práctica se transforma en el argumento, como el eje o núcleo para generar el conocimiento matemático que responda a la situación (ver figura B) (Buendía, 2002).

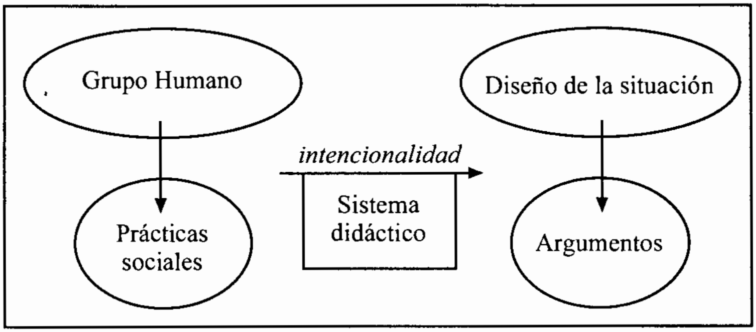

Figura B

Lo social innegablemente reformula y amplía la problemática, la visión y la perspectiva de la matemática educativa. Por ejemplo, se ha percibido que el papel de la graficación en el conocimiento matemático es una práctica social y en consecuencia genera la siguiente investigación.

La investigación. Se ha visto en los ámbitos escolares y no-escolares la necesidad de graficar para entender los datos de ciertas situaciones, pareciera que graficar no sólo es competencia de la cognición, sino que es una práctica social que ha permitido generar cierto conocimiento matemático. En ese sentido investigamos en ciertos ambientes gráficos escolares los procesos de construcción que están con relación a la modelación y el uso de las herramientas matemáticas. Para ello, hemos elegido, por una parte, las transformaciones de funciones y por otra, el uso de calculadoras graficadoras y sensores. Las transformaciones nos permitirán entender el desarrollo de la graficación, y la tecnología nos permitirá entender los aspectos y formas de la actividad humana que transforman o resignifican las relaciones funcionales que entran en juego en los ambientes gráficos.

Para llevar a cabo esta tarea se han formulado los siguientes proyectos de investigación que se encuentran en diferentes niveles de avance.

Proyectos de investigación

1. Una epistemología de la periodicidad a través de la actividad humana. Se pretende explicar que la predicción como práctica social resulta ser un argumento para construir lo periódico.
2. Las resignificaciones en la modelación. Se pretende caracterizar a la modelación como una práctica social a través de situaciones de variación y cambio.
3. Las argumentaciones en las transformaciones de funciones cuando se ponen en juego los dos momentos del desarrollo de función: curva y relación funcional. Se formulará una epistemología de la transformación de funciones donde se confronte la concepción de curva y función, para diseñar la situación didáctica.
4. Las argumentaciones en la modelación del movimiento del resorte: la ecuación diferencial de segundo orden y la función "continua a trozos". Formular la epistemología para modelar el movimiento del resorte donde se confronten las concepciones de continuidad euleriana y moderna para establecer la estabilidad de la solución de la ecuación diferencial, para diseñar la situación didáctica.
5. Las argumentaciones de la simetría de los parámetros de las transformaciones de funciones: las funciones algebraicas y trigonométricas. Formular la epistemología de la transformación de funciones donde se confronten las interpretaciones (los pensamientos) de las funciones algebraicas y trigonométricas.

Referencias bibliográficas

Buendía, G. (2002). *Una epistemología de la periodicidad a través de la actividad humana.* Memoria predoctoral. Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav-IPN, (no publicada).

Cantoral, R. (2001). *Matemática Educativa. Un estudio de la formación social de la analiticidad.* Grupo Editorial Iberoamérica.

Cantoral, R. y Farfán, R. (1998) Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción del análisis. *Epsilon Número monográfico.* Revista de la SAEM (Thales). Núm. 42, Vol. 14(3) España, 353-369.

Cordero, F. (2002a). *Reconstrucción de significados del Cálculo Integral. La noción de acumulación como una argumentación.* Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Cordero, F. (2002b). Reconstrucción de significados en contextos interactivos: las gráficas de las funciones en la organización del cálculo. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.* Grupo Editorial Iberoamérica, Volumen 15, Tomo 2, 815-820.

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.* International Thomson Editores, Vol. 4, Número 2, 103-128.

Domínguez, I. (2001).Algunas construcciones de comportamientos asintóticos sinoidales en estudiantes de precálculo y cálculo. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.* Grupo Editorial Iberoamérica, Volumen 14, 318-3325.

Farfán, R. (1997). *Ingeniería didáctica: un estudio de la variación y el cambio.* Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Guevara, G. (2002). *Lecturas para maestros.* Cal y arena, México.

González, R. (1999). *La derivada como una organización de las derivadas sucesivas: Estudio de la puesta en escena en funcionamiento de una ingeniería didáctica de resignificación.* Tesis de Maestría. Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav-IPN. México (no publicada).

Rosado, P. (2002). La variación, la aproximación y la transformación, como marco de reconstrucción de significados de la derivada. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.* Grupo Editorial Iberoamérica, Volumen 15, Tomo 1, 114-119.