

# **Una epistemología de la periodicidad a través de la actividad humana. La predicción como argumento.**

*Gabriela Buendía Abalos y Francisco Cordero Osorio*

CINVESTAV-IPN, México

buendiag@hotmail.com fcordero@mail.cinvestav.mx

## **Resumen**

En este reporte presentamos una epistemología de la periodicidad a través de la actividad humana, la cual toma en cuenta las prácticas sociales en las que se involucra un estudiante para construir dicha noción. En particular, presentamos el diseño de una secuencia que pretende mostrar cómo la predicción es una actividad humana que hace patente el tipo de regularidad presente en la gráfica de un movimiento y provoca una reconstrucción de significados. Al confrontar los diversos significados de regularidad, el alumno podrá estar en posición de construir el concepto de periodicidad. Este elemento se une al desplazamiento lineal y a la dualidad instante-periodo para ir conformando una socioepistemología de la periodicidad.

## **Introducción**

La aproximación socioepistemológica en la investigación en Matemática Educativa busca construir una explicación sistémica de los fenómenos didácticos en el campo de las matemáticas por medio de cuatro componentes fundamentales del conocimiento matemático: se incorpora al estudio de la epistemología del conocimiento, la dimensión cognitiva, la didáctica y todo esto, dentro de la dimensión sociocultural (Cantoral, 2000).

Al incorporar la dimensión sociocultural, la epistemología que se genera reconoce la actividad humana como organización social en la que se construye conocimiento y el interés de la socioepistemología, como aproximación teórica, radicará en cómo desarrollar las prácticas sociales. Estas prácticas sociales son las actividades en las cuales se involucra el hombre de tal manera que, a través de ellas, transforme realmente a los objetos.

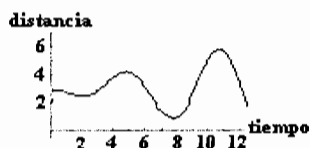
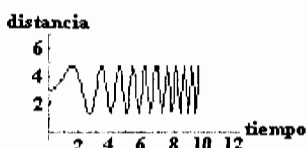
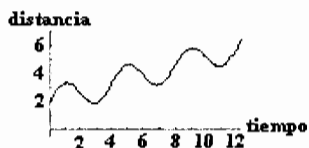
De esta manera, las epistemologías generadas brindarán explicaciones en función de las características propias del humano al hacer matemáticas en contextos socialmente organizados. Esto implica necesariamente enfocarse y reconocer los recursos, versiones, argumentos y la construcción de consensos acerca de cierto contenido matemático que necesariamente se dan en los contextos interactivos de los estudiantes. Las definiciones de los objetos y la adquisición del objeto matemático dejan de ser, por consecuencia, nuestro foco de interés para centrarnos más bien en las actividades alrededor de su construcción. Es decir, en las prácticas sociales y herramientas necesarias para construir al objeto.

Para ello, hemos buscado antecedentes que orienten hacia dichas actividades. Nuestra búsqueda ha mostrado prácticas sociales que favorecen la construcción de la noción de periodicidad así como elementos que surgen de ellas. En particular, mostraremos cómo la actividad de predecir, es una práctica que ayuda a que el estudiante construya la noción de periodicidad.

## **Un diseño: la predicción y lo periódico**

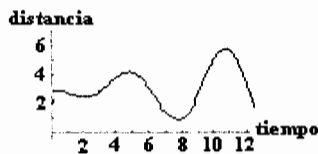
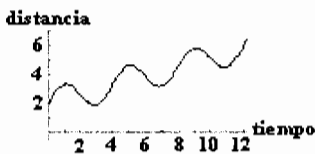
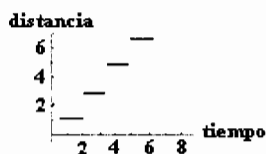
El diseño de esta situación está basado en una revisión epistemológica que hemos realizado alrededor de lo periódico. Se parte de la necesidad de describir un movimiento que se lleva a cabo en el tiempo con la finalidad de manipularlo.

La situación presenta gráficas de movimientos tanto periódicos como no periódicos y, en particular, aquéllas cuyo comportamiento periódico entra en conflicto con la propiedad periódica. Estas últimas tienen la característica de que, dado que el proceso con el cual se construyeron es periódico, entonces el resultado tendría que ser periódico. (Shama, 1998).

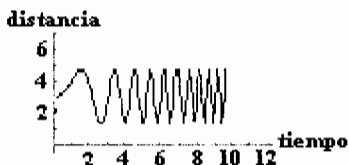


La regularidad es una característica presente en las ocho gráficas que componen la primera secuencia; sin embargo, ésta se presenta de tres maneras distintas:

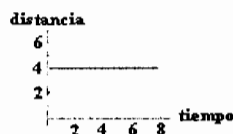
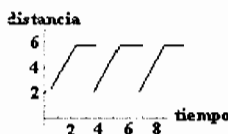
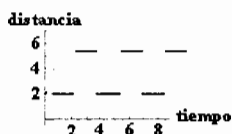
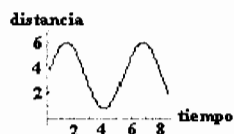
a) Regularidad sólo en el tiempo



b) Regularidad sólo en la distancia (específicamente, rango acotado)



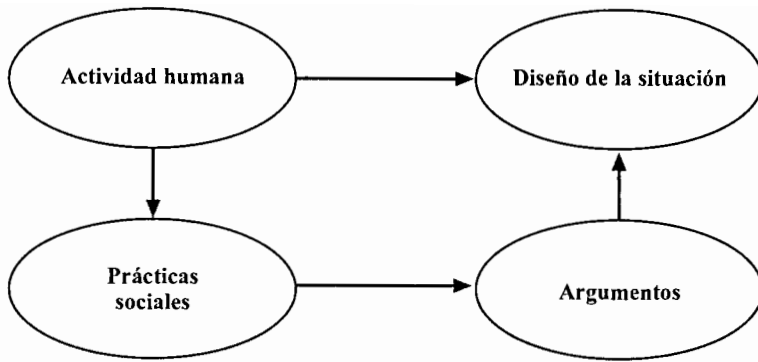
c) Regularidad en ambos



Una vez que el estudiante ha descrito las gráficas anteriores en un contexto distancia-tiempo, se le pide que las agrupe por semejanzas y diferencias. En este momento, uno podría esperar que un criterio de agrupación fuera la periodicidad. Sin embargo, esta es una característica que suele no estar presente en el discurso del alumno ni en el del profesor.

De hecho, históricamente funciones típicamente periódicas, como las trigonométricas, fueron estudiadas sin hacer explícita su periodicidad. No había (Katz, 1987) nada para que el tipo de regularidad presente en un movimiento fuera una característica sobresaliente o determinante. De manera similar, ocurre para el estudiante.

Sin embargo, llega un momento en el que el interés radica en poder describir un movimiento manejando al tiempo como la variable dependiente y poder así, predecir la posición del móvil en cualquier tiempo. Euler, inmerso en esta actividad, vislumbra la necesidad de hablar entonces de lo periódico de las funciones trigonométricas. Así, podemos entonces reconocer a la actividad humana como fuente de construcción de conocimiento.



Una vez que se reconocen a las prácticas sociales como parte de la actividad humana que genera conocimiento, entonces es necesario llevarlo al aula y analizar qué sucede en este contexto socialmente organizado. Para ello, se diseña una situación que permita ver cómo la predicción, como práctica social, es el argumento para construir lo periódico.

En la segunda secuencia que conforma nuestra situación, sigue estando presente la descripción del movimiento; sin embargo, esta descripción está enfocada a la predicción. Se le pide al alumno que prediga, en cada una de las gráficas anteriores, la posición del cuerpo en un tiempo determinado ( $t = 231$ ). Esto pretende hacer explícito el tipo de regularidad que presenta cada gráfica pues el modelo predictivo que se decida utilizar dependerá en gran parte de ello.

Dada la identificación que puede realizarse de algunas de las gráficas con la función seno, se espera que, en algunos casos, la predicción se realice analíticamente por medio de la sustitución en la función del valor pedido de tiempo; sin embargo, dado que no todas las gráficas presentadas son del tipo sinusoidal, tendrá que llevarse a cabo un análisis de la regularidad que presenta la función. Es así como los significados del alumno acerca de dichos comportamientos regulares entran en juego.

Estos significados generarán los procedimientos que lleve a cabo el alumno y la regularidad que presenta el movimiento a través del tiempo y la regularidad en el rango serán los argumentos relevantes. La conjunción de ambos tipos de regularidad lleva a darle a esas funciones un estatus especial en cuanto al modelo predictivo utilizado. Se podrá hablar, entonces, de una unidad de análisis que permita predecir la posición del móvil en cualquier tiempo. Esta unidad de análisis mínimo es el periodo.

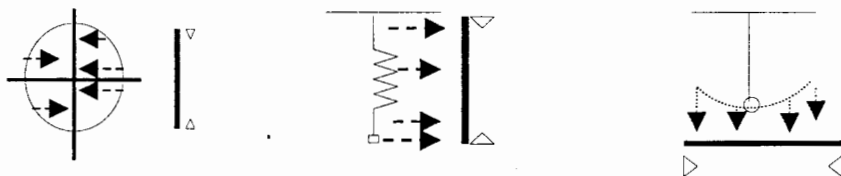
North (1983) menciona la existencia de sistemas que no son nada en un instante lo cual implica “abandonar el instante” como unidad de análisis. Esto sucede sólo en los fenómenos periódicos, en los que no es suficiente analizar un instante para darnos cuenta de la naturaleza periódica del movimiento. Entonces, la unidad de análisis tendrá que sufrir el cambio del instante al periodo y, de esta manera, todos los instantes quedan abstraídos en el periodo. Una vez conseguido este cambio, nuestro sistema de referencia volverá a la dualidad instante-periodo pero ahora bajo la forma “periodo-todo” pues para entender la naturaleza de un fenómeno periódico habrá que pasar continuamente del periodo al todo y viceversa. Es más, es necesario mantener una visión de instante pues lo que suceda en cada instante del periodo sucederá en cada instante de los demás periodos; es necesario entonces una relación dialéctica

instante-periodo característica de la periodicidad.

Así pues, la predicción provoca una reconstrucción de significados acerca de la regularidad de un movimiento que favorece la construcción de lo periódico. Por ello creemos que la predicción, en esta situación, es el argumento para lo periódico pues pareciera que sólo cuando el alumno se enfrenta a la necesidad de predecir, la periodicidad de la función es relevante.

### Una socioepistemología de la periodicidad

El propósito de esta investigación es elaborar una socioepistemología de la periodicidad; esto es, una epistemología a partir de la actividad del alumno al hacer matemáticas. Anteriormente (Buendía y Cordero, 2001), se había reportado la existencia del desplazamiento lineal como un elemento importante en la construcción del concepto de la periodicidad. Este desplazamiento se refiere al conjunto de las proyecciones verticales que pueden hacerse en tres movimientos típicamente periódicos: el resorte, el péndulo y el movimiento circular.



Así, resulta relevante cómo los tres movimientos tienen algo en común: que pueden ser descritos a través de un desplazamiento lineal y para que éste exista tendremos que analizarlo en todo su periodo de manifestación; es decir, no es un argumento puntual, sino que se manifiesta en todo el periodo.

Por otra parte, la situación presentada en este documento pretende informar acerca de la predicción como una actividad del alumno y como un argumento para que construya la noción de periodicidad al involucrarse en dicha situación.

Así, la predicción es una práctica social que permite la construcción de lo periódico y evidencia la existencia de elementos, como el comportamiento, que pertenecen más que a una estructura matemática, a las actividades alrededor de la construcción del conocimiento. En la situación presentada, la predicción es el argumento que permite también darnos cuenta de herramientas, como el desplazamiento lineal y la dualidad instante-periodo, que el alumno utiliza en su práctica como individuo.

Vemos cómo en ningún momento se está partiendo de la definición de periodicidad porque, aunque no se le está negando, no resulta ser un marco de referencia suficiente para pensar en lo periódico. Es decir, existe un contenido matemático pero se está pretendiendo una reconstrucción de significados en términos de elementos propios de la actividad humana. La predicción y el comportamiento periódico son parte de dicha actividad. Habría entonces que favorecer el desarrollo de este tipo de prácticas sociales.

### Comentarios finales

En este reporte hemos presentado una secuencia diseñada bajo una visión socioepistemológica, en la que se pretende mostrar a la predicción como un elemento importante para la construcción

del concepto de periodicidad. La epistemología propuesta, a partir de la cual fue diseñada la secuencia, parece advertir acerca de elementos, como las prácticas sociales, que bajo algún otro marco teórico no hubieran tenido la relevancia con la cual se presentan.

Las experiencias que hemos tenido al aplicar esta situación a alumnos y profesores de diversas instituciones educativas de nivel medio superior y superior permiten realizar una evaluación acerca de la socioepistemología propuesta. Esta evaluación es de tipo interno ya que se basa en una confrontación continua entre la epistemología propuesta y la revisada.

Es ahora necesario continuar con diseños que permitan aportar nueva evidencia acerca de los elementos de dicha epistemología y que, a su vez, aporten nuevos elementos para enriquecerla.

Es importante mencionar que no hemos abordado todos los casos posibles de funciones periódicas. Trabajamos el caso donde la función periódica presenta un rango acotado, pero no, el caso de rangos no acotados, como la tangente. La razón principal para ello, es que hemos trabajado gráficas distancia-tiempo en las que el comportamiento de la distancia sea fácilmente descrito a través de algún desplazamiento que se realice. Un comportamiento asintótico, como la tangente, generaría una problemática distinta, que por el momento, no hemos abordado aún.

### Referencias bibliográficas

- Buendía, G. y Cordero, F. (2001) Una epistemología del concepto de periodicidad a través de la actividad humana. Artículo aceptado para su publicación En *Actas de la 15 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Buenos Aires, Argentina.
- Callahan, J; Cox, D; Hoffman, K; O'Shea, D; Pollatsek, H. Senecal, L. (1992). Periodicidad. En *Calculus in context*. Mc Millan 413-158.
- Candela, A. (1999). *Ciencia en el aula*. México: Paidós Educador
- Cantoral, R. (2000) Pasado, presente y futuro de un paradigma de investigación en Matemática Educativa. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Volumen 13*. México: Grupo Editorial Iberoamérica 54-62
- Cordero, F (2001) La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*.4(2),103-128
- Cordero, F y Martínez, J. (2000) La comprensión de la periodicidad en los contextos discreto y continuo. *Actas de la 14 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Panamá.
- Katz, V (1987) The Calculus of the Trigonometric Functions. *Historia Mathematica* (14) 311- 324
- North, A. (1983) La matemática como elemento en la historia del pensamiento. En *Sigma. El mundo de las matemáticas*. Tomo 1. España: Editorial Grijalbo.
- Shama, G.(1998) "Understanding Periodicity as a Process with a Gestalt Structure." En *Educational Studies in Mathematics* Vol. 35 (pp. 255-281)