

Análisis de los contenidos geométricos de los libros de texto de Matemática de Educación Básica a la luz de los planteamientos teóricos del modelo de Van Hiele

Jenny Pérez Yánez y Martín Andonegui Zabala

Universidad Pedagógica Experimental Libertador,
Instituto Pedagógico de Barquisimeto. Venezuela.
jennypyanez@hotmail.com ioritz@hotmail.com

Resumen

El modelo de Van Hiele aporta una descripción del proceso de aprendizaje de la Geometría postulando la existencia de unos niveles de pensamiento, que suponen unas formas peculiares de razonar. Para este trabajo se extrajeron los principales descriptores característicos de cada nivel de razonamiento geométrico y se operacionalizaron a través de cuatro tipos de instrumentos que recogen los datos de los contenidos específicos de los textos en cada grado. La muestra estuvo constituida por 24 libros de texto de Matemática de Educación Básica (grados 1 a 9), de uso frecuente en el sistema educativo venezolano. Los resultados obtenidos confirman el desarrollo de niveles de razonamiento geométrico, desde el nivel 1 (visualización) hasta el nivel 3 (deducción informal) en los contenidos presentes en los textos analizados, a excepción de los contenidos de triángulos y rectas, que se desarrollan hasta el nivel 4 (deducción formal). También reflejan que, en general, los contenidos geométricos presentes en la colección de textos analizados siguen un patrón bastante consistente y que el nivel de razonamiento requerido se incrementa gradualmente, obteniéndose un progreso de los niveles presentes en la secuencia ascendente de los textos.

Antecedentes

Los graves problemas detectados en el aprendizaje de la matemática en el nivel básico se han hecho evidentes, recientemente y una vez más, en el informe presentado por el Sistema Nacional de Medición y Evaluación de Aprendizaje (SINEA, 1998), el cual evaluó las competencias que poseen los alumnos de tercero, sexto y noveno grado de la Educación Básica venezolana en esta área. En particular, en los contenidos de Geometría, los alumnos obtuvieron un nivel de no logro.

Estos resultados posibilitan una profunda reflexión acerca de la actuación diaria del docente y fundamentalmente sobre la metodología empleada en el aula, los recursos que utiliza y su incidencia en el aprendizaje de la geometría.

Entre estos recursos ocupa un lugar predominante el libro de texto La mejora de los resultados en el aprendizaje de la geometría, es un objetivo que lleva a plantearse si el uso del libro de texto facilita al docente y al alumno la posibilidad de desarrollar el razonamiento geométrico.

Entre los pasos que se han dado para ayudar al docente a comprender situaciones relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de la geometría, figura la aportación de Pierre y Dina van Hiele, conocida en el ámbito mundial con el nombre de Modelo de van Hiele, en el cual se describe cómo evoluciona la forma de razonar de los estudiantes en geometría y da pautas para la organización de las clases, en orden a conseguir un desarrollo efectivo de la

capacidad de razonamiento geométrico de los alumnos.

Según este modelo, el razonamiento geométrico se desarrolla en una secuencia de niveles, en la que cada nivel es un refinamiento del anterior y está caracterizado por un lenguaje particular, por unos símbolos y unos métodos de inferencia específicos. Debido a las particularidades de cada nivel, la instrucción es más efectiva si está cuidadosamente dirigida a cada uno de ellos. Los niveles se pueden clasificar como: Nivel 1 (de Reconocimiento Visual), Nivel 2 (de Análisis), Nivel 3 (de Clasificación y Relación), Nivel 4 (de Deducción Formal) y Nivel 5 (de Rigor) (van Hiele, 1986; Jaime y Gutiérrez, 1996). Es importante subrayar que el progreso en la comprensión de los conceptos geométricos siempre se produce desde el primer nivel y de manera ordenada, a través de los niveles siguientes. Para que los estudiantes se desempeñen adecuadamente en uno de los niveles avanzados deben haber dominado los niveles previos. No es posible alterar el orden de adquisición de los niveles ya que cada nivel lleva asociado un lenguaje y el paso de un nivel al siguiente se produce en forma continua y pausada.

Partiendo de esta conceptualización, se analizaron los contenidos geométricos presentes en los libros de texto de matemática de Educación Básica a la luz de los planteamientos teóricos del Modelo de van Hiele. Es necesario destacar que no existen en el medio escolar venezolano libros de texto dedicados exclusivamente al área de la geometría. Los tópicos propios de este campo se hallan esparcidos en los textos escolares de matemática de los diferentes grados. Sin embargo, es posible establecer precisiones en relación a lo que podría esperarse del tratamiento de los temas geométricos en tales textos generales.

Son muchos los aspectos a considerar a la hora de elaborar o evaluar un texto de geometría. Por esta razón, para plantear el análisis correspondiente se tomaron como referencias las proposiciones de van Dormolen (1986) y van Hiele (van Hiele, 1986; Jaime y Gutiérrez, 1996; Fuys et al., 1988), así como las de otros autores (Noirfalise, 1993; Prendes, 1996; Martínez y Porras, 1998).

Partiendo de los planteamientos de van Dormolen (1986), en los textos relativos a geometría deberían resaltar los puntos focales destacados por el autor:

- Los elementos nucleares: expresiones generales a ser aprendidas como conocimiento en sus diversos tipos: teóricos, algorítmicos, lógicos, metodológicos y comunicativos.
- Los elementos no nucleares: ejemplos, explicaciones, ejercicios, problemas.
- El tratamiento del contenido geométrico de un modo consistente, claro y genuino.
- El ajuste al paso del proceso de aprendizaje en sus fases globales: preparación y motivación, presentación y asimilación del contenido nuevo, consolidación y aplicación de lo aprendido.
- La presencia de una secuencia progresiva en el tratamiento de los diversos tópicos geométricos considerados en los textos; presencia a considerar no sólo en cada texto, sino en posibles colecciones de los mismos.
- El manejo del lenguaje en sus diversos niveles (demostrativo, relacional y funcional, en lo que sean posible según el nivel de grado escolar considerado), modalidades (escrito, visual) e intencionalidades (descriptiva, procedimental).
- La medida en la que el texto puede ser manejado de manera autónoma por el alumno.

Noirfalise (1993), por su parte, expresa que el análisis de un texto de geometría debe dirigirse a la búsqueda de las regularidades presentes en los modos de funcionamiento del saber geométrico allí presente. Esto implica dirigirse no sólo al discurso, sino también a lo que él denomina otros objetos paramatemáticos, tales como las figuras y construcciones geométricas (con regla y compás), y los enunciados de resultados. Esta llamada de atención sobre figuras y construcciones ha sido formulada también por otros autores. Entre ellos, Martínez y Porras (1998) previenen acerca del riesgo de la presentación ostensiva de las nociones geométricas en los textos elementales, es decir, del riesgo de convertir los dibujos en el propio objeto de estudio de la geometría, olvidando que la figura no es tanto la representación de un objeto, sino del espacio ocupado por el mismo y que, por tal razón, las figuras deben ser entendidas como fórmulas dibujadas a las que es preciso dotar de significado geométrico.

Desde otra perspectiva, Prendes (1996) también llama la atención sobre la importancia de las imágenes (en general) al interior de los textos y de su relación con el discurso escrito, y sugiere que su análisis no debe reducirse a su configuración gráfica, sino alcanzar también la vertiente de su funcionalidad didáctica.

Como puede apreciarse por lo expuesto hasta ahora, son muchos los aspectos a considerar a la hora de elaborar o de evaluar un texto de geometría. Es en este contexto en el que se inserta la posible evaluación de tales textos desde la perspectiva del modelo teórico de van Hiele.

La investigación

Este estudio se enmarcó dentro de la modalidad de investigación descriptiva. La muestra estuvo constituida por 24 libros de texto de Matemática de Educación Básica (grados 1 a 9) de los más usados en los centros educativos del área metropolitana de Barquisimeto (Venezuela). Se escogieron así textos de tres editoriales -Excelencia, Santillana y Educación Básica 1- consideradas por su reconocida trayectoria en la enseñanza de la matemática y su disponibilidad en el mercado.

Se utilizaron cuatro tipos de instrumentos -uno para cada nivel de razonamiento- representados por matrices de recolección de datos. En las filas de estas matrices se especificaron los descriptores característicos de cada nivel de razonamiento; y en sus columnas, los diversos contenidos correspondientes a cada grado. Como ejemplo, indicamos los descriptores del Nivel 1 (Visualización):

- Manejan objetos reales observados globalmente y como unidades.
- Identifican figuras o relaciones geométricas
 - En dibujos
 - En conjuntos determinados.
 - Con orientaciones variadas.
 - De objetos físicos que rodean al alumno.
- Describen figuras geométricas por su aspecto físico.
- Diferencian o clasifican con base en semejanzas y diferencias físicas globales entre ellos.
- Crean formas:
 - Usando papel cuadriculado, papel isométrico, geoplanos, etc.
 - Construyendo figuras con fósforos, palillos, plastilinas, ...

- Utilizan vocabulario geométrico para hablar de las figuras o describirlas, acompañado de otros términos de uso común que sustituyen a los geométricos.
- Trabajan con problemas que pueden ser resueltos por la vía de la manipulación de objetos concretos.
- Presentan actividades de manipular, colorear, doblar, cortar y modelar figuras.

Los contenidos de los nueve grados son los siguientes: Ubicación en el espacio (A), Cuerpos geométricos (B), Polígonos en general (C), Ángulos (D), Triángulos (E), Cuadriláteros (F), Circunferencias y círculos (G), Simetrías (H.1), Traslaciones (H.2), Rotaciones (H.3), Homotecias (H.4), Área de figuras planas (I), Volumen de cuerpos sólidos (J), Rectas (K), y Vectores (L).

En cada casilla de estas matrices se evaluó la presencia del correspondiente descriptor –total (T) o parcial (P)-, o su ausencia (N).

Conclusiones

El análisis de los datos obtenidos permite establecer las siguientes conclusiones:

- Los resultados obtenidos confirman el desarrollo de niveles geométricos desde el nivel 1 (visualización) hasta el nivel 4 (deducción formal) en los contenidos de los textos analizados, tal como se puede observar en la siguiente tabla:

Tabla 1. Presencia de los niveles en los textos de cada grado

Niveles	Grados								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	x	x	x	x					
2		x	x	x	x	x	x	x	x
3					x	x	x	x	x
4								x	x

Fuente: Jenny Pérez, 2001

- Obsérvese que la presencia del nivel 1 llega hasta 4to grado, que el nivel 2 abarca desde 2do hasta el 9no grado, que en 5to grado se presentan las primeras propuestas relativas al nivel 3 de razonamiento, y que el nivel 4 apenas se asoma en los dos últimos grados.
- Los contenidos geométricos presentes en la colección de textos analizados siguen un patrón bastante consistente, y el nivel de razonamiento requerido se incrementa gradualmente.
- Sí hay progreso en el tratamiento de los temas al pasar en los textos de un grado a otro, como se observa en la siguiente tabla:

Tabla 2. Porcentaje de presencia de los descriptores de cada nivel en los textos de cada grado, por editoriales (1, 2 y 3) y en promedio (Pr)

Grados	Nivel 1				Nivel 2				Nivel 3				Nivel 4			
	1	2	3	Pr*	1	2	3	Pr*	1	2	3	Pr*	1	2	3	Pr*
1	66	85	72	74												
2	68	66	58	64	37	17	47	34								
3	56	83	73	71	53	42	58	51								
4	74	77	64	72	82	75	72	76								
5					96	96	96	96	59	56	63	59				
6					81	81	92	85	50	42	57	50				
7**					89	93		91	54	52		53				
8**					87	84		86		49		49		25		25
9**						89		89	56	61		59	62	32		47

Fuente: Jenny Pérez, 2001

* Las columnas Pr contienen los valores promedios correspondientes a los 3 textos, en cada grado y nivel.

** En 7mo, 8vo y 9no grado sólo se dispuso de los textos 1 y 2

- Los descriptores propios de cada nivel aparecen con su máxima presencia del siguiente modo:

- los del nivel 1: 1er grado (texto 2), 3er grado (texto 2) y en 4to grado (texto 2).
- los del nivel 2: en 5to grado en los tres textos.
- los del nivel 3: en 5to grado (textos 1 y 3) y en 9no grado (texto 2)
- los del nivel 4: en 9no grado (texto 1)

- Los niveles predominantes en los textos de cada grado son:

- el nivel 1, en los textos de 1er a 3er grado
- el nivel 2, en los textos de 4to a 9no grado.

Esto indica que para la comprensión de la mayor parte de los contenidos geométricos presentes en los textos analizados bastaría con ubicar a los estudiantes en el nivel 2 de razonamiento geométrico.

- Desde el punto de vista de los textos que se manejan destacan los siguientes grados críticos:

- 1er grado, ya que el nivel 1 alcanza en él, en promedio, su valor máximo de presencia
- 4to grado, porque en él se produce el cambio de predominio del nivel 1 al 2
- 5to grado, por la máxima presencia que alcanza en este grado el nivel 2 (en

todos los textos) y el nivel 3 en el texto 1

- 9no grado, por marcar pauta en el inicio del desarrollo del nivel 4.

- Hay razonamientos simultáneos o alternativos en dos niveles, por lo que el paso de un nivel a otro se produce continua y pausadamente en algunos grados, en especial de la primera (grados 1 a 3) a la segunda (grados 4 a 6) etapa de Educación Básica, que desarrollan niveles 1 y 2, y en la segunda y tercera (grados 7 a 9) etapas de Educación Básica, que desarrollan niveles 2 y 3.- Los contenidos geométricos presentes en los libros de texto de Matemática de la primera, segunda y tercera etapa de Educación Básica, a excepción de los contenidos de triángulos (E) y rectas (K), se desarrollan secuencialmente desde el nivel inicial o básico (visualización) hasta el tercer nivel (deducción informal).
- Los contenidos de triángulos (E) y rectas (K) son los únicos que se desarrollan desde un nivel 1 (visualización) hasta el cuarto nivel (deducción formal).
- En 8vo grado de Educación Básica se altera el orden de adquisición de los niveles en los contenidos referidos a vectores (L), rotaciones (H.3) y traslaciones (H.2), ya que de entrada estos contenidos se sitúan en un nivel 2 sin antes desarrollar aspectos referidos al nivel 1. Igualmente ocurre con el tema de áreas (I) en 5º grado y de volúmenes (J) en 6º grado. Este tratamiento contradice el supuesto teórico de que para alcanzar un nivel de razonamiento, es necesario haber adquirido los anteriores.
- Se pierde proximidad en la secuencia de niveles en algunos contenidos, particularmente en los de simetría (H.1) y de rectas (K), que se presentan muy temprano en un nivel 1 ó 2 y luego de 3 ó 4 años son retomados nuevamente.
- En el 9no grado de Educación Básica, algunos contenidos están referidos a un nivel 4 de razonamiento geométrico, ya que desarrollan algunos de los descriptores propios de este nivel, pero no lo hacen cabalmente; es decir, se establecen demostraciones resueltas formal pero mecánicamente, ya que no permiten adquirir una visión global para demostrar un resultado de diferentes formas a partir de premisas distintas.
- Los descriptores propios de los tres primeros niveles, menos desarrollados en los textos analizados, son:
 - a. En el Nivel 1:
 - Identificar figuras o relaciones geométricas en conjuntos determinados o con orientaciones variadas.-
 - Crear formas usando geoplanos, papel cuadriculado o isométrico.
 - Construir figuras con materiales diversos.
 - Trabajar problemas que pueden ser resueltos por la vía de la manipulación de objetos concretos.
 - b. En el nivel 2:
 - Descubrir propiedades de figuras específicas, empíricamente, y formular generalizaciones acerca de propiedades de figuras mediante comprobaciones.
 - c. En el nivel 3:
 - Seguir razonamientos geométricos buscando en ellos algunos pasos que falten.
 - Descubrir nuevas propiedades usando razonamientos deductivos.
 - Trabajar y discutir situaciones que presentan proposiciones y sus inversas.

- Suministrar situaciones para dar más de una explicación o aproximación.
- En cuanto al nivel 4 de razonamiento geométrico, en los textos analizados sólo se desarrollan aspectos relativos a crear demostraciones a partir de un sencillo conjunto de axiomas, usando frecuentemente un modelo para sustentar los argumentos.
- Los textos analizados carecen de actividades instruccionales para ayudar a los estudiantes a desarrollar niveles altos de razonamiento geométrico.

Referencias bibliográficas

- Fuys, D. & Geddes, D. & Tischler, R. (1988). The Van Hiele Model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education, Monograph N°3*. Reston, NCTM.
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1996). *El grupo de las isometrías del plano*. Madrid, Síntesis.
- Martínez, R. y Porras, M. (1998). La presentación ostensiva de las nociones geométricas en los textos de la escuela elemental. *Revista Educación*, Vol. 10, N°3, Diciembre, 8-24.
- Noirfalise, R. (1986). Contribución à l'étude didactique de la démonstration. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 13-3, 229-256.
- Otte, M. (1986). What is a text?. En: B. Christiansen et al. (Eds), *Perspectives on Mathematics Education*, p. 173-203. Boston, D. Reidel, Publ.
- Prendes, M. (1996). Análisis de imágenes en textos escolares. *Revista de Medios y Educación*, N° 6, Enero, 15-39.
- SINEA (1998). *Informe para el docente*. Caracas, Ministerio de Educación, Oficina Sectorial de Planificación y Presupuesto.
- Van Dormolen, J. (1986). Textual analysis. En: B. Christiansen et al. (Eds), *Perspectives on Mathematics Education*, p. 141-171. Boston, D. Reidel, Publ.
- Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and insight. A theory of Mathematics Education*. London, Academic Press.