

# Los biomodelos y su impacto en la educación superior agropecuaria

*Lucía Fernández Chuairoy, Caridad Walkiria Guerra y Yolanda Sabin Rendón*  
Universidad Agraria de La Habana, Cuba.

lucia@unah.edu.cu o chuairoy@yahoo.com

## Resumen

En la actualidad se incrementa la necesidad de los investigadores de utilizar Modelos Matemáticos para describir procesos biológicos y productivos. Otra problemática es la búsqueda de nuevas formas en la enseñanza de la Matemáticas cuando se imparte para otra especialidades, donde existe poca motivación al sentir las desvinculadas de sus intereses como profesionales. A partir de estos antecedentes y el estado actual de la temática La Universidad Agraria de La Habana desarrolló a partir de 1994 un proyecto de investigación que unido a la participación en otros proyectos y el uso de software especializados fomentan una cultura del uso de la Modelación Matemática. El desarrollo científico-técnico-metodológico alcanzado posibilitó el perfeccionamiento de la Matemática Superior y la Bioestadística, se introdujo una adecuada interpretación matemático - biológica en temas del Cálculo Diferencial e Integral, se elevó el nivel científico-técnico de docentes, investigadores y especialistas al incorporar metodologías y procedimientos en maestrías, diplomados y asesorías a otros proyectos de investigación, que requieren de conocimientos avanzados en este campo.

## Introducción

Una de las características fundamentales de la época actual está la necesidad de poseer sólidos conocimientos en las Ciencias Básicas y en particular en la Matemática por el papel que ocupa en el desarrollo del pensamiento lógico y abstracto, por lo que se hace imprescindible ampliar las investigaciones en la esfera de la Matemática Aplicada, que vinculada con los Modelos Matemáticos, el Cálculo Diferencial e Integral, desarrollo de software especializados, algoritmos de cálculo, y la experimentación, logran una mayor eficiencia en la investigación, lo que eleva la productividad y soluciona problemas complejos .

La tendencia en el uso de la Matemática Aplicada es creciente y su fuerza motriz estriba en las necesidades del desarrollo de las investigaciones, que va aparejado a los avances de la sociedad y es más intensa aún a partir de la década del 90, con el perfeccionamiento y desarrollo de la Informática.

En las Ciencias Agropecuarias la Modelación Matemática se vincula con procesos biológicos, técnicos y productivos, lo que permite, comparar, predecir e ir a la búsqueda de soluciones óptimas. Según Fernández et al (2000) los modelos que describen dichos procesos se construyen mediante la observación, formulación de hipótesis, diseño, verificación de los resultados experimentales y otros aspectos muy vinculados con las diferentes etapas del método científico. Del Pozo y Fernández, (2001) valoran el papel de los modelos matemáticos como un medio de obtener conocimientos científicos, cuya veracidad se comprueba en el curso de la práctica social.

El objetivo del presente trabajo es mostrar las experiencias alcanzadas en la introducción a la docencia de pre y postgrado del tema de Modelación Matemática en el ámbito agropecuario.

La introducción de modelos matemáticos en planes y programas de este estudio de pre y post grado requirió de un trabajo metodológico, con el fin de establecer una correspondencia entre el lenguaje matemático y el biológico, así como abarcar un conjunto de aspectos que recorren un amplio espectro de las Matemáticas desde el Cálculo Diferencial hasta la Matemática Numérica y la Estadística Matemática, lo que permitió establecer vínculos con otras disciplinas de las carreras agropecuarias

## **Necesidad de introducir Modelos Matemáticos en la enseñanza de pre-grado**

Uno de los problemas de la enseñanza de la Matemática cuando se imparte para otras especialidades es la poca motivación de los estudiantes al sentir esta disciplina desvinculada de sus intereses como profesionales, además de existir dificultades en el aprendizaje de conceptos correspondientes a esta ciencia por su nivel de abstracción.

Por tal motivo a partir de un proyecto de investigación desarrollado en la Universidad Agraria de La Habana se introdujo en la docencia de pregrado una interpretación matemático – biológico en el Cálculo Diferencial e Integral en contenidos como asíntotas, extremos, puntos de inflexión, ecuaciones diferenciales, integral definida entre otros. El Departamento de Ciencias Básicas cuenta con una gama de ejercicios basados en problemáticas reales, ajustados a la docencia con el rigor del lenguaje biológico tradicional.

El estudio del crecimiento revierte gran importancia en las Ciencias Biológicas, ya que constituye una regularidad, además tiene la característica de ser un proceso dinámico, y en la mayoría de los casos responde a modelos no lineales y asintóticos. Por tal motivo se toma descripción de esta ley biológica como ejemplo para mostrar la utilización de las herramientas matemático – estadísticas.

Los datos y el enfoque para la aplicación, se tomó de un experimento desarrollado por los investigadores en áreas de la Universidad:

Ejemplo: De un experimento en aves, se conoce el peso vivo promedio (g) durante 35 semanas dadas por  $(X_1, Y_1); (X_2, Y_2).....(X_{35}, Y_{35})$  y se desea conocer la dinámica de crecimiento de las mismas con respecto al tiempo, así como algunos indicadores como son: edad en que se produce la máxima tasa de ganancia, peso promedio en la madurez , etc.

## **Procesamiento y análisis de la problemática**

Esta problemática da paso a la introducción del Análisis de Regresión a partir de la experimentación, así como las vías que permiten encontrar la expresión matemática que responde a las características del proceso. Para ello es necesario:

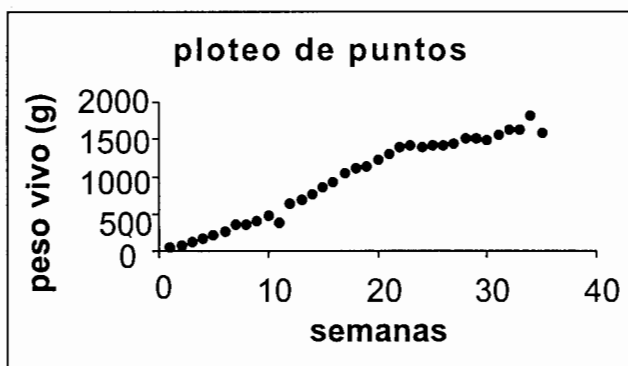
- Ploteo de puntos para analizar tendencia de datos
- Selección del tipo de modelo ajustado
- Ajuste del modelo, con el apoyo de un software apropiado.
- Descripción del proceso a partir del modelo obtenido.

La figura 1 muestra la tendencia del crecimiento de las aves durante las 35 semanas teniendo asociado el modelo Logístico que fue el que logró el mejor ajuste, conjuntamente con otros tres modelos como el lineal simple, el de Brody y el de Von-Bertalanffy.

Una vez determinado el modelo y estimado sus parámetros se comienza la descripción del

proceso mediante el uso de las siguientes herramientas matemáticas.

- **Dinámica de crecimiento.** A partir de la propia función en la figura 2.
- **Primera Derivada.** Permite obtener posibles extremos e intervalos crecimiento. Por otra parte se pueden determinar las ganancias instantáneas y por tanto la dinámica de la tasa de ganancia en el período analizado, en la tabla 1 se muestran estos resultados de la semana 9 a la 19.
- **Punto de inflexión.** A partir de lo mostrado en la figura 2, el estudiante puede analizar y explicar los cambios en la forma de la curva, de convexa a cóncava. La respuesta está relacionada con cambios en la tasa de ganancia y la existencia de un punto de inflexión, que representa el momento donde se alcanza la máxima ganancia, luego, el **punto de inflexión** es un máximo de la primera derivada y biológicamente está asociado a **la pubertad** y es de vital importancia en las investigaciones, ya que es donde el animal empieza a rendir económicamente.
- **Tasa de madurez:** Esta se refiere a la tasa de crecimiento relativa al peso maduro (relacionada con el parámetro  $k$  que aparece en la figura 1). Se plantea que grandes valores de  $k$  indica madurez temprana y valores pequeños de  $k$  indica madurez tardía
- **Asíntota:** La asíntota en este modelo es  $PV=A$  ( $A$  es un parámetro del modelo) y representa la media del peso maduro, es decir la media del peso a la madurez

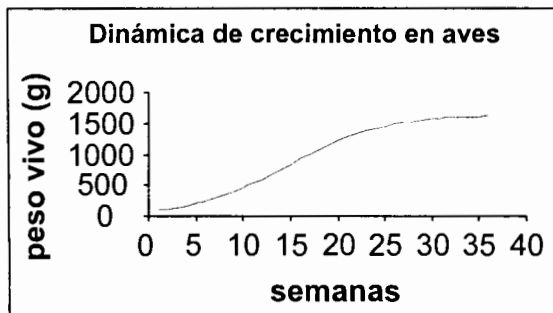


$$PV = \frac{A}{(1 - be^{-kt})}$$

**Figura 1.** Ploteo de los puntos y modelo Logístico que responde a una curva asíntótica y sigmoide, propiedades necesarias para la descripción del crecimiento.

**Tabla 1.** Resultados de la tasas de ganancias de las semanas 9-16

semanas	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tasas de ganancias g/semanales	60.19	66.3	71.87	76.5	79.98	81.95	82.31	81.01	78.16	73.97	68,75



$$PV = \frac{1636.95}{(1 - 19.32e^{-0.2013t})}$$

Punto de inflexión (14.7, 818.47)  
Asíntota PV = 1636.95

**Fig.2.** Representación gráfica del **crecimiento** en aves a partir del modelo de regresión

En este proceso se pudo apreciar que la respuesta conlleva el ajuste de un modelo no lineal lo cual está presente en muchas situaciones de procesos biológicos y agropecuarios por lo que se hace necesario la valoración del especialista conjuntamente con la del matemático para tener en cuenta los elementos más relevantes y su valoración.

Se describen en forma similar otros procesos como son: Crecimiento alométrico que relaciona el comportamiento de la parte de un organismo con respecto al todo, una vez obtenido el modelo se puede determinar el momento óptimo del sacrificio del animal dependiendo del objetivo económico. Se incluyen estudios de puesta de huevo, respuestas de rendimientos de los cultivos ante la aplicación creciente de fertilizantes, Curvas de lactancias, en los cuales se estima picos de producción, así como producciones totales y parciales a partir de la integral definida, es decir área bajo la curva, entre otros. Existe una amplia gama de aplicaciones de estos modelos en estas ramas, lo cual se corrobora por las numerosas publicaciones científicas existentes, una muestra fue reportada por Fernández (1996).

En el orden didáctico, esto contribuye a incentivar la motivación de los estudiantes por las Ciencias Matemáticas al lograrse una mayor vinculación de su contenido teórico con los procesos biológicos de objeto de la profesión y posibilita una mejor calidad de las capacidades profesionales, en tanto que se incorporan herramientas matemáticas en el modo de actuación profesional.

Por otra parte se fomenta una cultura del uso de la Matemática con la integración del tema en diferentes disciplinas, donde se puede lograr una formación más eficiente del profesional en la medida en que los conocimientos básicos de la disciplina Matemática estén más vinculados y sean retomados por otras disciplinas.

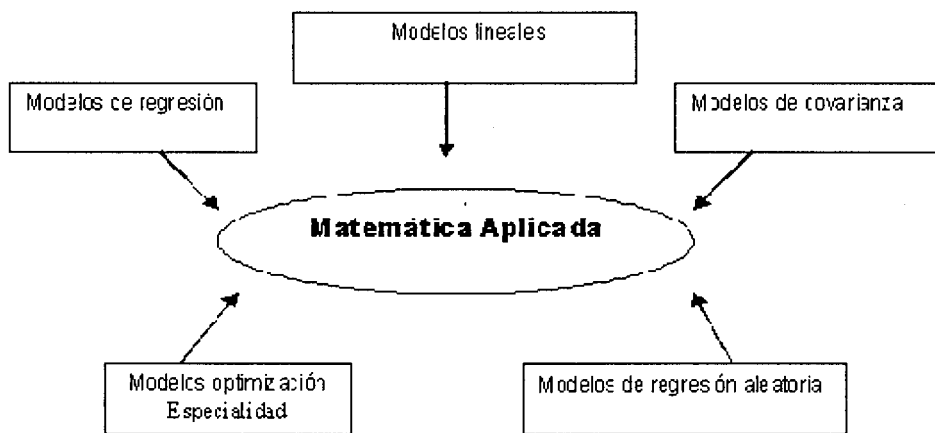
### **Necesidad de introducir Modelos Matemáticos en la enseñanza de Post grado**

Paralelamente a la problemática anterior, los retos del presente milenio, requiere de una labor eficiente en la organización y desarrollo de la investigación científica y el conocimiento que esta genera, a lo cual puede contribuir en gran medida la aplicación consecuente de modelos estadísticos, con el apoyo de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación.

El departamento de Ciencia Básicas, ante la necesidad creciente de los investigadores, de

adquirir nuevos conocimientos científicos en áreas avanzadas de la Modelación Matemática, la Estadística y la Computación, ha desarrollado un grupo de acciones relacionadas con: conferencias especializadas, introducción de estos temas en estudios de maestrías en Producción Animal, Medicina Veterinaria Preventiva, Producción Rumiantes, Ciencia Agrícola, Reproducción, así como en cursos de post grado. Se propuso (Guerra et al 2000, 2002) un sistema de superación profesional que incluye los diplomados sobre: Modelos Matemáticos y Estadísticos aplicados a la gerencia académica e investigativa y otro sobre Biomodelos.

La participación de profesores de Matemática en otros proyectos de investigación relacionados con: Procesos de producción de leche (Fernández et al 2001a, b), disposición espacial de plagas, entre otros, mantienen un reto constante por el continuo desarrollo científico-técnico y actualmente se trabaja en diferentes líneas como muestra el esquema 1



**Esquema 1 Modelación Matemática Aplicada a procesos biológicos y productivos**

Por otra parte con frecuencia se recoge en la literatura científica y docente muy pocos aspectos que avalen las cualidades de los modelos estadísticos, principalmente de regresión tanto en el orden teórico como en lo práctico, así como no se expresan sus posibilidades descriptivas, explicativas o predicativas en el contexto de la situación dada. Para contribuir al realismo, precisión y generalidad en la aplicación de los modelos estadísticos de regresión y otros, algunos (Guerra et al, 2001) teniendo en consideración criterios aportados por diferentes autores (Méndez, 1993; Peña, 1994; entre otros) y paquetes estadísticos ponen a consideración y describen los siguientes aspectos en la selección de modelos estadísticos:

1. Métodos de ajuste de los modelos.
2. Error estándar de los estimadores de los parámetros.
3. Coeficiente de variación de los estimadores.
4. Límites de confianza de los parámetros.
5. Test de redundancia de los parámetros.
6. Análisis de Varianza relacionado con el modelo en cuestión.
7. Coeficiente de determinación  $R^2$  y  $R^2$  ajustado por los grados de libertad.
8. Suma de Cuadrados y Cuadrado Medio Residual.

9. Error estándar de estimación.
10. Test de falta de ajuste del modelo.
11. Análisis del efecto del uso de transformaciones en el modelo.
12. Diagnóstico y tratamiento de la multicolinealidad en modelos de regresión lineal múltiple.
13. Validación de las predicciones del modelo.

Estadístico PRESS (Suma de Cuadrados del Error de Predicción).

Estadístico CMEP (Cuadrado Medio del Error de Predicción).

Estadístico  $C_p$  de Mallows.

Coefficientes de Correlación entre los resultados predichos y los reales.

Análisis de la precisión de las estimaciones.

14. Análisis de los residuos:

Normalidad (Test de Shapiro-Wilks, Kolmogorov-Smirnov, etc.)

Autocorrelación (Test de Rachas, Signos, Durbin-Watson,  $\chi^2$  de independencia, Ljung y Box)

Homocedasticidad (Gráficos de los residuos, test de Cochran, Bartlett y Hartley).

Otros estadísticos relacionados con los residuos que aparecen en los paquetes estadísticos, así como gráficos.

Esta temática se enriquece con las investigaciones de los cursistas de pregrado (cursos diurno y para trabajadores) en trabajo científico estudiantil y mayormente en postgrado en tutorías y asesorías de tesis de doctorado y maestrías y en los servicios científicos que se prestan, lo que representa un reto para la Educación Superior en el presente milenio.

## Conclusiones

Los resultados obtenidos con la introducción de la Modelación Matemática vinculados a procesos biológicos han permitido dar un salto cualitativo en la formación y superación de profesionales e investigadores, en la investigación científico técnica y los servicios científico - técnico en el ámbito agropecuario

## Referencias bibliográficas

- Del Pozo, P. P. y Fernández, L. (2001) El Papel de la modelación y la simulación en la investigación de las ciencias agropecuarias. *Revista de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas*, Universidad de Nariño RECYM. : 101-120. ISSN 0124-0285.
- Fernández, L. (1996) *Modelos que describen la Dinámica de los procesos biológicos en las Ciencias Agropecuarias*. Tesis de maestría en Matemática Aplicada a las Ciencias Agropecuarias. UNAH.
- Fernández, L. & Martínez A. y Del Pozo, PP. (2000) Modelación Matemática y Método Científico, su impacto en las Ciencias Agropecuarias. *Revista de Ciencias Técnicas Agropecuarias*. Volumen 9 número 3 y 4/ 2000. pp. 63-60.
- Fernández, L. & Menéndez, A. & Guerra, W. and Suárez, M. (2001a) Estimation of the standard lactation curves of the Siboney de Cuba breed for their use in lactation. *Cuban Journal of Agricultural Science*, 35(2): pp. 93-97.
- Fernández, L. & Menéndez, A. & Guerra, W. y Suárez, M.: (2001b) Modelado de la curva de lactancia en el Siboney de Cuba con pesajes individuales y efectos incluidos. *CD Publicaciones ALPA*. Noviembre 2001. ISBN 959-7164-03-5.
- Guerra, W. & De Calzadilla, P., Josefina. (2000) *El Modelo Estadístico en el Sistema de conocimiento de la Estadística en el nivel superior agropecuario*. DICT, UNAH.
- Guerra, W. & Cabrera A y Fernández, L. (2001) Aplicación de criterios para la selección de modelos estadísticos en la investigación científica. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*. En proceso de publicación.
- Guerra, W. y Fernández, L. (2002) Propuesta de un sistema de superación profesional sobre métodos estadísticos. *Revista de Ciencias Matemáticas*. Vol. 2. .
- Méndez, R. I. (1993) Uso y abuso de la Estadística en la investigación. *Tópicos de Investigación y Postgrado*. III(2):3-8.
- Peña, D. (1994). '2. Modelos lineales y series temporales' en *Estadística, Modelos y Métodos*, Alianza Editorial, S.A., Madrid, España.