

Aplicación de la teoría de la actividad a la formalización de enunciados con lógica de predicados: un primer acercamiento

José Luis Ramírez Alcántara

Becario del CONACYT, México

Joseluis.Ramírez@campus.uab.es

Carmen Azcárate Giménez

Universidad Autónoma de Barcelona, España

Carmen.Azcarate@uab.es

Resumen

En este trabajo se describe una investigación en curso, en que se aborda una de las problemáticas que se presenta en los cursos de Lógica o Inteligencia Artificial, en el tema de representación del conocimiento, cuando se pide a los estudiantes formalizar enunciados del lenguaje común (natural) con el lenguaje de la Lógica de predicados. Se describen algunos de los errores identificados con alumnos del nivel superior y se aplica la Teoría de la Actividad para caracterizar la habilidad de traducir enunciados del lenguaje común (natural) a fórmulas bien formadas del lenguaje de la Lógica de predicados. Se propone una base de orientación que se deben usar al resolver los problemas de formalización (traducción) que se plantean en los cursos mencionados.

Introducción

En los cursos de Lógica e Inteligencia Artificial que se han venido impartiendo en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Guerrero, el Instituto Tecnológico de Zacatepec y en el Centro Nacional de Desarrollo Tecnológico (CENIDET)¹ se han detectado ciertas deficiencias que los estudiantes presentan al abordar el tema de la representación del conocimiento con la Lógica de predicados.

Algunas de las dificultades observadas (en las consultas que los estudiantes hacían, en los ejercicios planteados en clase y en los resultados de los exámenes) fueron: desconocimiento de la simbología empleada y del significado de los cuantificadores y conectivos. También se identificaron los diversos tipos de errores que se cometen al traducir del lenguaje coloquial (escolarizado) a fórmulas bien formadas (FBF) tanto de la lógica de proposiciones como de predicados.

La formalización de enunciados del lenguaje natural con la Lógica proposicional, ha sido estudiando por Juárez [1996]. En su trabajo propuso una forma de desarrollar la habilidad para traducir del lenguaje escolarizado a FBF de la lógica proposicional.

En este trabajo retomaremos el fundamento teórico utilizado por el autor citado, en el párrafo anterior, y propondremos una forma de desarrollar la habilidad para traducir (formalizar) enunciados del lenguaje común (natural) FBF de la lógica de predicados.

Descripción del problema

El problema de la traducción o formalización de enunciados del lenguaje natural con el lenguaje de la Lógica de predicados se puede expresar de la siguiente forma: en primer

¹ Instituciones de educación superior de México.

lugar se requiere la identificación de cuantificadores, conectivos y predicados, así como el universo de referencia y posteriormente construir la FBF que se le asocia al enunciado.

Podemos decir que, en general, en el momento en que se aborda el proceso de traducción de enunciados a FBF de la lógica de predicados, los estudiantes ya tienen una experiencia previa con proposiciones y se trataba de hacer una analogía con el trabajo que habían realizado, sin embargo, los estudiantes comenten con mucha frecuencia diversos errores al traducir los enunciados.

A continuación se describen algunos de los errores que se han presentado al formalizar un enunciado como el siguiente:

“ Toño, Miguel y Juan pertenecen al Club Alpino. Cada miembro del Club Alpino es un esquiador o un alpinista. A los alpinistas no les gusta la lluvia y cualquiera a quien no le guste la nieve no es un esquiador. A Miguel no le gusta cualquier cosa que a Toño le gusta y le gusta cualquier cosa que a Toño le disguste. A Toño le gusta la lluvia y la nieve”².

los que destacan son:

- **La no identificación adecuada de los predicados.**

Traducir: “ A Toño le gusta la lluvia y la nieve”

Traducción 1: $G = A$ Toño le gusta la lluvia.

$N = A$ Toño le gusta la nieve.

fórmula: $G \wedge N$

Traducción 2: $G(x) = x$ le gusta algo.

No escribe la fórmula.

Error: En la primera traducción no se identifica el predicado “gustar” como un predicado relacional, parece que prevalece la concepción de proposición. En la segunda traducción no se considera al predicado “gustar” como una relación entre objetos.

- **Una delimitación inapropiada del universo de los objetos asociados a los predicados que aparecen en un enunciado.**

En el ejemplo anterior (primera traducción), no se distingue un universo de objetos. En la segunda traducción, el único universo de referencia para el estudiante es el conjunto de individuos: {Juan, Toño, Miguel}, y los objetos como lluvia, nieve etc. no se consideran.

- **Uso equivocado de conectivos al traducir expresiones que contienen los cuantificadores universal y existencial.**

² Este es uno de los ejercicios que se propusieron a los estudiantes de las tres instituciones mencionadas.

Traducir: Cada miembro del “Club Alpino” es un esquiador o un alpinista.

Traducción 1: $A = \text{cada miembro del club alpino es un alpinista.}$

$E = \text{cada miembro del club alpino es un esquiador.}$

fórmula: $A \vee E.$

Traducción 2: $MCA(x) = x \text{ es miembro del club alpino.}$

$A(x) = x \text{ es un alpinista.}$

$E(x) = x \text{ es un esquiador.}$

fórmula: $\forall(x) [MCA(x) \wedge [A(x) \vee E(x)]].$

Error: No se utilizó la implicación para traducir el cuantificador universal.

Aplicación de la teoría de la actividad

Para resolver la problemática detectada, se debe plantear un sistema de ejercicios que propicie el desarrollo de la habilidad para traducir del lenguaje natural a FBF de la lógica de predicados.

Para estructurar el sistema de ejercicios, en una primera instancia, de acuerdo a la Teoría de la actividad, se debe caracterizar la habilidad en términos de las acciones que la componen y posteriormente describir los pasos que se deben ejecutar para realizar la traducción con éxito. A este conjunto de pasos es a lo que se llama una base orientadora de la acción (BOA). En ella se describe la idea completa del proceso de traducción. La BOA debe estar acompañada de un sistema de preguntas que permitan tanto la evaluación del proceso de traducción como su control.

Posteriormente se diseña el proceso de instrucción en el que se aplique la teoría de Galperin de asimilación por etapas.

En este trabajo se describirán: a) la caracterización de la habilidad a desarrollar, b) los pasos a realizar que permiten traducir con cierto éxito y c) un esquema de lo que puede ser el sistema de ejercicios

a) La caracterización de la habilidad.

La habilidad para traducir de lenguaje escolarizado a FBF de la lógica de predicados debe ser descrita por un lado en términos de su estructura interna y por otro en términos de su función de orientación didáctica (BOA).

La estructura interna refleja el sistema de habilidades más básicas en que se basa la habilidad de traducir. En nuestro caso la definición que empleamos es la propuesta por la Dra. Herminia Hernández [1993]:

*“La habilidad de **traducir**, en Matemáticas, permite adaptar a un marco matemático (formal) el lenguaje escolarizado para luego, en un proceso reversible, traducirlo de nuevo a lenguaje escolarizado”.*

El sistema de acciones que componen la habilidad se describe de acuerdo a una variación del esquema general para resolver problemas planteado por Polya, y es el siguiente:

- Comprender el enunciado.
- Analizar el enunciado.
- Representar los cuantificadores, conectivos y predicados.
- Construcción de la FBF.
- Verificar la fórmula de predicados obtenida:

Para **traducir** se deben **identificar** los elementos estructurales.

Identificar es distinguir el objeto de estudio matemático sobre la base de sus rasgos esenciales. En este caso los objetos, implícitos o explícitos, son: los predicados, los conectivos lógicos y los cuantificadores.

Traducir presupone primeramente **comprender el enunciado**.

La acción de **análisis del enunciado** se refiere a identificar el tipo de predicados, indagar el alcance de los conectivos y cuantificadores, tomando como referencias explícitas los signos de puntuación y el sentido global de los predicados.

En nuestro caso la habilidad de traducir también comprende la acción de **representar**, lo que significa asignar a los predicados, conectivos y cuantificadores identificados un símbolo estándar de la lógica de predicados y **verificar** que la fórmula resultante cumpla con la definición de fórmula bien formada.

Habiendo identificado y representado los cuantificadores, conectivos y predicados, se propone una primera FBF que modele el enunciado. Para su **construcción** se debe tomar en cuenta el alcance de los conectivos y las convenciones asociadas al uso de los cuantificadores. Además se debe dar una primera interpretación a cada oración del enunciado y proponer una fórmula para cada una de ellas.

La **verificación de la fórmula de predicados** obtenida se realiza tomando en cuenta: la agrupación de la fórmula resultante con las reglas de asociación de los conectivos y cuantificadores dadas en la definición de las FBF; revisar la agrupación de la fórmula en términos de su delimitación por paréntesis³. Y finalmente, comprobar que la FBF respete el sentido del enunciado original

³ Mosterín nos dice que “los paréntesis son al lenguaje formalizado lo que las pausas al lenguaje hablado y los signos de puntuación al lenguaje escrito normal” [Mosterín, 1983].

b) los pasos a realizar que permiten traducir con éxito

La función de orientación didáctica (base orientadora de la acción) se describe en términos de las acciones y operaciones que se deben realizar y puede esquematizarse de la siguiente manera:

ACCIONES	OPERACIONES
COMPRENDER EL ENUNCIADO	<ul style="list-style-type: none"> -Leerlo varias veces. -Expresarlo con sus propias palabras. -Identificar: conectivos lógicos explícitos (y, o, si... entonces, no) e implícitos, cuantificadores implícitos o explícitos. -Si no están explícitos, busque alguna manera equivalente en que puede aparecer el conectivo o el cuantificador.
ANALIZAR EL ENUNCIADO	<ul style="list-style-type: none"> -Identificar los predicados de acuerdo a su sentido semántico. -Analizar el alcance de los conectivos y los cuantificadores tomando como referencias explícitas los signos de puntuación y el sentido global de los predicados.
REPRESENTAR LOS PREDICADOS, CUANTIFICADORES Y CONECTIVOS	<ul style="list-style-type: none"> - Rescribir los predicados haciendo explícita su asociación con los conectivos y cuantificadores, respetando su significado original. - Asignar símbolos estándar a los predicados (P, Q, R, S, T, PA, MA, etc.), a los cuantificadores (\forall, \exists) y a los objetos (elementos del universo). - Asignar símbolos estándar a los conectivos lógicos ($\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$).
CONSTRUCCIÓN DE LA FÓRMULA	<ul style="list-style-type: none"> - Agrupar predicados y conectivos, para construir la fórmula de predicados, de acuerdo con la definición de FBF.
VERIFICAR LA FÓRMULA DE PREDICADOS OBTENIDA	<ul style="list-style-type: none"> - Comparar la agrupación de la fórmula resultante con las reglas de asociación de los conectivos y cuantificadores dadas en la definición de las FBF. - Revisar la agrupación de la fórmula en términos de su delimitación por paréntesis. - Verificar que la FBF respete el sentido del enunciado original.

Como ya se indicó antes, en el proceso de aprendizaje se debe incluir el control de las acciones ejecutadas, por lo que, se requiere, además de la BOA, un sistema de preguntas que obliguen a realizar una evaluación constante y le permitan al estudiante reflexionar antes y después de cada acción realizada.

c) Un esquema del sistema de ejercicios

El sistema de ejercicios a construir debe estar orientado tanto en su dosificación como su complejidad por las acciones que se deben realizar en el proceso de traducción, por lo que se propone que se realicen ejercicios cuyo grado de dificultad se incremente de acuerdo a siguiente esquema (que no es único):

N	CARACTERISTICAS	EJEMPLOS
1	-Enunciados con un solo predicado (unario, binario)	-Este es un libro. -Gustavo es amigo de Miguel -Carlos está entre Juan y Teresa
2	-Enunciados con un solo predicado (unario, binario, ...) cuantificado existencialmente	-Existe un libro -Existe un mapa -Algún día.
3	-Enunciados con dos predicados	-Esto es un libro y es caro -Si esto es una mesa, entonces tiene un mantel. -Todos los humanos son mortales
4	- Enunciados cuantificados existencialmente o universalmente, que contengan a lo más dos predicados y un cuantificador	-Todos los de tercero son amigos de Miguel. -Algún estudiante de segundo es amigo de Miguel. ...
5	-Enunciados que contengan lo más un cuantificador implícito y dos predicados	-Los estudiantes de tercero tienen un promedio de 80. -No existe nadie que sea mago y no sea rico
6	-Enunciados con a lo más tres predicados y dos cuantificadores.	-En la biblioteca existe un libro de matemáticas que trata el tema de grafos ponderados. -Los días jueves no hay servicio de internet a menos que alguien lo solicite. -En toda pareja de vecinos existe algún envidioso.
7	-Enunciados con más de tres predicados y dos cuantificadores dados tanto explícita como implícitamente.	-Todo lo que le gusta a Carlos le disgusta a Miguel y lo que le gusta Miguel le disgusta a Carlos. -Si x es un número entero, entonces existe un entero mayor que él. -Todo lo que depende de x depende de y . -Algunos ingenieros son amigos de cualquier contratista.
8	-Enunciados con más de tres predicados y dos cuantificadores, estos últimos pueden estar tanto implícitos como explícitos	-Juan, Pedro, y Carlos son alpinistas. A los alpinistas no les gusta la nieve. Los miembros del Club Alpino o son alpinistas o esquiadores. A Juan le disgusta todo lo que a Miguel le gusta y a Miguel le disgusta todo lo que a Juan le gusta. A Pedro le gusta la nieve siempre y cuando no llueva

Con este esquema se puede construir un sistema de ejercicios con los cuales se debe trabajar para propiciar el desarrollo de la habilidad de traducir.

Lo que más importa, en la realización de los ejercicios, es que el estudiante use la BOA y las preguntas de control ya que a través de su aplicación sistemática se podrán asimilar las diferentes acciones cuya ejecución garantiza el éxito al traducir. El papel del profesor es mostrar el uso de la BOA y propiciar condiciones para que los estudiantes la empleen al resolver los ejercicios, además debe vigilar que se hagan las preguntas de control en cada fase del proceso de traducción.

Conclusiones

El haber podido caracterizar la habilidad para traducir del lenguaje escolarizado a FBF de la lógica proposicional y la BOA nos ha permitido comprender mejor la forma en que se debían estructurar los ejercicios de traducción y la manera de lograr que el estudiante realice su autocontrol en ese proceso.

La caracterización de la habilidad para traducir del lenguaje escolarizado a FBF de la lógica de predicados es la primera propuesta que se hace y en este momento se está experimentando tanto la BOA como el sistema de ejercicios. Aun nos falta afinar la caracterización e incluir en la BOA aquellos aspectos que resulten difíciles para los estudiantes.

Referencias bibliográficas

- Amor, J. A. (1994). Sobre un curso de análisis lógico en *Educación matemática*, México, Vol. 6 No. 2, agosto, pp. 4 -15.
- Brito, H. (1984). Habilidades y Hábitos: consideraciones psicológicas para su manejo pedagógico en *Revista Varona*, año VI, N° 13. pp. 53-60.
- Cuena, J. (1986). *Lógica Informática*, México, Editorial Alianza, segunda edición.
- Hernández, H. (1993). *Sistema Básico de Habilidades Matemáticas*, La Habana, Ministerio de Educación Superior, reporte interno, pp. 68.
- Júarez, M. (1995). Tesis de maestría: *Diseño de un ejercitador para el desarrollo de habilidades lógicas básicas, para los alumnos del propedéutico de la maestría en Ciencias de la Computación del cenidet*, Fundación Arturo Rosenblueth, para el avance de la ciencia.
- Jungk, W. (1981). *Conferencias sobre la enseñanza de la matemática*, Cd. Habana, Ministerior de educación, volúmenes 1 a 4.
- Mosterín, J. (1983). *Lógica de Primer Orden*, Barcelona, Editorial Ariel.
- Rich, E. y Knight, K. (1994). *Inteligencia Artificial*, Madrid, Mc Graw-Hill/Interamericana de España, segunda edición, traducción del Inglés: Pedro Antonio González Calero y Fernando Trescastro Bodega.
- Valverde, L. (1990). *Un método para contribuir a desarrollar la habilidad para fundamentar-demostrar una proposición matemática, tomando como base una asignatura de álgebra I de primer año de los I.S.P.*, Cd. Habana, Tesis de Doctorado en Ciencias Pedagógicas, Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona", Ministerio de Educación, Cuba.