

# Ideas, conceptos y experiencias sobre el aprendizaje cooperativo en clases de matemática

*Herminia Hernández Fernández*  
Universidad de La Habana  
Cuba  
hthf190839@yahoo.com

*Ed Dubinsky*  
Georgia State University  
EE.UU  
edd@mes.kent.edu

*Rogelio Acosta González*  
Centro Univ. de las Tunas  
Cuba  
rpcostaglez@yahoo.com.mx

## Resumen

Profesores experimentados y noveles con alguna experiencia en el uso de aprendizaje cooperativo en sus clases de Matemática y aquellos que han mostrado algún interés en desarrollar este ambiente de aprendizaje en sus clases de matemática, encontraron un espacio de debate a partir de la presentación de las interrogantes siguientes:

- ✓ ¿Cómo el aprendizaje cooperativo satisface las necesidades de cooperación y de comunicación?
- ✓ ¿Aprender “juntos”, en grupo, es sinónimo de aprendizaje cooperativo?
- ✓ ¿Cómo pueden ser utilizadas Hojas de Trabajo como una base de orientación y de posicionamiento en la Zona de Desarrollo Próximo? ¿Qué principios pueden regir su uso?
- ✓ ¿Hasta qué punto es posible enseñar / aprender matemática desde el aprendizaje cooperativo y cuáles son los “peligros” inherentes a este ambiente de aprendizaje?

Se presentan algunas experiencias en el uso de aprendizaje cooperativo en los EE.UU y en Cuba. En el caso de Cuba, presupuestos del enfoque histórico cultural y de la actividad sustentan la experiencia.

## Nota introductoria

En esta mesa redonda se abordaron los aspectos que se relacionan en el resumen. Los dos primeros, conjuntamente con la sustentación teórica fueron abordados por la Dra. Hernández y los dos últimos por el Lic. Acosta y el Dr. Dubinsky respectivamente.

### ¿Cómo el aprendizaje cooperativo satisface las necesidades de cooperación y de comunicación?

Es un imperativo de la época prever que el profesional que se forma, cualquiera sea su perfil, pueda entre otras habilidades lograr:

- Identificar, plantear y resolver problemas, que usualmente tienen un carácter multidisciplinario y donde para resolverlo se requiere de un trabajo de equipo.
- Tomar decisiones y valorar sus consecuencias críticamente.
- Interpretar el lenguaje del otro y hacerse entender en el propio. En síntesis, escuchar y saber comunicarse en forma oral y escrita.
- Conjeturar, argumentar, fundamentar sus posiciones y criterios.
- Asumir responsabilidad individual en la dinámica de un grupo o equipo de trabajo.

## **Cooperación en la clase de matemática<sup>2</sup>**

Los estándares curriculares del NCTM recomiendan que los profesores abran espacios en el aula para que los estudiantes tengan la oportunidad de trabajar “juntos” para resolver problemas y de esta forma, comentar sobre el problema a resolver en el sentido de:

- Discutir estrategias de solución
- Relacionar el problema con otros que han resuelto anteriormente
- Pensar y discutir sobre el proceso completo para dar solución al problema

Los grupos pequeños constituyen un foro donde los estudiantes:

- Formulan preguntas
- Discuten ideas
- Cometan errores y aprenden de estos errores
- Aprenden a escuchar las ideas del “otro”
- Ejercen una crítica constructiva
- Escriben la síntesis de sus descubrimientos

Es casi imposible lograr el desarrollo de estas habilidades, sin introducir en el mayor número de disciplinas que conforman el proceso de formación profesional y muy en particular en la formación matemática, el aprendizaje grupal, en condiciones de aprendizaje cooperativo (AC). Este es un ambiente de aprendizaje que responde a las necesidades de cooperación y de comunicación.

### **¿Aprender “juntos”, en grupo, es sinónimo de aprendizaje cooperativo?**

La coincidencia en espacio y tiempo de un conjunto de individuos involucrados en una actividad común de aprendizaje, el trabajar “juntos” o el simple empleo de métodos o técnicas grupales participativas no resulta equivalente al llamado AC. Este implica transformaciones en el proceso y en las concepciones que lo sustentan. Usualmente se aplican técnicas grupales al margen del cuerpo teórico – metodológico que las sustenta.

En contraposición al proceso enseñanza /aprendizaje centrado en el profesor, se tiende a considerar la enseñanza EN grupo, centrada en el individuo. En esta el grupo actúa como medio o condición para el desarrollo individual. Los estudiantes trabajan “juntos”, el grupo es condición necesaria pero no suficiente para lograr desarrollo individual y queda a un lado el desarrollo del grupo como tal. Por otra parte la enseñanza centrada en el grupo, implica trabajar CON el grupo y DESDE el grupo. Trabajar CON el grupo presupone la intención del profesor de modificar el grupo teniendo en cuenta las características individuales y los roles a desempeñar por cada uno de los miembros del grupo. Trabajar DESDE el grupo presupone trabajar EN grupo y CON el grupo. Ningún problema podrá serlo para el grupo, si no está en su Zona de Desarrollo Potencial (ZDP). El AC se asocia a la idea de trabajar DESDE el grupo.

Los presupuestos del enfoque histórico cultural según las ideas de L. Vigotsky y sus seguidores ofrecen un marco de referencia sólido y coherente a estos fines.

---

<sup>2</sup> Esta idea está traducida y adaptada de “How to use Cooperative Learning in the Mathematics Class”. Artz, A y Newman, C. NCTM. 1993. U.S.A.

## **Aprendizaje cooperativo. Principales características desde el enfoque histórico cultural y de la actividad.**

☐ Se va a entender APRENDIZAJE<sup>3</sup>, como un proceso de construcción y reconstrucción (no solo de registro y de observación) por parte del sujeto que aprende de: conocimientos, formas de comportamiento, actitudes, valores, afectos y sus formas de expresión; que se producen en condiciones de interacción social en un medio socio histórico concreto, en dependencia del nivel de conocimientos que posea el sujeto, de sus intereses, estado de ánimo, actitudes y valores hacia diferentes esferas de la realidad social y personal; que lo conducen a su desarrollo personal y al intercambio y, en ocasiones, al desarrollo personal también de los sujetos con los cuales interactúa.

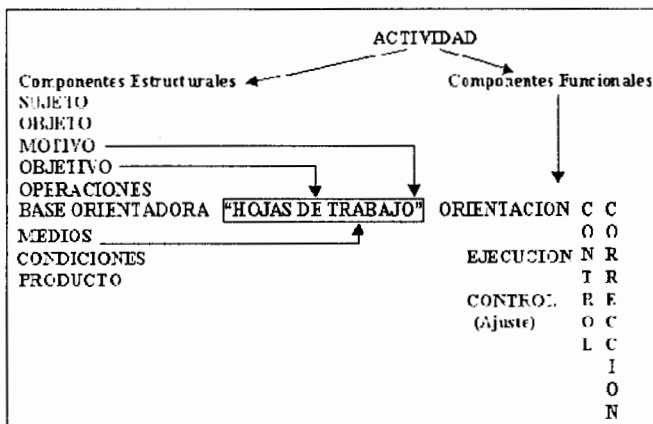
☐ A diferencia de las tendencias que incorporan los métodos grupales sin cambiar sustancialmente la concepción que subyace en su variante tradicional, el aprendizaje cooperativo (AC) bajo los presupuestos del enfoque histórico cultural y de la actividad, adopta las siguientes características:

- En el AC, el grupo deviene sujeto de su propia formación y sujeto de determinado tipo de actividad y no solo es objeto de trabajo del profesor. Es en el grupo donde se crea la trama concreta de las relaciones sociales mediante procesos comunes e interactivos.
- En el AC se producen cuatro procesos mutuamente influyentes: El aprendizaje Individual, el Proceso Grupal, el proceso de Enseñanza y el Aprendizaje Grupal
- El AC implica conocer del grupo: Su estructura, dinamismo, mecanismos de cambio, estrategias para su orientación y transformación, por parte del docente que asume funciones de orientador.
- La enseñanza, en un ambiente de AC, crea la Zona de Desarrollo Potencial (ZDP). La tarea de la enseñanza es poner en movimiento procesos internos de desarrollo que solo son posibles en la colaboración con los demás. La ZDP abre campo para el aprendizaje cooperativo. El grupo se convierte en agente movilizador, potenciador de esos procesos internos de desarrollo.
- La categoría desarrollo nos sitúa en una posición diferente en la comprensión y reinterpretación del fenómeno grupal, a partir del estudio de la dinámica del desarrollo del grupo en el proceso enseñanza/aprendizaje.

☐ La teoría de la actividad identifica en la categoría ACTIVIDAD, componentes estructurales y funcionales como se sintetiza en el cuadro que se presenta a continuación, donde se ubican las “Hojas de Trabajo”. A la luz de esta teoría, éstas orientan la tarea a realizar por el estudiante en un momento determinado, es decir que cumplen un objetivo y al mismo tiempo constituyen una base de orientación para la acción del estudiante. Las Hojas de Trabajo por tema, constituyen un sistema que a su vez está regido por un sistema de principios.

---

<sup>3</sup> González, O. Aprendizaje e Instrucción, en CEPES, Curso Internacional. Compendio de Lecturas sobre Currículum, Diseño, práctica y evaluación s/f.



**¿Cómo pueden ser utilizadas Hojas de Trabajo como una base de orientación y de posicionamiento en la Zona de Desarrollo Próximo?  
¿Qué principios pueden regir su uso?**

Las Hojas de Trabajo constituyen un medio de trabajo a disposición del estudiante que, mediante una situación problemática lo induce a buscar por si mismo soluciones o aproximaciones a una conceptualización o a un procedimiento. Cada Hoja de Trabajo es portadora de actividades o tareas a resolver por el estudiante, de ahí que cada una tenga su objetivo o fin en si mismo. Al igual que en toda actividad humana, el estudiante en cada hoja realiza actividades de orientación, de ejecución y de control. Estas hojas de trabajo responden a un sistema de principios. Sean estos:

“Agotar posibilidades”. Este principio está dirigido a agotar al máximo las posibilidades que sobre un objeto de conocimiento son asequibles y pertinentes al estudiante en un momento determinado.

“Aislar complejidades”. Este principio está estrechamente vinculado al anterior. Siempre que se pueda anticipar un conocimiento, familiarizarse con él es oportuno hacerlo en evitación de plantear un conjunto denso de complejidades.

“Activación de conocimientos” Se propicia que el estudiante recupere de manera individual o por la interacción con los otros, la información instalada. Se concreta por medio de preguntas dirigidas a esa búsqueda, que constituyen a su vez una orientación en la actividad a realizar.

“Recurrencia”. Expresa la intención y el hecho de recurrir reiteradamente a actividades realizadas y a conceptos o procedimientos a los cuales el estudiante ha arribado.

“Promoción y resolución de conflictos” el estudiante debe percatarse de que son insuficientes los recursos de que dispone para resolver un problema y de la necesidad de búsqueda y aprendizaje de otros conocimientos para ello. Se tiene en cuenta que las situaciones de conflicto individual y colectivas movilizan el aprendizaje y de hecho el desarrollo.

“Control y regulación”. El control es inherente a toda actividad humana y exige de la regulación para intervenir, hacer ajustes, corregir.

En la experiencia que se presenta, los estudiantes han trabajado con Hojas de Trabajo, en Cálculo Diferencial e Integral de funciones de una variable. Los estudiantes refieren que las Hojas de Trabajo les permiten un aprendizaje mucho más “amigable” y reconocen el efecto potenciador del grupo.

### **¿Hasta qué punto es posible enseñar / aprender matemática desde el aprendizaje cooperativo y cuáles son los “peligros” inherentes a este ambiente de aprendizaje?**

Publicaciones refieren reiteradamente y demuestran que durante un curso desarrollado en un ambiente de aprendizaje cooperativo se “aprende mucho”.

El tamaño del grupo no debe tener más de 3 ó 4 miembros. El profesor es determinante en la composición del grupo, con independencia de que también se consulte a los propios estudiantes sobre sus preferencias para integrarlo. Se deben conservar los mismos equipos a lo largo del curso, para facilitar que se forme el llamado “espíritu de cuerpo”. Es importante que el profesor interiorice que él se comunica no solo con individuos sino con equipos y que casi todo el trabajo del curso se hace en los equipos. El grupo deviene sujeto de determinada actividad.

La evaluación del aprendizaje individual es en si una tarea compleja y la evaluación del grupo le incorpora una complejidad mayor. Al menos un examen se hace en equipo y cada miembro del equipo recibe igual calificación. Además, una vez durante el curso, el estudiante recibe dos calificaciones: Por una parte, su calificación individual y por otra, el promedio de las calificaciones de cada miembro del grupo. Hay criterios contradictorios al respecto pues hay quien considera injusto el afectar al estudiante por el rendimiento del grupo y porque esto de cierta manera estresa a los estudiantes, pues algunos sienten que sus rendimientos bajan por causa del grupo y otros se sienten culpables por no haber trabajado lo suficiente. Ahora bien, cuando se incrementa la calificación produce un impacto positivo porque entonces cada miembro se siente responsable del éxito del grupo y de cada uno de sus miembros.

Hay veces que el grupo no llega a funcionar bien por falta de tiempo para que el grupo se considere como tal. El sentido de pertenencia a un grupo se hace realidad - entre otras cosas- cuando el estudiante siente que la carga de estudio que el grupo genera vale la pena.

El aprendizaje cooperativo encierra una contradicción, es una forma de aprendizaje más eficaz pero a la vez su desarrollo encierra una mayor complejidad.

Se dice que es un aprendizaje más eficaz porque por ejemplo, hay procedimientos que resultan muy difíciles de aprender o problemas muy difíciles de resolver al margen del equipo. Sucede que un estudiante puede conocer un paso, otro estudiante otro paso y si cada quien expresa sus ideas, estas se socializan y se llega a producir el aprendizaje como resultado de la interacción de entre los sujetos. Téngase en cuenta que la mejor forma de entender es explicar.

A diferencia de Cuba, en los EE.UU prima la cultura de la “competencia”, los estudiantes prefieren el trabajo individual, de ahí que resulte más complejo lograr el “espíritu de cuerpo” del grupo<sup>4</sup>.

Hay veces que un miembro del grupo lo hace todo, mientras el resto no hace el esfuerzo por trabajar. Esto sucede cuando no se comparte el concepto de colaboración. La evaluación tal y como se ha descrito anteriormente puede contribuir a disminuir esta situación.

## Referencias bibliográficas

- Acosta, R. & Hernández, H. (1999). *Las Hojas de Trabajo como soporte de un Modelo de Aprendizaje Cooperativo del Análisis Matemático*. INNOED'99. Las Tunas. Cuba
- Artzt,A. & Newman, C. (1993).*How to use Cooperative Learning in the Mathematics Class*. National Council of Teachers of Mathematics. U.S.A.
- Castellanos, A.V. (1999). *El Sujeto Grupal en la Actividad de Aprendizaje : Una propuesta teórica*. Tesis doctoral en C. Psicológicas. CEPES. Universidad de La Habana. Cuba
- Colectivo de Autores. (1998). *Los Métodos Participativos. ¿ Una nueva concepción de la enseñanza ?*. CEPES. Universidad de La Habana . Cuba
- Galvis, A..*Educación Para El Siglo XXI Apoyada En Ambientes Interactivos, Ludicos, Creativos y Colaborativos*. Universidad de los Andes. Colombia.  
<http://zeus.uniandes.edu.co/inflidie>. Tomado del compacto CREA ( 18/05/99)
- Reynolds, B., Hagelgans,N., Schwingerdorf,K.;Vidakovic,D.;Dubinsky,E.;Shahin,M.& Wimbish,G (1995).*A Practical Guide to Cooperative Learning in Collegiate Mathematics*. The Mathematical Association of America. MAA Notes Number 37. U.S.A.
- Wells, G. (1999). The Zone of Proximal Development and its implications for Learning and Teaching. En *Dialogic Inquiry:Towards a Sociocultural Practice and Theory of Education*. New York, Cambridge University Press. U.S.A

---

<sup>4</sup> Se va a identificar grupo con equipo, aunque conceptualmente puede haber diferencias entre ambos términos.