

Construcción de un laboratorio numérico-algebraico en hojas electrónicas “Excel”.

Ma. Beatriz Gómez Talancón y Alfredo Salazar Díaz

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Cuernavaca
begomez@campus.mor.itesm.mx jsalazar@campus.mor.itesm.mx

Resumen

En este trabajo se presenta un Laboratorio Numérico-Algebraico que los alumnos construyen en un curso de Matemáticas II de preparatoria. Para su construcción, diseñan seis salas interactivas de trabajo en un libro Excel, extrapolando en cada una de ellas un algoritmo algebraico que comúnmente se realiza con lápiz y papel.

Introducción

La construcción del Laboratorio es una de las actividades que los alumnos realizan en equipo, en el curso de Matemáticas II, PM95200 el cual se rediseñó en el semestre agosto-diciembre de 1997 y que se imparte en el Campus Cuernavaca, bajo el Nuevo Modelo Educativo del Tec, desde el semestre enero-mayo de 1998 hasta la fecha. Los alumnos al construirlo tienen la oportunidad de aplicar los conocimientos adquiridos en el curso de Sistemas de Información, PS95100, de extrapolar algoritmos algebraicos de un contexto a otro y de poner en juego su creatividad. Al utilizarlo, tienen la ventaja de contar con una herramienta computacional, generada por ellos mismos, que les agiliza la obtención de resultados numéricos.

Descripción de las actividades y estrategias

El Laboratorio Numérico-Algebraico lo construyen los alumnos en equipo, conforme se van abordando, en el curso, los temas que se manejan en cada una de las seis salas de trabajo interactivas que lo constituyen. La actividad consiste en construir en un libro Excel las seis salas de trabajo (una en cada hoja) con las características particulares que se les indica para cada una de éstas. En cada sala, se extrapola un algoritmo algebraico específico que comúnmente se trabaja con lápiz y papel, con el propósito de que al utilizarla, se agilice la obtención de resultados numéricos de tal manera que el alumno pueda centrarse en el análisis e interpretación de los mismos, en lugar de perder de vista lo que realmente están buscando por lo laborioso de los algoritmos realizados. Por ejemplo, cuando se efectúa sucesivamente la división sintética para encontrar las soluciones de las Funciones Polinomiales, la cantidad de operaciones que se realizan, pueden provocar que el alumno pierda de vista lo que realmente está buscando y en consecuencia no logre interpretar de la matriz resultante los indicadores que lo conducen a encontrar todas las soluciones de la función.

Para la construcción de cada sala existe un documento en la plataforma Lotus/Notes, (plataforma en la cual se encuentra el curso), el cual incluye el objetivo de la actividad, las indicaciones para su construcción, los criterios de satisfacción, el algoritmo algebraico que debe contener y los recursos necesarios para llevarla a cabo. En este último punto, lo único que se requiere es con una computadora con el Excel instalado.

Los algoritmos que se extrapolan a las hojas de cálculo son: en la Sala 1. "Solución de Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos Variables", el algoritmo de la regla de Cramer para encontrar las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables; en la Sala 2. "Solución de Sistemas de Ecuaciones Lineales con tres Variables", el algoritmo de la regla de Cramer para encontrar las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales con tres variables; en la Sala 3. "Coordenadas del Vértice de una parábola", la fórmula para determinar las coordenadas del vértice de una parábola que surge de completar cuadrados; en la Sala 4. "Soluciones de la Función Cuadrática", la fórmula general para encontrar las soluciones de una cuadrática; en la Sala 5. "El Discriminante $b^2 - 4ac$ " y en la Sala 6. "Soluciones de la Función Polinomial", el algoritmo de la división sintética.

Cada sala debe contener como mínimo: título, instrucciones para su uso, el algoritmo extrapolado y el nombre de los integrantes del equipo. En relación con su diseño, se les sugiere a los alumnos que sean creativos.

Sobre lo que sucede cuando los alumnos construyen el Laboratorio se puede comentar lo siguiente:

- a) En todas las ocasiones que se ha llevado a cabo ésta actividad, son varios los alumnos que necesitan del apoyo de sus compañeros o del profesor para lograr extrapolar las fórmulas o algoritmos algebraicos a las hojas electrónicas de cálculo, dado que no recuerdan la forma como se trabajan las funciones matemáticas en Excel. Para superar este problema, nos hemos coordinado con los profesores de Sistemas para que cuando trabajen con los alumnos en primer semestre las funciones del Excel, incluyan en sus ejemplos y ejercicios las fórmulas y algoritmos que tendrán que extrapolar en Matemáticas II para la construcción de su Laboratorio.
- b) Varios equipos, sobre todo en los que hay uno o varios alumnos con buen manejo del Excel, logran construir Laboratorios que además de tener todos los elementos requeridos, cuentan con diseños novedosos, en los cuales el color, tipos de letra, dibujos alusivos al tema, graficadores, comprensión adecuada de la forma de extrapolar los algoritmos a la hoja electrónica, ponen de manifiesto sus conocimientos computacionales, su comprensión de la estructura matemática de los algoritmos, su ingenio y su creatividad.

Sobre lo que sucede cuando los alumnos utilizan el Laboratorio se puede comentar lo siguiente:

- a) Las Salas 1 y 2 son utilizadas por los alumnos, en el curso, principalmente para comprobar los resultados que han obtenido por los métodos de suma y resta, igualación y sustitución, con lápiz y papel, de sistemas de ecuaciones lineales de dos y tres variables respectivamente.
- b) Las Salas 3, 4 y 5 les permite a los alumnos analizar, comparar y relacionar los resultados numéricos con el comportamiento de la gráfica de las funciones cuadráticas. Por ejemplo: en que lugar se localizan las coordenadas del vértice de la parábola, en que valores de "x" la gráfica cruza o toca el eje de las abscisas, como se comporta la gráfica de la función cuando las raíces son reales, cuando son de multicidad doble, o cuando son complejas, etc.
- c) La Sala 6, les permite centrarse en el análisis de la matriz resultante para encontrar todas las soluciones de un polinomio con a lo más dos raíces complejas.

La sala 6, por su utilidad y efectividad puede considerarse la de mayor riqueza didáctica, en esencia, facilita a los alumnos la obtención de las raíces de cualquier polinomio con la única restricción de que no tenga más de dos raíces imaginarias. En esta sala los alumnos trabajan con las funciones polinomiales propuestas en los Ejercicios 25, 26, 27 y 28 del curso. Dichas funciones están cuidadosamente seleccionadas de manera que la dificultad se vaya incrementando gradualmente. Se inicia con funciones cuyas raíces son valores enteros, después con funciones cuyas raíces son valores enteros y fraccionarios, en seguida con funciones con una raíz irracional o de multicitad doble o triple y finalmente se trabaja con funciones que tengan dos raíces complejas, además de otras de otro tipo. Para la realización de los Ejercicios 25, 26, 27 y 28, se les solicita a los alumnos que introduzcan de una en una, las funciones propuestas a la Sala 6, en un intervalo en el que puedan determinar los valores de x donde se localizan la Cota Inferior y la Cota Superior de las raíces del polinomio.

Una vez que las determinan tienen que imprimir la matriz resultante para llevarla a clase para su análisis con el resto del grupo.

En esta actividad los alumnos tienen la oportunidad de interactuar con el Laboratorio Numérico-Algebraico, con algunos cálculo realizados por ellos mismos con lápiz y papel y con el Laboratorio Gráfico, en este último pueden observar el comportamiento de las gráficas y su relación con los valores numéricos obtenidos.

La construcción y uso del Laboratorio, ha sido implementado en el curso de Matemáticas II de preparatoria, desde 1998, no solo por profesores del Campus Cuernavaca, sino también por profesores de los Campus que han adoptado el curso rediseñado. Algunos de los Campus que lo han adoptado son: Guadalajara, Sonora, Aguascalientes y Toluca.

Conclusiones y recomendaciones

Construir el Laboratorio y utilizarlo en los temas para los cuales fue diseñado, ha conducido a los alumnos a realizar una actividad matemática distinta e innovadora que les ofrece la ventaja del uso de la tecnología. Si dicha tecnología es utilizada en forma apropiada se puede contribuir a la creación de un micro ambiente en el que la construcción del conocimiento pueda efectuarse con más facilidad.

Por lo anterior, es recomendable explorar nuevas formas de integración de la computadora en la enseñanza de las matemáticas y aprovechar su gran potencial como simulador, procesador matemático, procesador geométrico, generador de información, etc.

Referencias bibliográficas

- Balderas E. (1992). Aprendizaje de conceptos del cálculo mediante la graficación en computadora. *Memorias de la VI Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa, Vol. 2*, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Cuernavaca Mor., México. D. F.
- Chávez, H. y Hitt F. (1993). Estructuras, modelos y procesos cognoscitivos sobre la visualización en la enseñanza del Cálculo Diferencial usando la microcomputadora. *Memorias del IV Simposio Internacional sobre Investigación en Educación* pp. 111-139, Edición de Filloy/Herrera/Hitt, Departamento de Matemática Educativa del

Anexos

1. Instrucciones para la construcción de la Sala 1 "Solución de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables"
2. Ejercicio 25. Cota inferior y cota superior de las raíces de un polinomio
3. Ejercicio 26. Raíces racionales

LABORATORIO NUMÉRICO-ALGEBRAICO

SALA 1

SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS VARIABLES

Tiempo estimado: 1 hora

Objetivo: Construir con tus compañeros de equipo, la Sala uno del Laboratorio Numérico-Algebraico, extrapolando el algoritmo de la regla de Cramer (por determinantes) a una hoja electrónica de cálculo Excel, para encontrar las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.

Requisitos: La sala debe contener como mínimo: el título, la definición de "Solución de Sistemas de Ecuaciones Lineales por el método de Cramer", instrucciones de uso de la sala, el nombre de su equipo y el algoritmo extrapolado. En la construcción de la sala pueden utilizar elementos creativos, por ejemplo, color, diferentes tipos de letra, dibujos alusivos al tema, etc. También pueden incluir un espacio donde se grafiquen los sistemas de ecuaciones que se estén trabajando en la sala.

El algoritmo es:

$$\begin{aligned} \text{Si} \\ a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{aligned}$$

Entonces la solución del sistema esta dada por:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

II. Una vez que tengan su sala, prueben que funciona correctamente, encontrando en ella las soluciones de los sistemas de ecuaciones realizados algebraicamente en clase y extraclase (Ejercicios 12 y 13 respectivamente)

III. Cada integrante del equipo debe tener su propio disket con la copia de la Sala 1 del Laboratorio Numérico-Algebraico.

IV. La calificación de esta sala se promedia con las calificaciones obtenidas en las demás tareas extraclase de este periodo y dicho promedio representa el 20% de la calificación del parcial.

COTA INFERIOR Y COTA SUPERIOR DE LAS RAÍCES DE UN POLINOMIO
Ejercicio 25

Tiempo estimado 50'

Objetivo: Como resultado de este ejercicio se espera que impriman para su análisis las matrices resultantes de introducir los datos de los polinomios que se les indican, en la Sala 6 del Laboratorio Numérico-Algebraico.

Instrucciones:

En la Sala 6 del Laboratorio Numérico-Algebraico:

1) En equipo, encontrar la cota superior y la cota inferior de las siguientes funciones polinomiales

- | | |
|---------------------------------------|---|
| a) $x^3 + 6x^2 + 3x - 10 = 0$ | g) $2x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$ |
| b) $x^3 - 4x^2 - 11x - 6 = 0$ | h) $8x^4 + 6x^3 - 51x^2 + 11x + 6 = 0$ |
| c) $4x^3 - 7x - 3 = 0$ | i) $x^4 - x^3 - x^2 - x - 2 = 0$ |
| d) $3x^4 + 4x^3 - 7x^2 - 4x + 4 = 0$ | j) $4x^4 - 8x^3 + 19x^2 + 2x - 5 = 0$ |
| e) $2x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 13x + 6 = 0$ | k) $6x^5 + 19x^4 + 25x^3 + 25x^2 + 19x + 6 = 0$ |
| f) $3x^4 - x^3 - 21x^2 - 11x + 6 = 0$ | l) $x^5 - x^4 - x + 1 = 0$ |

2) Individualmente, Imprimir cada una de las matrices resultantes y llevarlas al salón de clase para su análisis, el próximo miércoles.

RAICES RACIONALES.

Ejercicio 26

Tiempo estimado 50'

Objetivo: Se espera que en este ejercicio encuentres todas las raíces de los polinomios propuestos e imprimir las matrices resultantes de las funciones polinomiales que se te indican.

Instrucciones:

Utilizando el teorema de las raíces racionales:

- 1) Encontrar las posibles raíces racionales de los siguientes polinomios
- 2) Comprobar en la sala 6 del Laboratorio Numérico-Algebraico, cuáles de ellas sí son raíces del polinomio
- 3) Ordenar el intervalo entre las cotas del polinomio, incluyendo los valores enteros y racionales de menor a mayor e imprimir las matrices de los ejercicios a, c y d.
- 4) Determinar los ceros encontrados
- 5) Reducir las ecuaciones, en el caso de que falten por encontrar ceros o raíces, a una cuadrática y encontrar por cualquier método las faltantes. Pueden utilizar la sala 4 del Laboratorio Numérico- Algebraico.

- | | |
|---------------------------------------|---|
| a) $x^3 + 6x^2 + 3x - 10 = 0$ | g) $2x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$ |
| b) $x^3 - 4x^2 - 11x - 6 = 0$ | h) $8x^4 + 6x^3 - 51x^2 + 11x + 6 = 0$ |
| c) $4x^3 - 7x - 3 = 0$ | i) $x^4 - x^3 - x^2 - x - 2 = 0$ |
| d) $3x^4 + 4x^3 - 7x^2 - 4x + 4 = 0$ | j) $4x^4 - 8x^3 + 19x^2 + 2x - 5 = 0$ |
| e) $2x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 13x + 6 = 0$ | k) $6x^5 + 19x^4 + 25x^3 + 25x^2 + 19x + 6 = 0$ |
| f) $3x^4 - x^3 - 21x^2 - 11x + 6 = 0$ | l) $x^5 - x^4 - x + 1 = 0$ |

6) Individualmente, Imprimir las matrices de los ejercicios a, c y d, son necesarias para llevar a cabo la práctica 4 del Laboratorio Gráfico en la sesión 57